This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

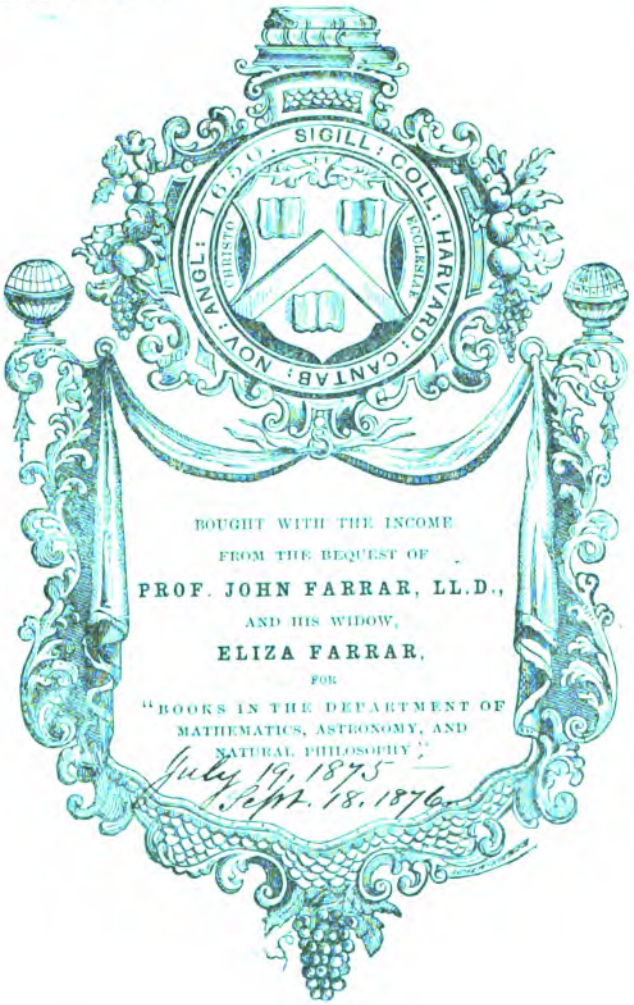
Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

WIDENER LIBRARY
HX GZUT V

Digitized by Google

Sci1085.70

Bd. Nov. '76



BOUGHT WITH THE INCOME
FROM THE BEQUEST OF
PROF. JOHN FARRAR, LL.D.,
AND HIS WIDOW,
ELIZA FARRAR,
FOR
"BOOKS IN THE DEPARTMENT OF
MATHEMATICS, ASTRONOMY, AND
NATURAL PHILOSOPHY."
July 19, 1875
Sept. 18, 1876

SCIENCE CENTER LIBRARY

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

REPERTORIUM

FÜR

EXPERIMENTAL-PHYSIK,

FÜR

PHYSIKALISCHE TECHNIK,

MATHEMATISCHE & ASTRONOMISCHE INSTRUMENTENKUNDE.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR. PH. CARL,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DEN KGL. BAYER. MILITÄR-BILDUNGS-ANSTALTEN IN MÜNCHEN.

ELFTER BAND

MIT EINEM ATLAS VON 25 TAFELN.

MÜNCHEN, 1875.

VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Digitized by Google

Sci1085.70

1875, June 19.
Farrar Fund.
(~~XI~~. 1.)

1876, Jan. 8. 20.
(~~XI~~. 2–4.)

1876, Sept. 18. 20.
(~~XI~~. 5, 6.)

Digitized by Google

INHALT.

Seite

Theorie eines neuen Thermometers, welches aus der Vereinigung des Luftthermometers mit dem Wagebarometer entsteht und sich zur automatischen Aufzeichnung der Temperaturen sehr leicht verwenden lässt. Von Dr. Paul Schreiber. (Tafel I) 1

Ueber eine Modification der herrschenden Gastheorie. Von C. Puschl . 42

Magnetische Declinationsbestimmungen in Russland. Von Smirnow in Kasan 59

Kleinere Mittheilungen:

Zwei Apparate zur objectiven Darstellung der Lissajous'schen Figuren. Von Alois Schuller, (Tafel II, Fig. 4 und 5) . . . 62

Vorlesungs-Apparat zum Nachweis des Seitendruckes der Flüssigkeiten. Von Ph. Carl. (Tafel IV) 64

Beschreibung eines Kegelschnittzeichners, Von Gustav Rebicek. 68

Ueber die electrodynamische Torsionswage. Von A. Lallemand. (Tafel II, Figg. 6—8) 69

Ueber die Einrichtung des neuen physikalischen Institutes an der Universität Graz. Von A. Töpler. (Tafel VI) 73

Gramme's magnet-electrische Maschinen. Von Alfred Breguet. (Taf. XIII). 84

Der Merz'sche Refractor für die Sternwarte in Quito. (Tafel V) 89

Neue Wage. Von Mendeljeff. (Tafel XII, Figg. 1 u. 2) 91

Verschiedene Apparate. Von Dr. Plettner in Stralsund. (Tafel IX u. X). 94

Anemo-Ombrograph. Von Hasler & Escher in Bern. (Tafel VII u. VIII). 98

Ueber die Volumenveränderung des Kautschuks durch Wärme. Von Carl Puschl 102

Ueber einen auf einem neuen Systeme beruhenden Universal-Meteorographen. Von Van Rysselberghe, Professor in Ostende. (Tafel X, Figg. 1—4) 106

Ueber das Messen hoher Temperaturen mit dem Weinhold'schen Calorimeter. Von C. H. Schneider. (Tafel XI) 116

Ergebnisse magnetischer Beobachtungen, ausgeführt in Russland im Sommer 1874. Von Smirnow in Kasan 135

Elementare Behandlung einiger optischer Probleme. Von Prof. Dr. E. Lommel. (Tafel XIV) 153

Neue Studien über die Ströme der Electrisir-Maschinen. Von Professor Fr. Rosetti 169

Kleinere Mittheilungen:

Ueber den Spiegelhebel. Von M. A. Cornu 173

Digitized by Google

Seite

Das vervollständigte Kathetometer. Von F. W. Breithaupt und Sohn 175
Ein optischer Apparat. Von E. Mach in Prag 177
Versuche über anomale Dispersion mit Hilfe der Interferenz, angestellt im Prager physikalischen Institute. Von G. v. Osnobischin. 178
Ueber einen Schulapparat zur Bestimmung des mechanischen Wärme-Aequivalents. Von H. J. Puluj in Fiume 180
Exner. Ueber den Durchgang der Gase durch Flüssigkeitslamellen. 182
Ueber Kältemischungen im Allgemeinen und speciell über jene aus Schnee und Schwefelsäure. Von Prof. Pfaundler in Innsbruck. 183
Ueber Hydrodiffusion. Von Jos. May in Wiesbaden. (Tafel XVI) . . . 185
Ueber die Gestalt und die Lage der Interferenzstreifen in Jamin's Interferenzapparat. Von Bobylew in St. Petersburg 213
Zur Theorie der Galvanometer. Von H. Weber in Braunschweig 223
Ueber die Spectren des Yttrium, Erbium, Didym und Lanthan. Von Rob. Thalén. (Tafel XVII) 241
Ueber die Anwendung von Stimmgabeln in der Electrischen Telegraphie. Von Paul La Cour 247
Kleinere Mittheilungen:
Magnetische Beobachtungen in Prag im Jahre 1873 251
Magnetische Constante für Greenwich 1874 252
Magnetische Beobachtungen in München in den Jahren 1873 u. 1874 252
Der Quecksilber-Heber. Von Dir. Plettner in Stralsund. (Tafel XVI, Fig. 5) 253
Apparat zum Glasdurchbohren mittelst des Electrischen Funkens. Von Terquem und Trannin 254
Beiträge zur Thermometrie. Von Dr. J. Pernet 257
Ueber graphische Methoden zur Lösung gewisser einfacher electrischer Probleme. Von Professor G. Carey Foster. (Tafel XVIII) 310
Beschreibung eines $10^1/_4$ zölligen mit Glas-Silberspiegel versehenen Aequatoreals, ausgeführt für die O-Gyallaer Sternwarte in den Werkstätten des Herrn John Browning in London. Von Dr. Nicolaus von Konkoly . . . 322
Ueber die Beziehung zwischen Druck, Volumen und Temperatur bei Gasen. Von Moritz Kuhn 327
Kleinere Mittheilungen:
Ein optisches Phänomen. Von Devic 360
Ueber einen Schulapparat zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalentes. Von J. Puluj. (Tafel XXII) 361
Beitrag zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalentes. Von J. Puluj. 371
Theorell's Typendruck-Meteorograph. Von Ferd. Osnaghi. (Tafel XIX—XXI) 375
Neues Heber-Barometer. Von H. Wild. (Tafel XXIV) 389
Anemometer. Von Hipp. (Tafel XIII, Fig. 1 und 2) 398
Ueber die electrische Entladung. Von H. Schneebeli. Tafel XXIII) . . 403
Allgemeine Theorie des Polarplanimeters. Von Anton Schell. (Tafel XXV) 406

Digitized by Google

Theorie eines neuen Thermometers, welches aus der Vereinigung des Luftthermometers mit dem Wagebarometer entsteht und sich zur automatischen Aufzeichnung der Temperaturen sehr leicht verwenden lässt.

Von

Dr. Paul Schreiber,

Lehrer der Physik an der kgl. höheren Gewerbeschule in Chemnitz.

Hiezu Tafel I.

Das Luftthermometer ist bekanntlich das beste Instrument zur Bestimmung der Temperaturen und hat den grossen Vorzug vor dem Quecksilberthermometer, der hier sehr in das Gewicht fällt, dass die Beobachtungen an einem ganz anderen Orte gemacht werden können, als an demjenigen Orte, dessen Temperatur bestimmt werden soll. Es ist dies der Grund, wesshalb Regnault schon vor mehreren Jahren [1]) das Luftthermometer und, wie es scheint, ohne beachtet zu werden, zur regulären Beobachtung vorschlug.

Namentlich wenn es sich darum handelt, die Temperatur zu registriren, wird das Luftthermometer sich sehr empfehlen, da man sämmtliche Methoden zur Registrirung des Luftdruckes sofort auch auf diese Art Thermographen anwenden kann.

1) Dies. Repertorium Bd. VII S. 385.

Digitized by Google

Unter allen Barometern eignet sich aber das Wagebarometer am besten zur Anbringung von Registrirvorrichtungen und so kam ich auf den Gedanken, das Luftthermometer mit einem Wagebarographen in Verbindung zu bringen und ein Instrument zu construiren, dem ich den Namen „Luftbarothermometer" geben möchte.

Freilich kann ich das Instrument nur vorschlagen und die Theorie desselben darstellen; zur practischen Ausführung meiner Ideen fehlten mir Zeit und Mittel; ich glaubte aber mit der Publication nicht länger zurückhalten zu dürfen, da es an einem Thermographen, der wirklich als allen Ansprüchen genügend bezeichnet werden könnte, noch vollständig fehlt.

Vielleicht kann ich noch einige Experimentaluntersuchungen in in dieser Beziehung anstellen. Auf alle Fälle will ich aber das Princip des Apparates allen den Männern empfehlen, welche Interesse an den Fortschritten der Wissenschaft in dieser Beziehung haben und denen die nöthigen Mittel zu solchen, allerdings wahrscheinlich etwas kostspieligen Versuchen zu Gebote stehen. Sollte sich Jemand zur Herstellung eines solchen Instrumentes entschliessen wollen, so würde ich sehr gern die Bestimmung der Constanten und die Aufstellung der Tabellen übernehmen.

Die Einrichtung meines Luftbarothermometers ist folgende:

An einem Wagebalken ist eine Barometerröhre aufgehangen, dieselbe ist mit Luft gefüllt und taucht in das Quecksilber, welches sich in einem Troge befindet (Figur 3 a und b). Der Luftraum der vollständig frei beweglichen Röhre steht durch eine Leitung von capillaren Röhren mit dem sich im Freien befindlichen Luftthermometergefässe in Communication. Eine Aenderung in der Spannung der im Apparate befindlichen Luft und eine damit verbundene Bewegung der Röhre tritt nun ein:

1) Bei Aenderung der Temperatur der Luft (äussere Temperatur).
2) Bei Aenderung der Temperatur des Instrumentes (innere Temperatur).
3) Bei Aenderung des Luftdruckes.

Demnach müssen bei Ablesung des Standes der Röhre oder des Ausschlages des Wagebalkens noch bestimmt werden: der herrschende Luftdruck und die Temperatur des Instrumentes (Röhre sammt Trog

Digitized by Google

und Wagebalken), also die innere Temperatur. Sowie man aber diese Grössen kennt, wird man sofort die äussere Temperatur aus der Stellung der Röhre finden können.

Dass der Luftdruck auf das Instrument einwirkt, kann als ein Nachtheil desselben nicht betrachtet werden, da an allen den Orten, wo die Temperatur registrirt werden soll, sich auch ein Barograph nöthig machen wird.

Soll nun dieses Instrument zur Registrirung der Lufttemperaturen in Anwendung gebracht werden, so wird man eines Barographen bedürfen und wenn die Instrumente Aenderungen in der Temperatur ausgesetzt sind, auch eines Thermometers, welches die Instrumentaltemperaturen registrirt. Bringt man diese drei Instrumente zusammen, so wird man zur Bestimmung des Luftdruckes und der Lufttemperatur einen Apparat besitzen, der keinerlei directer Controlbeobachtungen bedarf und der demnach als der vollkommenste Registrirapparat für Druck und Temperatur der Luft bezeichnet werden kann [1]).

---

1) Herr Dr. H. Wild, Director des phys. Centralobservatoriums in Petersburg, wünscht in seiner Abhandlung: „Ueber die Bestimmung des Luftdruckes" in dem III. Band des von ihm redigirten Repertoriums für Meteorologie Seite 114, dass jeder Wagebarograph gegen Temperatureinflüsse compensirt sein sollte und meint, dass dies viel billiger und sicherer als die Aufstellung eines Registrirthermometers sei. Er hat deshalb einen Wagebarographen construirt, bei dem das eine Gegengewicht ein Quecksilberausflussthermometer darstellt und dieses den Apparat gegen die Einwirkungen der Temperaturänderungen unempfindlich machen soll. Diese Compensation wirkt aber nur so lange innerhalb der Fehlergrenzen + 0,2mm, so lange das Instrument nicht Temperaturschwankungen über 10° C. ausgesetzt wird. Kommen grössere Temperaturschwankungen vor, werden auch die Fehler grösser. Dann findet man bei Herrn Wild auch keine Angaben über den Preis seines Barographen. Dass derselbe nicht billig ist, kann man daraus ersehen, dass er nach den Zeichnungen zu urtheilen 1,6 Liter = 22 Kilogr. Quecksilber enthält und dass das Kilogr. Quecksilber jetzt über 15 Mark kostet. Meine Instrumente, wie sie in Fig. 4 construirt, würden zusammen nur 12 Kilogr. fassen, also nur wenig mehr als die Hälfte desjenigen, welches das einzige Wild'sche Instrument enthält.

Dann kostet das Wild'sche Instrument noch mehr, indem es noch ein Controlbarometer braucht, mit dem die Reductionsformel zur Ueberführung der Angaben des Barographen auf Quecksilbersäule erst gefunden werden muss. Das Instrument wird dadurch zu complicirt und wird sich nie selbstständig, sondern stets nur als Interpolationsinstrument benutzen lassen. Ich glaube, dass mein Barograph und Instrumentalthermograph billiger zu stehen kommen als der Wild'sche Barograph. Erstere haben noch den Vortheil, dass sie möglichst einfach, selbst ohne Hilfe eines andern Instrumentes ihre Functionen verrichten.

Digitized by Google

Wie ich in der Theorie zeigen werde, kann man sich im voraus Tabellen berechnen, aus denen man sofort aus den Angaben der drei Instrumente die drei Grössen Luftdruck auf 0°C. reducirt in Millimetern Quecksilbersäule, Lufttemperatur und Instrumentaltemperatur finden kann.

Als Registrirbarometer verwende ich den Wagebarographen in seiner einfachsten Form und als Instrumentalthermometer ein Luftbarothermometer, welches aus einer an einem Wagebalken aufgehängten, mit Luft gefüllten und in Quecksilber eintauchenden (Fig. 2) Röhre besteht. Wie diese Instrumente zusammengestellt und zur Registrirung eingerichtet werden können, habe ich in Fig. 4 dargestellt und werde später darauf zurückkommen.

Ich werde nun die Theorie der drei Instrumente entwickeln und an angenommenen Beispielen die Anwendung der Formeln zeigen. Dabei werde ich natürlich nur die einfachsten Fälle im Auge haben und vollkommen fehlerfreie Instrumente voraussetzen. Eine Untersuchung über die Einflüsse der Fehler der Instrumente, wie ich sie bei meinem Wagebarometer ausgeführt habe, wird sich erst dann lohnen, wenn man ein ausgeführtes Instrument hat, für welches Tabellen aufzustellen sind. Die Theorie des Wagebarometers habe ich auf andere Weise aufgestellt, als in meinen früheren Abhandlungen [1]), deren Kenntniss ich bei der vorliegenden Abhandlung voraussetze.

I. Der Wagebarograph.

Fig. 1 a und b stellen das Wagebarometer in der einfachsten Form dar. Röhre und Trog sind so gezeichnet, wie sie ausgeführt werden können, dagegen ist der Wagebalken durch die drei starr mit einander verbundenen Puncte: a Anhängepunct, Drehaxe b und c Schwerpunct des Balkens sammt daran befindlichen Gewichten, exclusive der Röhre, dargestellt. In dem Schwerpunct c ist das ganze Gewicht des Balkens G vereinigt gedacht. Fig. 1 a soll die Stellung des Instrumentes bei der Temperatur 0° C. und bei dem mittleren Barometerstand b_0

1) „Untersuchungen über die Theorie und Praxis der Wagebarometers. Dies. Repertorium Bd. VIII Seite 245.
und
„Ueber ein zweckmässiges Verfahren zur Reduction der Wagebarometer-Registrirungen. Dies. Repertorium Bd. IX Seite 129.

Digitized by Google

bezeichnen, während Fig. 1 b die Stellung des Instrumentes bei der Temperatur $t°$ C. und bei einem Barometerstand $b_0 + \Delta b$ vorführt. Bei der Stellung Fig. 1 a, welche ich Normalstellung nennen will, greift die Barometerröhre an dem Wagebalken, dessen Arm ab horizontal steht mit dem Gewichte P_0 an. Die Länge der Röhre zerfällt in drei Theile: das Stück vom Aufhängepuncte a bis zu der Stelle der Röhre, von welcher an die Kammer (oberer weiter Theil der Röhre) wieder cylindrisch wird und über welche hinaus die Kuppe der Quecksilbersäule nicht steigen darf, soll die Länge m_0 haben. Die Länge von diesem Theile an bis zu der Stelle, von wo an die Kammer anfängt, in die enge Röhre überzugehen, sei n_0 und endlich habe das letzte untere Stück der Röhre die Länge l_0. Dann repräsentirt n_0 den Raum, innerhalb welchem die Kuppe der Quecksilbersäule sich bewegen darf und es wird die Säule bei der Normalstellung des Instrumentes die Hälfte dieses Raumes ausfüllen müssen. Die Entfernung vom Aufhängepuncte a bis zum offenen Ende der Röhre ist

$$m_0 + n_0 + l_0$$

Ich bezeichne ferner mit C_0 den inneren Querschnitt der Kammer, mit B_0 den äusseren Querschnitt des unteren Röhrenstückes, mit E_0 den Querschnitt des weiten Theiles des Troges. V_0 sei das Volumen, welches die Röhre auf die Länge l_0 besitzt und Q_0 das Volumen des engen Theiles des Troges. Endlich sei y_0 der Abstand der Oberfläche des Quecksilbers im Trog von der Horizontalen durch den Drehpunct b des Wagebalkens, p_0 der Abstand des Bodens des weiten Theiles des Troges von demselben Niveau und b_0 die Länge der Quecksilbersäule in dem Rohre. Dann lassen sich die zwei Gleichungen aufstellen, von denen die eine die Bedingung des Gleichgewichtes ausspricht, während die andere das Gewicht der gesammten Quecksilbermasse S im Instrumente ausdrückt. Beide Gleichungen, die ich mit dem Namen „Hauptgleichungen" bezeichnet habe, sind:

$$1) \begin{cases} 0 = -P_0 + A + V_0\gamma_0 + (m_0 + n_0 + b_0 - y_0)\cdot \\ \qquad \cdot C_0\gamma_0 - (m_0 + n_0 + l_0 - y_0) B_0\gamma_0 \\ 0 = -S + V_0\gamma_0 + (m_0 + n_0 + b_0 - y_0) C_0\gamma_0 \\ \quad -(m_0 + n_0 + l_0 - y_0) B_0\gamma_0 + (p_0 - y_0) E_0\gamma_0 + Q_0\gamma_0 \end{cases}$$

Es ist hierin A das Gewicht der leeren Röhre sammt den zur Aufhängung nöthigen Vorrichtungen, γ_0 das Gewicht der Volumeneinheit Quecksilber. Aendert sich der Luftdruck um Δb und nimmt das Instrument die Temperatur $t°$ C. an, so ändert sich auch die

Digitized by Google

Stellung des Instrumentes, es zeigt der Wagebalken einen Ausschlag ξ, der repräsentirt wird durch den verticalen Abstand des Punctes a vom Niveau des Drehpunctes und den ich nach unten positiv rechnen werde. Das Gewicht der Röhre ist dann P, die Länge der Quecksilbersäule ist b (die wirkliche Länge, **nicht** auf 0° reducirt) und die sämmtlichen Dimensionen haben andere Werthe, die theils durch Temperatur, theils Luftdruck bedingt sind. Ich werde diese Grössen mit denselben Buchstaben, aber mit Weglassung des Index θ bezeichnen. Dann erhält man die Hauptgleichungen:

$$2)\begin{cases} 0 = -P + A + V\gamma + (m + n + b + \xi - y)\, C\gamma \\ \qquad\qquad - (m + n + l + \xi - y)\, B\gamma; \\ 0 = -S + V\gamma + (m + n + b + \xi - y)\, C\gamma - (m + n + l + \xi - y) \\ \qquad\qquad \cdot B\gamma + (p - y)\, E\gamma + Q\gamma. \end{cases}$$

Durch Subtraction der Gleichungen 1) von den entsprechenden des Systems 2) erhält man ein neues System, das ich schon früher als „Bewegungsgleichungen" bezeichnete.

Es sind die Bewegungsgleichungen:

$$3)\begin{cases} 0 = G + b\, C\gamma + \xi\,(C - B)\,\gamma - y\,(E + C - B)\,\gamma - \triangle P \\ 0 = H + b\, C\gamma + \xi\,(C - B)\,\gamma - y\,(E + C - B)\,\gamma \end{cases}$$

worin gesetzt ist:

$$4)\begin{cases} \triangle P = P - P_0 \\ G = (V\gamma - V_0\gamma_0) + [(m + n)\, C\gamma - (m_0 + n_0)\, C_0\gamma_0] \\ \qquad - [(m + n + l)\, B\gamma - (m_0 + n_0 + l_0)\, B_0\gamma_0] \\ \qquad\qquad - b_0\, C_0\gamma_0 + y_0\,(C_0 - B_0)\,\gamma_0 \\ H = G + y_0\, E_0\gamma_0 + (p\, E\gamma - p_0 E_0\gamma_0) + (Q\gamma - Q_0\gamma_0) \end{cases}$$

Eliminirt man y aus System 3, so erhält man, wenn man noch die entstandene Gleichung mit γ multiplicirt:

$$5)\begin{cases} G\,(E + C - B)\gamma - H\,(C - B)\,\gamma + b\,E\gamma\, C\gamma + \xi\,(C - B)\,\gamma\, E\gamma \\ \qquad - \triangle P\,(E + C - B)\,\gamma = 0 \end{cases}$$

Ich nehme nun an, es bestehe die Röhre aus Glas, dessen linearer Ausdehnungscoëfficient $= \alpha$, der Trog aus Eisen, dessen Ausdehnungscoëfficient $= \beta$ ist. Ferner setze ich

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 + \mu t + \lambda t^2}$$

worin γ das Gewicht der Volumeneinheit Quecksilber bei der Temperatur t° und γ_0 dasselbe bei der Temperatur 0°, so erhalte ich folgende Relationen:

Digitized by Google

$$6)\begin{cases} V\gamma - V_0\gamma_0 = V_0\gamma_0\left(\frac{1+3\alpha t}{1+\mu t+\lambda t^2} - 1\right) = V_0\gamma_0\omega \\ [(m+n)C\gamma-(m_0+n_0)C_0\gamma_0] = (m_0+n_0)C_0\gamma_0\omega \\ (m+n+l)B\gamma-(m_0+n_0+l_0)B_0\gamma_0 = (m_0+n_0+l_0)B_0\gamma_0\omega \\ (pE\gamma - p_0E_0\gamma_0) = p_0E_0\gamma_0\left(\frac{1+3\beta t}{1+\mu t+\lambda t^2} - 1\right) = p_0E_0\gamma_0\omega' \\ Q\gamma - Q_0\gamma_0 = Q_0\gamma_0\omega' \\ C\gamma = C_0\gamma_0\,\frac{1+2\alpha t}{1+\mu t+\lambda t^2} \\ B\gamma = B_0\gamma_0\,\frac{1+2\alpha t}{1+\mu t+\lambda t^2} \\ E\gamma = E_0\gamma_0\,\frac{1+2\beta t}{1+\mu t+\lambda t_2} \\ \Delta P = a\xi + b\xi^3 + c\xi^5 + \ldots\ldots \end{cases}$$

Man rechnet mit System 6 und 4 die Werthe von G, H etc., setzt diese in Gleichung 5 ein und kann nun entweder den Stand des Instrumentes aus gegebenem b finden, oder umgekehrt aus beobachtetem ξ den Barometerstand berechnen. (Bei diesen Rechnungen muss man stets bedenken, dass b die Länge ist, welche die Quecksilbersäule bei der Temperatur $t°$ zeigt und nicht der auf 0° reducirte Barometerstand.)

Ich will nun annehmen, man beobachtet Temperatur und Ausschlag des Instrumentes und will daraus den Luftdruck ableiten.

Um die Anwendung der entwickelten Formeln zu zeigen, lege ich die Constanten zu Grunde, welche mein Instrument hatte und die sich in den erwähnten Abhandlungen [1]) angegeben finden.

Es war daselbst:

$$C_0\gamma_0 = 9{,}944^{\text{Gr.}};\quad B_0\gamma_0 = 2{,}004^{\text{Gr.}};\quad E_0\gamma_0 = 58{,}360^{\text{Gr.}}$$

$$V_0\gamma_0 = 1047{,}0^{\text{Gr.}};\quad Q_0\gamma_0 + p_0E_0\gamma_0 = 53827{,}12^{\text{Gr.}}$$

$$\Delta P^{\text{Gr.}} = 12{,}023\,\xi + 0.0002921\,\xi^3 + 0.0000000106\,\xi^5$$

$$(m_0+n_0) = 215^{\text{mm}};\quad l_0 = 738{,}5^{\text{mm}};\quad y_0 = 892.0^{\text{mm}};\quad b_0\ 734{,}6^{\text{mm}}$$

$$\alpha = 0.00001\quad \beta = 0.00001\quad \mu = 0.00017906;\quad \lambda = 0.0000000252$$

---

1) Dies. Repertorium Bd. IX. Seite 141 und Bd. VIII. Seite 289 und folgende.

Digitized by Google

Mit diesen Werthen findet man die Gleichung 5 folgendermaassen:

Temperatur	Relation zwischen b und ξ
	mm
-20°	$b = 734.066 + 0.5707\,\xi + 0.0000332\,\xi^3$
-10°	$b = 734.335 + 0.5729\,\xi + 0.0000333\,\xi^3$
0°	$b = 734.600 + 0.5751\,\xi + 0.0000333\,\xi^3$
$+10^\circ$	$b = 734.867 + 0.5773\,\xi + 0.0000334\,\xi^3$
$+20^\circ$	$b = 735.143 + 0.5795\,\xi + 0.0000335\,\xi^3$
$+30^\circ$	$b = 735.408 + 0.5817\,\xi + 0.0000335\,\xi^3$

Aus diesen Gleichungen sieht man, dass eine directe Berechnung derselben in engeren Temperaturintervallen unnöthig ist, dass man z. B. die Gleichungen für -15° -5° $+5^\circ$ etc. aus den obigen durch einfache Interpolation erhalten kann. Setzt man nun in diesen Gleichungen für ξ successive die Werthe 1^{mm}, 2^{mm}, 3^{mm} etc. ein, so kann man sich eine Tabelle construiren, die mit den Argumenten: „Ausschlag des Wagebarometers und Temperatur. desselben," sofort den auf 0° reducirten Barometerstand gibt. Dabei ist allerdings zu bemerken, dass die Barometerhöhen, wie sie aus obigen Gleichungen erhalten werden, erst auf 0° reducirt werden müssen, nach der Formel:

$$b_0 = \frac{b}{1 + \mu t + \lambda t^2}$$

Für $\xi = \pm \overset{mm}{40}, \pm \overset{mm}{30}, \pm \overset{mm}{20}, \pm \overset{mm}{10}$ erhält man Resultate, die in der folgenden Tabelle dargestellt sind:

Temperatur.	-20°C	-10°C	0°C	$+10^\circ$C	$+20^\circ$C	$+30^\circ$C
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
$\xi = -40$	711.67	710.58	709.46	708.35	707.26	706.15
-30	718.63	717.56	716.45	715.35	714.26	713.16
-20	725.01	723.92	722.83	721.75	720.67	719.61
-10	730.96	729.90	728.82	727.74	726.67	725.61
-0	736.72	735.67	734.60	733.53	732.48	731.41
$+10$	742.48	741.44	740.38	739.33	738.30	737.25
$+20$	748.44	747.41	746.37	745.33	744.31	743.25
$+30$	754.80	753.78	752.75	751.73	750.72	749.70
$+40$	761.77	760.76	759.74	758.72	757.72	756.71

Diese Tabelle wird man für den practischen Gebrauch natürlich in weit engeren Intervallen anlegen, vielleicht von Grad zu Grad und Zehntel zu Zehntel Millimeter, und wird dann bei Reduction von

Digitized by Google

Registrirungen ohne jede Schwierigkeit und ohne grosse Zeitverluste sofort den auf 0° reducirten Barometerstand erhalten.

Wegen der Bestimmung der Constanten etc. muss ich auf meine erste Abhandlung [1]) über diesen Gegenstand verweisen.

II. Das Registrirthermometer für die Instrumente.

Das Instrument, welches die Temperatur des Wagebarometers notiren soll, findet sich in Fig. 2 a und Fig. 2 b dargestellt. In der Normalstellung (Fig. 2 a), welche das Instrument bei 0° C. und b_0 Barometerstand einnimmt, ist der Wagebalken, der hier aus einem geradlinigen Hebel besteht, horizontal. Die Röhre besteht aus einer Kugel mit angesetztem, möglichst gut cylinderförmigem Rohr.

Die Röhre ist mit trockener Luft gefüllt und es bildet so die obere Kugel das Thermometergefäss. Die Quecksilbersäule soll in die Kugel nicht eintreten und desshalb darf man bei diesem Instrumente ein constantes Gegengewicht anwenden.

Theorie:

Um einen Ueberblick über die Bewegung des Instrumentes zu erhalten und die Dimensionen desselben darnach bestimmen zu können, will ich bei Aufstellung der Bedingungsgleichungen vorläufig von der Aenderung der Constanten des Instrumentes bei einer Temperaturänderung absehen und nur die Ausdehnung der Luft in Betracht ziehen. Die in der Röhre abgeschlossene Luft habe das Volumen V_0 bei 0° C. und 76 ^{cm} Druck. Ich bezeichne ferner mit V das ganze Volumen der Röhre, mit C_0 und B_0 den inneren und äusseren Querschnitt derselben, mit l_0 die Distanz des Aufhängepunctes vom offenen Ende der Röhre; y_0 sei der Abstand der Quecksilberoberfläche im Trog, p_0 der Abstand des weiten Trogbodens vom Niveau durch den Drehpunct des Wagebalkens, E_0 der Querschnitt des weiten Theiles, Q_0 das Volumen des engen Theiles des Troges, b_0 der Barometerstand bei der normalen Stellung und h_0 der Druck der Luft im Rohre bei derselben Stellung. Der Zustand der Luft im Instrumente während der Normalstellung desselben ist dann durch Volumen, Temperatur und Druck folgendermaassen bestimmt:

$$[V - (l_0 - y_0 + b_0 - h_0)\, C_0]^{cc};\ 0°\,\text{C. und}\ h_0\,^{cm}$$

1) Dies. Repertorium Bd. VIII von Seite 289 an.

Digitized by Google

Da die Luft bei 0° und 76^{cm} Druck das Volumen V_0 hat, so erhält man nach dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetze

$$\frac{V_0\ 76}{[V - (l_0 - y_0 + b_0 - h_0)\ C_0]\ h_0} = \frac{273}{273} \qquad 1)$$

Setzt man hier

$$M = \frac{76}{273}\ V_0 \qquad 2)$$

so findet man die drei Bedingungsgleichungen des Gleichgewichtes

$$\left.\begin{aligned} 0 &= -\frac{M}{h_0} + \frac{V}{273} - \frac{l_0 + b_0 - h_0 - y_0}{273}\ C_0 \\ 0 &= -P + A + [l_0 + b_0 - h_0 - y_0]\ C_0\gamma_0 - [l_0 - y_0]\ B_0\gamma_0 \\ 0 &= -S \quad + [l_0 + b_0 - h_0 - y_0]\ C_0\gamma_0 - [l_0 - y_0]\ B_0\gamma_0 \\ &\qquad + (p_0 - y_0)\ E_0\gamma_0 - + Q_0\gamma_0 \end{aligned}\right\} \quad 3)$$

Hierin ist noch P das constante Gewicht der vollen Röhre, A das Gewicht der leeren Röhre sammt Aufhängevorrichtung, γ_0 das Gewicht der Volumeneinheit Quecksilber bei 0° C. und S das Gewicht des ganzen im Apparate befindlichen Quecksilbers.

Aendert sich nun Temperatur und Luftdruck, und zwar soll die Temperatur um τ^0 C. steigen, der Luftdruck die Grösse $b_0 + \Delta b$ annehmen, so ändern sich auch h_0 und y_0 um Δh und Δy und endlich bewegt sich die Röhre um die Grösse η, die wieder positiv nach unten gerechnet werden soll.

Wir erhalten jetzt ein neues System von Gleichungen, die erfüllt sein müssen, wenn der Apparat in Ruhe sein soll:

$$3a)\quad \left\{\begin{aligned} 0 &= -\frac{M}{h_0 + \Delta h} + \frac{V}{T} - \frac{l_0 + b_0 - h_0 - y + \eta + \Delta b - \Delta h - \Delta y}{T}\ C_0 \\ 0 &= -P + A + [l_0 + b_0 - h_0 - y_0 + \eta + \Delta b - \Delta h - \Delta y]\ C_0\gamma_0 \\ &\qquad - [l_0 - y_0 + \eta - \Delta y]\ B_0\gamma_0 \\ 0 &= -S + [l_0 + b_0 - h_0 - y_0 + \eta + \Delta b - \Delta h - \Delta y]\ C_0\gamma_0 \\ &\quad - [l_0 - y_0 + \eta - \Delta y]\ B_0\gamma_0 + [p_0 - y_0 - \Delta y]\ E_0\gamma_0 + Q_0\gamma_0 \end{aligned}\right.$$

Es ist hierin $T = 273 + \tau$ die absolute Temperatur des Instrumentes. Setzt man nun

$$4)\quad \left\{\begin{aligned} X &= \frac{T}{C_0}\ \frac{M}{h_0} \\ Y &= -\frac{V}{C_0}\ \frac{T}{273}, \end{aligned}\right.$$

nachdem man die entsprechenden Gleichungen der Systeme 3 und 3a subtrahirt hat, so erhält man folgendes System von Bewegungsgleichungen:

Digitized by Google

$$5)\begin{cases} Y - \Delta b - \eta + X\,\dfrac{\Delta h}{h_0 + \Delta h} + \Delta h + \Delta y = 0 \\ C_0\,\Delta b + (C_0 - B_0)\,\eta - C_0\,\Delta h - (C_0 - B_0)\,\Delta y = 0 \\ C_0\,\Delta b + (C_0 - B_0)\,\eta - C_0\,\Delta h - (C_0 - B_0 + E_0)\,\Delta y = 0 \end{cases}$$

Daraus folgt:

$$6)\begin{cases} \Delta y = 0 \\ \Delta h = \Delta b + \dfrac{\eta}{N} \\ \eta = \dfrac{N}{2}\left(\dfrac{X+Y}{N-1} - h_0 + \Delta b\right) - N\,\Delta b \\ \qquad \pm\sqrt{\left[\dfrac{N}{2}\left(\dfrac{X+Y}{N-1} - h_0 + \Delta b\right)\right]^2 + N^2 h_0 \Delta b + \dfrac{N^2 Y h_0}{N-1}} \end{cases}$$

In diesen Formeln ist gesetzt worden:

$$7)\quad N = \frac{C_0}{C_0 - B_0}$$

Für $\tau = 0$ oder $\Delta b = 0$ nimmt die Formel für η in System 6 ziemlich einfache Gestalten an:

$$8)\begin{cases} \tau = o\,;\ \eta = \dfrac{N}{2}\left(\dfrac{X}{N-1} - h_0 + \Delta b\right) - N\Delta b \\ \qquad \pm\sqrt{\left[\dfrac{N}{2}\left(\dfrac{X}{N-1} - h_0 + \Delta b\right)\right]^2 + N^2 h_0\,\Delta b} \\ \Delta b = o\,;\ \eta = \dfrac{N}{2}\left(\dfrac{X+Y}{N-1} - h_0\right) \\ \qquad \pm\sqrt{\left[\dfrac{N}{2}\left(\dfrac{X+Y}{N-1} - h_0\right)\right]^2 + \dfrac{N^2 Y h_0}{N-1}} \end{cases}$$

Ich werde jetzt zeigen, wie man diese Formeln benutzen kann, die Dimensionen eines solchen Instrumentes voraus zu berechnen.

Die Querschnitte der Röhre seien:

$$C_0 = 2^{\text{cmq}}\ ;\ B_0 = 3^{\text{cmq}}.$$

Das Volumen der ganzen Röhre nehme ich an:

$$V = 180^{\text{cc}},$$

die Röhre soll in der Normalstellung $l_0 - y_0 = 10^{\text{cm}}$ eintauchen. Ferner soll das Instrument so eingerichtet sein, dass:

$$b_0 = h_0 = 73^{\text{cm}}$$

dass also in der Normalstellung das Quecksilber in der Röhre ebenso hoch steht, wie ausserhalb derselben.

Digitized by Google

Dann ist

$$M = \frac{V_0\,76}{273} = \frac{(180 - 2\times 10)\,73}{273} = \frac{160\cdot 73}{273}$$

$$X = \frac{160\cdot 73}{2\cdot 73\cdot 273}(273+\tau) = 80 + \frac{80}{273}\,\tau$$

$$Y = -\frac{160}{2\cdot 273}\,\tau = -\frac{80}{273}\,\tau$$

$$N = \frac{2}{2-3} = -2$$

$$(X+Y) = 80\,;\; y = -\,0{\cdot}29304\,\tau\,;\; \frac{N}{2} = -1\,;\; N-1 = -3$$

Mit Verwendung einer leicht zu findenden Relation zwischen η, Δb und Δh und der Länge der Quecksilbersäule im Rohre

9) Aenderung der Länge der Quecksilbersäule im Rohre $\lambda = \eta + \Delta b + \Delta h$ findet man nun:

$\tau = 0$;	$\Delta b = +20^{mm}$;	$\eta = +11^{mm}$;	$\Delta h = +15^{mm}$;	$\lambda = +16^{mm}$
$\tau = 0$;	$\Delta b = -20^{mm}$;	$\eta = -10^{mm}$;	$\Delta h = -15^{mm}$;	$\lambda = -16^{mm}$
$\tau = +200$;	$\Delta b = 0^{mm}$;	$\eta = -29^{mm}$;	$\Delta h = +14^{mm}$;	$\lambda = -15^{mm}$
$\tau = -200$;	$\Delta b = 0^{mm}$;	$\eta = +30^{mm}$;	$\Delta h = -15^{mm}$;	$\lambda = +15^{mm}$
$\tau = +200$;	$\Delta b = -20^{mm}$;	$\eta = -40^{mm}$;	$\Delta h = 0^{mm}$;	$\lambda = -60^{mm}$
$\tau = -200$;	$\Delta b = +20^{mm}$;	$\eta = +40^{mm}$;	$\Delta h = 0^{mm}$;	$\lambda = +60^{mm}$

Daraus wird man ersehen, dass die Röhre sich um circa $1{,}5^{mm}$ bewegt bei Aenderung der Temperatur um 1° C. Die grösste Veränderung der Länge der Quecksjlbersäule im Rohre wird $\pm\ 90^{mm}$ nicht übersteigen, demnach langt man mit 10^{cm} eintauchender Röhrenlänge bei der Normalstellung vollständig aus. Die Werthe für η lassen auch nicht befürchten, dass die Röhre bei der höchsten Stellung aus dem Quecksilber im Troge heraustritt. Da die grösstmögliche Veränderung in der Säule im Rohre 180^{mm} beträgt, wird man dieselbe nicht länger als 20^{cm} zu nehmen brauchen. Das Volumen des cylindrischen Theiles der Röhre ist dann 40^{cc} und man muss, um das angenommene Volumen der ganzen Röhre von 180^{cc} zu erhalten, der Kugel einen Rauminhalt von 140^{cc}, also einen Durchmesser von 65^{mm} geben. Dann wird die Entfernung vom Aufhängepuncte bis zum offenen Ende der Röhre höchstens 30^{cm} betragen. Ich nehme demnach die Dimensionen des Apparates folgendermaassen an:

$$b_0 = 73^{cm}\ l_0 = 30^{cm}\ h_0 = 73^{cm}\ y_0 = 20^{cm}\ p_0 = 22^{cm}$$

$$C_0 = 2^{cmq}\ ;\ B_0 = 3^{cmq}\ E_0 = 30^{cmq}$$

Digitized by Google

Der Querschnitt des engen Theiles des Troges sei $= 14^{\text{cmq}}$ und seine Tiefe $= 14^{\text{cm}}$.

Das Volumen der ganzen Röhre soll $V = 180^{\text{cc}}$ und M den Werth

$$M = \frac{V_0 76}{273} = \frac{[V_0 - (l_0 - y_0) C_0] 73}{273} = \frac{160 \cdot 73}{273}$$

haben. Dann steht bei der Normalstellung das Quecksilber innerhalb und ausserhalb der Röhre gleich hoch.

Nimmt man nun noch das Gewicht der leeren Röhre sammt Aufhängevorrichtung zu

$$A = 0{,}5 \text{ Kilogr.}$$

an, so folgt

$P = 0{,}364$ Kilogr. = Const. Gewicht der vollen Röhre

und

$S = 3{,}344$ Kilogr. = Gewicht des ganzen Quecksilbers.

Ableitung der genaueren Formeln:

Denkt man sich das Instrument nun so hergestellt, wie es vorhin berechnet worden, so wird es möglich sein mit den Constanten desselben, die natürlich durch genaue Messungen scharf bestimmt werden müssen, eine Tabelle zu entwerfen, die mit den doppelten Argumenten, Temperatur des Instrumentes und Luftdruck, den Ausschlag des Instrumentes enthält.

Der zweckmässigste Weg, den man dabei einzuschlagen hat, scheint mir folgender zu sein: Man lässt erst die Temperatur constant und berechnet die Aenderungen im Stand der Röhre, Gasspannung im Instrumente etc. durch Aenderung des Luftdruckes; dann nimmt man diese Grössen als bekannt an und ermittelt die Bewegungen durch Temperaturänderung. Demnach zerfällt die Untersuchung in zwei Theile:

1) Temperatur constant 0° C., Luftdruck veränderlich

Das System der Hauptgleichungen bei dem Normalzustande (0° C. und b_0) fanden wir schon Seite 10 zu

$$3)\begin{cases} 0 = -\frac{M}{h_0} + \frac{V}{273} - \frac{l_0 + b_0 - h_0 - y_0}{273} C_0 \\ 0 = -P + A + [l_0 + b_0 - h_0 - y_0] C_0 \gamma_0 - (l_0 - y_0) B_0 \gamma_0 \\ 0 = -S + [l_0 + b_0 - h_0 - y_0] C_0 \gamma_0 - (l_0 - y_0) B_0 \gamma_0 \\ \qquad + (p_0 - y_0) E_0 \gamma_0 + Q_0 \gamma_0 \end{cases}$$

Aendert sich hierin b_0 um Δb, so ändert sich h_0 um Δh; y_0 um Δy und die Röhre bewegt sich um die Grösse η.

Digitized by Google

Dann werden die Hauptgleichungen:

$$3b)\begin{cases} 0 = -\dfrac{M}{h_0+\Delta h}+\dfrac{V}{273}-\dfrac{(l_0+b_0-h_0-y_0+\Delta b+\eta-\Delta h-\Delta y)\,C_0}{273} \\ 0 = -P+A+[l_0+b_0-h_0-y_0+\Delta b+\eta-\Delta h-\Delta y]\,C_0\,\gamma_0 \\ \qquad -[l_0+\eta-y_0-\Delta y]\,B_0\,\gamma_0 \\ 0 = -S+[l_0+b_0-h_0-y_0+\Delta b+\eta-\Delta h-\Delta y]\,C_0\,\gamma_0 \\ -[l_0-y_0+\eta-\Delta y]\,B_0\gamma_0+(p_0-y_0-\Delta y)\,E_0\gamma_0+Q_0\gamma_0 \end{cases}$$

Daraus folgt, wenn man setzt:

$$10)\quad R = \frac{C_0 B_0}{C_0 - B_0},$$

$$11)\begin{cases} \Delta y = 0 \\ \eta = RB_0\ (\Delta h-\Delta b) \\ \Delta h = \left(-\dfrac{1}{2}h_0+\dfrac{1}{2}\Delta b+\dfrac{1}{2}\dfrac{273M}{Rh_0}\right) \\ \qquad \pm\sqrt{\left(-\dfrac{1}{2}h_0+\dfrac{1}{2}\Delta b+\dfrac{273M}{2Rh_0}\right)^2+h_0\,\Delta b} \end{cases}$$

Nach diesen Formeln berechnete ich nun unter Zuhilfenahme der auf Seite 12 angenommenen Constanten des Instrumentes folgende Tabelle:

Aenderungen in h und im Stande der Röhre durch Aenderung des Luftdruckes.

Δb	Δh	η
cm	cm	cm
— 2	— 1.46	— 1.19
— 1	— 0.73	— 0.54
0	0.00	0.00
+ 1	+ 0.73	+ 0.53
+ 2	+ 1.47	+ 1.15

2) Aenderungen im Instrumente bei constantem, aber beliebig grossen Drucke durch Aenderungen in der Temperatur.

Zur Ableitung der Bewegungsgleichungen benutze ich wieder zwei Systeme von Hauptgleichungen, von denen das erste bei der Temperatur 0° C und einem Barometerstande b giltig ist. Dasselbe lautet:

Digitized by Google

$$1c)\begin{cases} 0 = -\frac{M}{h} + \frac{V-(b+l_0+\eta_0-h-y_0)C_0}{273} \\ 0 = -P+A+(b+l_0+\eta_0-h-y_0)C_0\gamma_0-(l_0+\eta_0-y_0)B_0\gamma_0 \\ 0 = -S \quad +(b+l_0+\eta_0-h-y_0)C_0\gamma_0-(l_0+\eta_0-y_0)B_0\gamma_0 \\ \qquad +(p_0-y_0)E_0\gamma_0+Q_0\gamma_0 \end{cases}$$

Hierin ist b der angenommene, während der Temperaturänderung constant gehaltene, auf 0° C. reducirte Barometerstand; η_0 ist der Ausschlag, der diesem b entspricht und welches aus der Tabelle auf Seite 14 mit dem Argumente Δb entnommen werden kann. h erhält man, wenn man h_0 den mit dem Argumente Δb entnommenen Werth von Δh hinzufügt.

Bei einer Temperatur τ^0 C. oder bei der absoluten Temperatur T gelten dann folgende Hauptgleichungen:

$$1d)\begin{cases} 0 = -\frac{M}{h+\Delta h_1} - \frac{V-(b+l_0+\eta_0-h-y_0+\Delta\eta-\Delta h_1-\Delta y_1)C_0}{T} \\ 0 = -P+A+(b_1+l_1+\eta_0-h_1-y_1+\Delta\eta-\Delta h_1-\Delta y_1)C\gamma \\ \qquad -(l_1+\eta_0-y_1+\Delta\eta-\Delta y_1)B\gamma \\ 0 = -S \quad +(b_1+l_1+\eta_0-h_1-y_1+\Delta\eta-\Delta h_1-\Delta y_1)C\gamma \\ -(l_1+\eta_0-y_1+\Delta\eta-\Delta y_1)B\gamma+(p_1-y_1-\Delta y_1)E\gamma+Q\gamma \end{cases}$$

Hierin sind b_1 ; l_1 ; h_1 ; y_1 ; C ; B ; E ; Q und γ die durch die Temperatur veränderten Constanten des Instrumentes.

In der ersten Gleichung des Systems 1 d habe ich von der Aenderung dieser Constanten Abstand genommen, da der Werth $b-h$ sehr klein und die Ausdehnung der Quecksilbersäule von $b-h$ Länge ebenso, wie die Zunahme der Röhre im Querschnitt gegenüber der Ausdehnung der Luft vernachlässigt werden können.

Subtrahirt man die Gleichungen des Systems 1 c von den entsprechenden des Systems 1d, so erhält man die Bewegungsgleichungen:

$$12)\begin{cases} 0 = -G+\left(\frac{M}{h(h+\Delta h_1)}+\frac{C}{T}\Delta h_1\right)-\frac{C}{T}\Delta\eta+\frac{C}{T}\Delta y_1 \\ 0 = H-\gamma C\Delta h_1+\gamma(C-B)\Delta\eta-\gamma(C-B)\Delta y_1 \\ 0 = F-\gamma C\Delta h_1+\gamma(C-B)\Delta\eta-\gamma(E+C-B)\Delta y_1 \end{cases}$$

worin gesetzt ist:

$$13)\begin{cases} H = [(b_1+l_1-h_1-y_1+\eta)C\gamma-(b+l_0+\eta_0-h-y_0)C_0\gamma_0] \\ \qquad -[(l_1+\eta_0-y_1)B\gamma-(l_0+\eta_0-y_0)B_0\gamma_0] \\ F = E+[(p_1-y_1)E\gamma-(p_0-y_0)E_0\gamma_0]+(Q\gamma-Q_0\gamma_0) \\ G = \frac{V-(b+l_0+\eta_0-h-y_0)C_0}{273}\cdot\frac{\tau}{T} \\ R_1 = \frac{CB}{C-B} \end{cases}$$

Digitized by Google

Aus dem System 12 erhält man:

$$14)\begin{cases} \Delta y_1 = \dfrac{[(p_1 - y_1)E\gamma - (p_0 - y_0)E_0\gamma_0] + Q\gamma - (Q_0\gamma_0)}{E\gamma} \\ \Delta\eta = \dfrac{C}{C-B}\Delta h_1 + \Delta y_1 - \dfrac{H}{\gamma(C-B)} \\ \Delta h_1 = \left\{-\frac{1}{2}h + \dfrac{\frac{MT}{h} - GT + \frac{HC}{\gamma(C-B)}}{2R_1}\right\} \\ \pm\sqrt{\left\{-\frac{1}{2}h + \dfrac{\frac{MT}{h} - GT + \frac{CH}{\gamma(C-B)}}{2R_1}\right\}^2 - \left(GT + \frac{CH}{\gamma(C-B)}\right)\frac{h}{R_1}} \end{cases}$$

Es ist hierzu nur noch zu erwähnen, dass

b_1 und h_1 die Längen von Quecksilbersäulen sind bei der Temperatur τ^0 und dass die entsprechenden Längen bei 0^0 b und h sind.

l_1, y_1, p_1 sind Längen von Stäben aus Glas und Eisen bei der Temperatur τ, die Längen bei 0^0 sind l_0, y_0 und p_0 — Die Querschnitte C_0, B_0 und E_0 haben bei τ^0 die Werthe C, B und E, Q ist das Volumen des engen Theiles der Troges und γ das Gewicht der Volumeneinheit Quecksilber bei der Temperatur τ^0 C. Demnach wird man die Bewegung der Röhre bei Aenderungen der Temperatur leicht berechnen können.

III. Die Vereinigung beider Instrumente zur Bestimmung des Luftdruckes und der Temperatur der Instrumente.

Berechnet man mit Hilfe der unter 11 bis 14 gegebenen Formeln die Ausschläge des Instrumentalthermometers, so findet man als Resultat folgende Tabelle:

Ausschläge des Instrumentalthermometers.
Argumente: Temperatur desselben und Luftdruck.

τ	710mm	720mm	730mm	740mm	750mm
	mm	mm	mm	mm	
-20^0	+ 17.1	+ 23.3	+ 28.7	+ 34.0	+ 39.9
-10^0	+ 2.7	+ 9.2	+ 14.6	+ 19.9	+ 26.1
0^0	- 11.9	- 5.4	0.0	+ 5.3	+ 11.5
$+10^0$	— 27.5	— 21.0	— 15.6	— 10.3	— 4.1
$+20^0$	— 44.6	— 37.8	— 32.4	— 27.1	— 20.5

Digitized by Google

Will man nun die beiden Instrumente zur Bestimmung von Druck und Temperatur benutzen, so erscheint es als das einfachste, sich eine Tabelle zu construiren, welche mit den beiden Argumenten: „Ausschlag des Wagebarometers und des Instrumentalthermometers," beide Grössen b und τ gibt. Versuche, eine solche Tabelle zu berechnen, haben mir jedoch wahrscheinlich gemacht, dass dieser Weg nicht zweckmässig sein dürfte. Dagegen lässt sich aus der Tabelle auf Seite 16 leicht eine andere Tabelle interpoliren, die folgendermassen sich ergibt:

Ausschläge des Wagebarometers mit den Argumenten: „Luftdruck- und Instrumentaltemperatur."

(Berechnet nach Tabelle Seite 16.)

τ^0 C	710mm	720mm	730mm	740mm	750mm	τ^0 C
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
— 20	— 42.4	— 27.8	— 11.2	+ 5.7	+ 21.9	— 20°
— 10	— 40.8	— 26.2	— 9.8	+ 7.5	+ 24.1	— 10°
0	— 39.2	— 24.4	— 7.9	+ 9.3	+ 25.7	0°
+ 10	— 37.6	— 22.7	— 6.1	+ 11.2	+ 27.3	+ 10°
+ 20	— 36.1	— 21.0	— 4.3	+ 12.8	+ 28.9	+ 20°

Diese beiden Tabellen lassen sich nun zu einer einzigen zusammenziehen und so kann eine Tafel construirt werden, aus der man durch Eingehen mit den Beobachtungen an den beiden Instrumenten sofort den Luftdruck und auch die Temperatur der beiden Instrumente erhalten kann.

Tafel zur Reduction der Ablesungen am Wagebarometer und Instrumentalthermometer auf Luftdruck und Temperatur der Instrumente.

	710mm	720mm	730mm	740mm	750mm	
— 20°C	— 42.4 + 17.1	— 27.8 + 23.3	— 11.2 + 28.7	+ 5.7 + 34.0	+ 21.9 + 39.9	— 20°C
— 10°C	— 40.8 + 2.7	— 26.2 + 9.2	— 9.8 + 14.6	+ 7.5 + 19.9	+ 24.1 + 26.1	— 10°C
0°C	— 39.2 — 11.9	— 24.4 — 5.4	— 7.9 0.0	+ 9.3 + 5.3	+ 25.7 + 11.5	0°C
+ 10°C	— 37.6 — 27.5	— 22.7 — 21.0	— 6.1 — 15.6	+ 11.2 — 10.3	+ 27.3 — 4.1	+ 10°C
+ 20°C	— 36.1 — 44.6	— 21.0 — 37.8	— 4.3 — 32.4	+ 12.8 — 27.1	+ 28.9 — 20.5	+ 20°C

Digitized by Google

NB. Die obere Zahl ist der Ausschlag des Wagebarometers; die untere der Ausschlag des Instrumentalthermometers.

Ueber die Anwendung dieser Tabelle braucht nicht viel gesagt zu werden. Wäre z. B. beobachtet worden am Wagebarometer der Ausschlag $+ 9{,}3^{mm}$ und zu gleicher Zeit am Instrumentalthermometer $+ 5{,}3^{mm}$, so würde man mit diesen beiden Grössen in die Tafel eingehen und horizontal und vertical die Columnenüberschriften aufzusuchen haben. In unserem Beispiele würde man gefunden haben 740^{mm} und $0°C$ und man würde demnach zu dem Resultate gekommen sein, dass in dem Augenblicke, wo die beiden Instrumente obige Ablesungen lieferten, die Temperatur der Instrumente $= 0°C$ gewesen war und der Luftdruck (auf $0°C$ reducirt) den Werth 740^{mm} gehabt hatte.

Sind die zusammengehörigen Werthe nicht gleich in der Tabelle enthalten, wird man interpoliren müssen.

Es wird sich jedoch hier empfehlen, dass man die Tafel gleich so weit anlegt, dass die Interpolation nicht nöthig wird. Man wird demnach die zusammengehörigen Werthe von ξ und η von Zehntel zu Zehntel Millimeter Barometerstand° und von Zehntel zu Zehntel Grad Temperatur berechnen. Dann wird man natürlich nicht die einzelnen Werthe von ξ und η direct aus der Formel berechnen, sondern aus einer kleineren Tafel die grosse interpoliren. Diese Interpolationen lassen sich mit Hilfe der Thomas'schen Rechenmaschine sehr leicht und schnell ausführen und es wird die Nothwendigkeit einer solchen ausführlichen Tabelle gewiss nicht gegen meine Vorschläge sprechen. Der Umstand ferner, dass das Instrument an einem Orte aufgestellt werden soll, wo wenigstens sprungweise Temperaturänderungen des Instrumentes abgehalten sind, wird auch bewirken, dass man immer an derselben Stelle der Tafel die Ablesungen vorzunehmen hat und demnach das Aufsuchen der betreffenden Stelle der Tafel wenig oder gar keinen Zeitverlust erfordern wird.

IV. Das Thermometer zur Registrirung der Lufttemperaturen.

Das in Fig. 3a und Fig. 3b dargestellte Instrument unterscheidet sich von dem vorigen zur Registrirung der Instrumentaltemperaturen bestimmten dadurch, dass das Rohr durch eine Leitung capillarer Röhren [1]) mit dem Lufthermometergefässe G in Verbindung steht.

1) Regnault empfiehlt Capillarröhren aus Silber von $^1/_3{}^{mm}$ lichtem Durchmesser. Bei grossem Thermometergefässe dürften wohl auch enge Bleiröhren gut zu verwenden sein.

Digitized by Google

Dieses ist frei exponirt und kann die darin befindliche Luft die Temperatur der Umgebung leicht annehmen, während das Registririnstrument vor schnellen Temperaturänderungen so viel als möglich geschützt ist. Die Röhrenleitung ist bei b möglichst leicht beweglich, so dass der Bewegung des Wagebalkens kein Hinderniss entgegengesetzt wird [1]).

Fig. 3a stellt das Instrument dar in der Normalstellung, d. h. wenn die Temperaturen der äusseren Luft und des Instrumentes $= 0°C$ und der Luftdruck den mittleren angenommenen Werth hat. Dagegen soll Fig. 3 b die Stellung des Instrumentes darstellen, wenn die äussere Temperatur die Grösse $t°C$, die innere $\tau°C$ besitzt und der auf $0°C$ reducirte Barometerstand $b_0 + \triangle b$ ist.

Theorie des Instrumentes.

Es soll V_0 das Volumen der in dem Apparate befindlichen Luft im normalen Zustande ($0°C$ und 760^{mm} Druck) sein. Das Volumen des Thermometergefässes G bis zu dem Puncte a sei v, das Volumen von diesem Puncte bis zum offenen Ende der Röhre v'. Wenn bis a die Luft die Temperatur $t°C$, von a an aber die Temperatur τ besitzt so wird die in den beiden Theilen des Apparates befindliche Luft im normalen Zustande die Volumina v_0 und v_0' einnehmen, so dass

$$V_1 = v_0 + v_0'$$

sein muss. Die Zustände der Luft in den beiden verschieden temperirten Theilen des Instrumentes sind nun folgendermassen characterisirt durch Volumen, Druck und Temperatur:

$$v \; ; \; h^{cm} \; ; \; t°C$$
$$v' - (b - h + l + x - y)C \; ; \; h^{cm} \; \tau°C$$

Demnach gelten für beide Zweige folgende aus dem Mariotte-Gay Lussac'schen Gesetze sich ergebende Gleichungen:

$$\begin{cases} \dfrac{vh}{v_0 76} = \dfrac{273}{T_1} \\ \dfrac{[v' - (b + l - h + x - y)C]h}{v'_0 76} = \dfrac{273}{T_2} \end{cases}$$

worin h die Spannung der Luft, T_1 und T_2 die absoluten Temperaturen der beiden Zweige sind.

---

1) Man würde die Einrichtung auch so treffen können, dass man eine Röhre mitten in der Barometerröhre in die Höhe leitet; es wird sich dies vielleicht einfacher arrangiren lassen und die Theorie des Instrumentes wenig modificiren.

Digitized by Google

Entwickelt man daraus v_0 und v_0', berücksichtigt die Gleichung

$$V_0 = v_0 + v'_0$$

und setzt

$$1)\ M = V_0 \frac{76}{273},$$

so erhält man die Gleichung

$$2)\ 0 = -\frac{M}{h} + \frac{v}{T_1} + \frac{v' - (b+l+x-h-y)C}{T_2}$$

Zu dieser Gleichung kommen noch die beiden bekannten Hauptgleichungen des Wagebarometers, so dass das vollständige System der Gleichungen, welche bei dem Gleichgewichtszustand des Instrumentes erfüllt sein müssen, folgendermassen lautet:

$$3)\begin{cases} 0 = -\frac{M}{h} + \frac{v}{T_1} + \frac{v' - (b+l+x-h-y)C}{T_2} \\ 0 = -P + A + (b+l+x-h-y)\gamma C - (x+l-y)\gamma B \\ 0 = -S + (b+l+x-h-y)\gamma C - (x+l-y)\gamma B \\ \qquad\quad + (p-y)\gamma E + Q \end{cases}$$

Hierin ist P das Gewicht der vollen Röhre, A das Gewicht der leeren Röhre sammt Aufhängevorrichtung, S das Gewicht des im Apparat befindlichen Quecksilbers. C, B und E sind Querschnitte, Q das Gewicht des im engen Theil des Apparates befindlichen Quecksilbers, die anderen Grössen werden sich leicht aus der Figur 3 b ergeben.

Ich werde nun die Einwirkung von Aenderungen in der äusseren Temperatur, im Luftdruck und in der inneren Temperatur nach einander untersuchen.

1) Bewegung durch Aenderung der äusseren Temperatur.

Ich nehme an, es habe die innere Temperatur den Werth

$$\tau = 0$$

und der Luftdruck sei b_0, dann gestaltet sich das System 3) wie folgt:

$$4)\begin{cases} 0 = -\frac{M}{h} + \frac{v}{T_1} + \frac{v' - (b_0+l_0+x-h-y)C_0}{273} \\ 0 = -P + A + (b_0+l_0+x-h-y)\gamma_0 C_0 + (l_0+x-y)\gamma_0 B_0 \\ 0 = -S + (b_0+l_0+x-h-y)\gamma_0 C_0 + (l_0+x-y)\gamma_0 B_0 \\ \qquad\quad + (p_0-y)\gamma_0 E_0 + Q_0 \end{cases}$$

Digitized by Google

Eine Aenderung von T_1 bringt eine ebensolche von P, x, h und y hervor[1]).

Die Differentialgleichungen der Bewegung erhält man dann leicht:

$$5)\begin{cases} 0 = -\frac{v}{T_1^2}\,dt + \left(\frac{M}{h^2} + \frac{C_0}{273}\right)dh - \frac{C_0}{273}\,dx + \frac{C_0}{273}\,dy \\ 0 = -\gamma_0 C_0\,dh + \left[-\frac{\delta P}{\delta x} + \gamma_0 (C_0 - B_0)\right]dx - \gamma_0 (C_0 - B_0)\,dy \\ 0 = -\gamma_0 C_0\,dh + \gamma_0 (C_0 - B_0)\,dx - \gamma_0 (C_0 - B_0 + E_0)\,dy \end{cases}$$

Geht man nun von den unendlich kleinen Aenderungen in T_1 zu endlichen über, wird man das System 5 zu integriren haben. Die Grenzen der Integrationen ergeben sich leicht, wenn man die Annahme macht, dass sich die äussere Temperatur von 273° C bis T_1 bewegt. Dann ändert sich der Druck in den Grenzen h_0 und $h_0 + \Delta h$, x von 0° bis Δx, und y von y_0 bis $y_0 + \Delta y$. Integrirt man nun die Gleichungen des Systems 5) mit Rücksicht auf das vorhin Gesagte, so findet man:

$$6)\begin{cases} O = \left(\frac{v}{T_1} - \frac{v}{273}\right) - \left(\frac{M}{h_0 + \Delta h} - \frac{M}{h_0}\right) + \frac{C_0}{273}\Delta h - \frac{C_0}{273}\Delta x \\ \qquad\qquad + \frac{C_0}{273}\Delta y \\ O = -\int_0^{\Delta x} \frac{\delta P}{\delta x}\,dx - C_0\gamma_0\Delta h + \gamma_0 (C_0 - B_0)\Delta x - \gamma_0 (C_0 - B_0)\Delta y \\ O = -C_0\gamma_0\Delta h + \gamma_0 (C_0 - B_0)\Delta x - \gamma_0 (C_0 - B_0 + E_0)\Delta y \end{cases}$$

Für den speciellen Fall

7) P = Const.,

den wir hier annehmen können, da $C < B$ und desshalb die Bedingung erfüllt ist, unter der bei constantem Gegengewicht das System im stabilen Gleichgewicht sein kann[2]), ergibt sich aus diesen Gleichungen, wenn man noch setzt

$$8)\quad N_0 = \frac{C_0 B_0}{C_0 - B_0}$$

---

1) Es ändert sich zwar auch das Volumen v des Gefässes G, diese Aenderung ist aber gegenüber der Aenderung im Volumen der Luft zu vernachlässigen und daher v als constant anzunehmen. Wollte man einem etwaigen Fehler vorbeugen, so würde man den Ausdehnungscoëfficienten der Luft etwas kleiner oder, was dasselbe ist, die absolute Temperatur des Nullpunctes etwas grösser, vielleicht = 275° nehmen können.

2) Dies. Repertorium. Bd. VIII, Seite 257 und 258.

Digitized by Google

$$\text{I.}\quad \begin{cases} \Delta y = 0 \\ \Delta h = \dfrac{B_0}{N_0}\Delta x \\ \Delta x = -\dfrac{1}{2B}\left(v\dfrac{t}{T_1} + N_0 h_0 - M\dfrac{273}{h_0}\right) \\ \qquad \pm\sqrt{\left[\dfrac{1}{2B}\left(\dfrac{vt}{T_1} + N_0 h_0 - \dfrac{273M}{h_0}\right)\right]^2 - \dfrac{N_0}{B_0}\dfrac{t}{T_1}vh_0} \end{cases}$$

2) Bewegungen durch Aenderung des Luftdruckes bei constanter äusserer und innerer Temperatur.

Setzt man noch die innere Temperatur $\tau = 0°$ C voraus, so gestalten sich die Gleichungen 3), wenn die äussere Temperatur $= t°$C und der auf 0°C reducirte Barometerstand $= b$ gesetzt werden, folgendermassen:

$$9)\quad \begin{cases} 0 = -\dfrac{M}{h} + \dfrac{v}{T_1} + \dfrac{v' - (b + l_0 + x - h - y)C_0}{273} \\ 0 = -P + A + (b + l_0 + x - h - y)C_0\gamma_0 - (l_0 + x - y)B_0\gamma_0 \\ 0 = -S + (b + l_0 + x - h - y)C_0\gamma_0 - (l_0 + x - y)B_0\gamma_0 \\ \qquad + (p_0 - y)E_0\gamma_0 + Q_0 \end{cases}$$

Die Differentiation in Bezug auf b, x, h, y und P ergibt:

$$10)\quad \begin{cases} 0 = -\dfrac{C_0}{273}db + \left(\dfrac{M}{h^2} + \dfrac{C_0}{273}\right)dh - \dfrac{C_0}{273}dx + \dfrac{C_0}{273}dy \\ 0 = C_0\gamma_0 db - C_0\gamma_0 dh + \left[-\dfrac{\delta P}{\delta x} + \gamma_0(C_0 - B_0)\right]dx - \gamma_0(C_0 - B_0)dy \\ 0 = C_0\gamma_0 db - C_0\gamma_0 dh + \gamma_0(C_0 - B_0)dx - \gamma_0(C_0 - B_0 + E_0)dy \end{cases}$$

Will man hier die Differentialgleichungen der Bewegung integriren und so die Bewegungsgleichungen mit endlichen Werthen aufstellen, so findet man die Integrationsgrenzen folgendermassen:

b ändert sich zwischen den Grenzen b_0 und $b_0 + \Delta b$.

Dagegen haben h, x und y für jede Temperatur t einen anderen Werth, es wird demnach dieselbe Aenderung im Luftdruck eine andere Zustandsänderung im Instrumente hervorbringen, wenn die äussere Temperatur verschieden ist.

Will man also die Aenderungen Δx_1; Δh_1 und Δy_1, welche die Aenderung des Luftdruckes um Δb hervorbringt, für die gegebene äussere Temperatur t berechnen, so wird man mit diesem t nach den Formeln 1 die Werthe von Δx, Δh und Δy berechnen und findet dann als die unteren Grenzen bei der Integration des Systems 10 folgende Werthe:

Digitized by Google

$$11)\begin{cases} x = \Delta x \\ h = h_0 + \Delta h \\ y = y_0 + \Delta y \end{cases}$$

Dann sind die oberen Grenzen $x + \Delta x_1$; $h + \Delta h_1$ und $y + \Delta y_1$ und man bekommt:

$$12)\begin{cases} 0 = \frac{C_0}{273}\Delta b + \left(-\frac{M}{h+\Delta h_1} + \frac{M}{h} + \frac{C_0}{273}\Delta h_1\right) - \frac{C_0}{273}\Delta x_1 \\ \qquad\qquad + \frac{C_0}{273}\Delta y_1 \\ 0 = \gamma_0 C_0 \Delta b - \gamma_0 C_0 \Delta h_1 - \int_x^{x+\Delta x_1} \frac{\delta P}{\delta x} dx + \gamma_0 (C_0 - B_0)\Delta x_1 \\ \qquad\qquad - \gamma_0 (C_0 - B_0)\Delta y_1 \\ 0 = \gamma_0 C_0 \Delta b - \gamma_0 C_0 \Delta h_1 \qquad + \gamma_0 (C_0 - B_0)\Delta x_1 \\ \qquad\qquad - \gamma_0 (C_0 - B_0 + E_0)\Delta y_1 \end{cases}$$

Für den speciellen Fall:

13) $P = \text{Const.}$

wird $\frac{\delta P}{\delta x} = 0$ und es ergibt sich zur Berechnung der Aenderung im Instrumente:

$$\text{II.}\begin{cases} \Delta y_1 = 0 \\ \Delta x_1 = \frac{N_0}{B_0}(\Delta h_1 - \Delta b) \\ \Delta h_1 = -\frac{1}{2}\left(h - \Delta b - \frac{273 M}{N_0 h}\right) \\ \qquad \pm\sqrt{\left[\frac{1}{2}\left(h - \Delta b - \frac{273 M}{N_0 h}\right)\right]^2 + h\Delta b} \end{cases}$$

3. Aenderung im Instrumente durch Variation der Instrumentaltemperatur bei constantem Luftdrucke b und constanter äusserer Temperatur t.

Die Formeln, welche zur Berechnung der dritten Aenderungen im Werthe h, x und y dienen, kann man auf ähnliche Weise erhalten, wie die Formeln sub I und II. Man wendet jedoch jedenfalls zweckmässiger hier folgendes Verfahren an.

Unter der Bedingung, dass der auf 0° C reducirte Barometerstand $b = b_0 + \Delta b$ ist, dass die äussere Temperatur $= t°$ C, die innere dagegen $= 0°$ C, haben die Hauptgleichungen folgende Gestalt:

Digitized by Google

$$14)\begin{cases} 0 = -\frac{M}{h}+\frac{v}{T_1}+\frac{v'-(b+l_0+x-h-y)C_0}{273} \\ 0 = -P+A+(b+l_0+x-h-y)\gamma_0 C_0-(l_0+x-y)\gamma_0 B_0 \\ 0 = -S \quad +(b+l_0+x-h-y)\gamma_0 C_0-(l_0+x-y)\gamma_0 B_0 \\ \qquad\qquad +(p_0-y)\gamma_0 E_0+Q_0 \end{cases}$$

Es ist hierin:

$$15)\begin{cases} x = 0 + \Delta x + \Delta x_1 \\ y = y_0 + \Delta y + \Delta y_1 = y_0 \\ h = h_0 + \Delta h + \Delta h_1 \\ b = b_0 + \Delta b \end{cases}$$

Steigt nun, während b und t constant bleiben, die Temperatur des Instrumentes um τ_0, so kommen noch die Aenderungen Δx_2, Δy_2 und Δh_2 im Stande des Instrumentes hinzu und die Hauptgleichungen lauten dann:

$$16)\begin{cases} 0 = -\frac{M}{h+\Delta h_2}+\frac{v}{T_1} \\ \qquad +\frac{v'-(b+l_0+x-h-y+\Delta x_2-\Delta h_2-\Delta y_2)C_0}{T_2} \\ 0 = -P+A+(b_1+l_1+x-h_1-y_1+\Delta x_2-\Delta h_2-\Delta y_2)\gamma_1 C_1 \\ \qquad -(x+l_1-y_1+\Delta x_2-\Delta y_2)\gamma_1 B_1 \\ 0 = -S \quad +(b_1+l_1+x-h_1-y_1+\Delta x_2-\Delta h_2-\Delta y_2)\gamma_1 C_1 \\ -(x+l_1-y_1+\Delta x_2-\Delta y_2)\gamma_1 B_1+(p_1-y_1-\Delta y_2)\gamma_1 E_1+Q_1 \end{cases}$$

Subtrahirt man die Gleichungen des Systems 14 von den entsprechenden im System 16, und setzt

$$17)\begin{cases} H = [(b_1+l_1+x-h_1-y_1)\gamma_1 C_1-(b+l_0+x-h-y)\gamma_0 C_0] \\ \qquad -[(l_1+x-y_1)\gamma_1 B_1-(l_0+x-y)\gamma_0 B_0] \\ F = H+[(p_1-y_1)\gamma_1 E_1-(p_0-y)\gamma_0 E_0]+(Q_1-Q_0) \\ G = \frac{v'-(b+l_0+x-h-y)C_0}{273\ T_2}\tau \end{cases}$$

so erhält man folgendes System von Bewegungsgleichungen:

$$18)\begin{cases} 0 = -G+\left(\frac{M\Delta h_2}{h(h+\Delta h_2)}+\frac{C_1{}^*)}{T_2}\Delta h_2\right)-\frac{C_1}{T_2}\Delta x_2+\frac{C_1}{T_2}\Delta y_2 \\ 0 = H-\gamma_1 C_1\Delta h_2+\gamma_1(C_1-B_1)\Delta x_2-\gamma_1(C_1-B_1)\Delta y_2 \\ 0 = F-\gamma_1 C_1\Delta h_2+\gamma_1(C_1-B_1)\Delta x_2-\gamma_1(C_1-B_1+E)\Delta y_2 \end{cases}$$

*) Es ist in der ersten der Gleichungen 18 statt C_0 der bequemeren Rechnung wegen C_1 eingeführt. In der durch Ausdehnung der Luft bedingten Gleichung wird man sich dies ohne grossen Fehler gestatten können. Ebenso ist bei Entwickelung dieser Gleichung die Veränderung der Constanten des Instrumentes, als sehr klein gegenüber der Ausdehnung der Luft, unberücksichtigt geblieben.

Digitized by Google

Aus den Gleichungen 18) erhält man nun das dritte Formelsystem:

$$\text{III.}\begin{cases} \Delta y_2 = \dfrac{[(p_1 - y_1)\gamma_1 E_1 - (p_0 - y)\gamma_0 E_0] + (Q_1 - Q_0)}{\gamma_1 E_1} \\ \Delta x_2 = \dfrac{N_1}{B_1}\Delta h_2 + \Delta y_2 + \dfrac{H}{\gamma_1 (C_1 - B_1)} \\ \Delta h_2 = -\dfrac{1}{2}\left[h - \dfrac{MT_2}{N_1 h} + \dfrac{GT_2}{N_1} - \dfrac{C_1 H}{N_1 \gamma_1 (C_1 - B_1)}\right] \\ \qquad \pm \sqrt{\left[\dfrac{1}{2}\left(h - \dfrac{MT_2}{N_1 h} + \dfrac{GT_2}{N_1} - \dfrac{C_1 H}{N_1 \gamma_1 (C_1 - B_1)}\right)\right]^2 - \dfrac{GhT_2}{N_1} + \dfrac{C_1 Hh}{N_1 \gamma_1 (C_1 B_1)}} \end{cases}$$

Es ist hierzu nur noch zu erwähnen, dass

b_1 und h_1 die Längen von Quecksilbersäulen sind, welche die Längen b und h bei der Tempenatur τ^0 besitzen.

Ebenso haben die Glas- und Eisenstäbe l_0, p_0 und y, bei τ^0 die Grösse l_1, p_1 und y_1. C_1, B_1 und E_1 sind die Querschnitte bei τ_0, während die entsprechenden Grössen bei 0^0 C_0, B_0 und E_0 sind. Q_1 ist das Gewicht Quecksilber, welches der enge Theil des Troges bei τ^0 fasst, Q_0 die Capacität desselben bei 0^0 C. γ_1 und γ_0 sind Gewichte der Volumeneinheit Quecksilber bei τ^0 resp. 0^0C

$$T_2 = 273 + \tau \text{ und } N_1 = \frac{C_1 B_1}{C_1 - B_1}.$$

Entwickelung von Tabellen zur Auffindung der äusseren Temperatur mit Hilfe des beobachteten Ausschlages des Luftthermometers, der bekannten inneren Temperatur desselben und des Luftdruckes.

Ich gehe nun dazu über, zu zeigen, wie die Formeln sub I, II und III angewendet werden können zur Aufstellung von Tabellen, aus denen man sofort die äussere Temperatur ohne jede Rechnung erhält und wie man die Dimensionen des Instrumentes berechnen kann, so dass es den gegebenen Anforderungen entspricht.

Der Rechnung lege ich folgende Annahmen zu Grunde:

Es seien die Querschnitte der Röhre

$$C_0 = 3^{cmq} \quad B_0 = 4{,}4^{cmq}$$

Das Volumen des Thermometergefässes habe bis a die Grösse

$$v = 2000^{cc},$$

die Luft im Instrument besitze im normalen Zustande (0^0 C und 76^{cm}) das Volumen

$$V_0 = 1000^{cc}$$

Digitized by Google

Nun ist noch h_0 unbekannt. Um zu sehen, wie sich die Bewegung des Instrumentes unter verschiedenen Annahmen von h_0 gestaltet, habe ich die Bewegung der Röhre für $h_0 = 10^{cm}$, 20^{cm}, 30^{cm} und 40^{cm} berechnet. Letzteres ist der äusserste Werth, den man annehmen kann, da das Volumen des Thermometergefässes das doppelte ist von dem Volumen der im Instrumente befindlichen Luft. Das Instrument soll bei 0° äusserer und innerer Temperatur und bei dem mittleren Barometerstand

$$b_0 = 73^{cm}$$

auf 0 einstehen, das heisst der Wagebalken horizontal stehen. Der Wagebalken sei geradlinig, also

$$P = \text{Const.}$$

Setzt man nun voraus

$$b_0 = 73^{cm} \quad \tau = 0° C$$

so ergeben sich Ausschläge Δx des Instrumentes, welche mit den Anfangsdrücken h_0 als horizontale Argumente, und mit den äusseren Temperaturen als verticale Argumente in der folgenden Tabelle zusammengestellt sind.

t	$h_0 = 10^{cm}$	$h_0 = 20^{cm}$	$h_0 = 30^{cm}$	$h_0 = 40^{cm}$	t
	mm	mm	mm	mm	
− 30°	+ 6.7	+ 25.1	+ 52.2	+ 85.2	− 30°C
− 20°	+ 4.3	+ 16.4	+ 34.3	+ 56.2	− 20°C
− 10°	+ 2.1	+ 8.0	+ 16.9	+ 27.8	− 10°C
0°	0.0	0.0	0.0	0.0	0°C
+ 10°	− 2.0	− 7.7	− 16.5	− 27.3	+ 10°C
+ 20°	− 3.9	− 15.1	− 32.6	− 54.0	+ 20°C
+ 30°	− 5.7	− 22.3	− 48.3	− 80.2	+ 30°C

Daraus sieht man, dass das Instrument um so günstiger wirkt, je stärker die Luft in demselben gespannt ist. Demnach wird man bei unserem Instrumente das Volumen der Luft in dem inneren Theile des Apparates so klein als möglich machen, um einen grössten Werth von h_0 zu erhalten.

Ich mache nun die Annahme weiter, man habe das Instrument so eingerichtet, dass

$$h_0 = 35^{cm}$$

und bekomme dann folgende Tabelle:

Digitized by Google

Tabelle I.

Aenderungen im Instrumente bei Variation der äusseren Temperatur von 0° C auf t° C.

$x_0 = 0$ $h_0 = 350^{mm}$, $b_0 = 730^{mm}$; $\Delta y = 0$

t	Δh	Δx	t
	mm	mm	
− 30°C	− 31.8	+ 68.2	− 30°C
− 20°C	− 20.9	+ 44.8	− 20°C
− 10°C	− 10.3	+ 22.1	− 10°C
0°C	0.0	0.0	0°C
+ 10°C	+ 10.1	− 21.7	+ 10°C
+ 20°C	+ 20.0	− 42.9	+ 20°C
+ 30°C	+ 29.7	− 63.7	+ 30°C

Diese Tabelle wird nun benutzt, um für jedes t die Grössen x und h bei $b_0 = 73^{cm}$ zu berechnen und mit Hilfe derselben nach den Formeln II die Aenderungen Δx_1 und Δh_1 zu finden, welche eine Aenderung des Luftdruckes bei gegebenem t hervorbringt. Die Resultate dieser Rechnung zeigt folgende Zusammenstellung:

Tabelle II.

Aenderungen durch Variation des Luftdruckes um Δb, bei gegebener äusserer Temperatur t, aber bei $\tau = 0$° C.

t°C	$b = 710$ mm		$b = 720$mm		$b = 730$mm		$b = 740$mm		$b = 750$mm		t°C
	Δh_1	Δx_1	Δh_1	Δx_1	Δh_1	Δx_1	Δh_1	Δx_1	Δh_1	Δx_1	
	mm	mm	mm	mm			mm	mm	mm	mm	
− 30°	− 2.2	− 38.1	− 1.1	− 19.1	0.0	0.0	+ 1.1	+ 19.1	+ 2.2	+ 38.1	− 30°
− 20°	− 2.4	− 37.7	− 1.2	− 18.8	0.0	0.0	+ 1.2	+ 18.8	+ 2.4	+ 37.7	− 20°
− 10°	− 2.5	− 37.5	− 1.3	− 18.6	0.0	0.0	+ 1.3	+ 18.6	+ 2.5	+ 37.5	− 10°
0°	− 2.6	− 37.2	− 1.3	− 18.6	0.0	0.0	+ 1.3	+ 18.6	+ 2.7	+ 37.1	− 0°
+ 10°	− 2.8	− 36.9	− 1.4	− 18.6	0.0	0.0	+ 1.4	+ 18.4	+ 2.8	+ 36.9	+ 10°
+ 20°	− 2.9	− 36.6	− 1.5	− 18.4	0.0	0.0	+ 1.5	+ 18.2	+ 2.9	+ 36.6	+ 20°
+ 30°	− 3.0	− 36.4	− 1.5	− 18.2	0.0	0.0	+ 1.5	+ 18.2	+ 3.1	+ 36.2	+ 30°

$\Delta y_1 = 0$ $b_0 = 730^{mm}$ $h_0 = 350^{mm}$ $x_0 = 0$

Ehe man nun weitergehen und die Aenderungen im Instrumente durch Veränderung der Instrumentaltemperatur berechnen kann, müssen erst die Dimensionen des Instrumentes näher bekannt sein.

Daher wird man erst folgende Zwischenrechnung einzuschieben haben:

Digitized by Google

Berechnung der Dimensionen des Instrumentes.

Damit die Tabellen I und II richtig sind, muss folgende Gleichung erfüllt sein:

$$0 = -\frac{M}{h_0} + \frac{v}{273} + \frac{v' - (b_0 + l_0 - h_0 - y_0) C_0}{273}$$

Es ist hierin $M = \frac{V_0 76}{273} = \frac{1000^{cc} \times 76^{cm}}{273}$.

Zerlegt man weiter l_0 in zwei Theile m und l, die so gewählt sind, dass l die Länge des streng cylindrischen Theiles der Röhre darstellt, vom offenen Ende an gemessen, so wird man v' zusammengesetzt denken können aus zwei Theilen. Der erste

$$l C_0$$

ist das Volumen des cylindrischen Theiles der Röhre, während der andere (v'') die Capillarröhren, den abgerundeten Theil der Röhre etc. umfasst. Dann lässt sich obige Gleichung sehr einfach in folgende umgestalten:

$$0 = -\frac{273 M}{h_0} + v + v'' - b_0 C_0 - m C_0 + h_0 C_0 + y_0 C_0$$

Nimmt man an, dass

$$m = 2^{cm} \text{ und } v'' = 100^{cc},$$

so bekommt man durch Einsetzen der übrigen bekannten Grössen

$$0 = -\frac{1000 \times 76}{35} + 2000 + 100 - 73 \times 3 - 2 \times 3 + 35 \times 3 + y_0 \times 3,$$

woraus folgt

$$y_0 = 63{,}8^{cm}$$

Damit ist der Abstand der Quecksilberoberfläche im Trog vom Niveau der Drehaxe des Wagebalkens gegeben.

Aus Tabelle I und II folgt nun, dass die Röhre im äussersten Falle um $63{,}7 + 36{,}4 = 100{,}1^{mm}$ steigen kann, nämlich bei $t = +30°$ C und $b = 710^{mm}$. Nun kommt noch eine steigende Bewegung bei Erhöhung der Instrumentaltemperatur hinzu, die zwar noch nicht bekannt ist, welche aber 50^{mm} kaum überschreiten dürfte. Berücksichtigt man ferner, dass die Aenderung des Niveau's im Trog gegenüber den anderen Bewegungen verschwindend klein ist, so wird eine Länge des eintauchenden Rohrstückes

$$\lambda = 15^{cm}$$

in allen Fällen ausreichen. Nun ist aber

$$\lambda = l_0 - y_0$$

Digitized by Google

also wird

$$15^{cm} = l_0 - 63{,}8^{cm}$$

sein müssen, was

$$l_0 = 78{,}8^{cm}$$

ergibt. Ich nehme an, es sei in Wirklichkeit

$$\underline{l_0 = 79^{cm}}$$

gemacht worden, dann ist auch in Wirklichkeit

$$\underline{\lambda = 15{,}2^{cm}}.$$

Dies gibt die Länge der Quecksilbersäule im Rohre

$$\lambda + b_0 - h_0 = 15{,}2 + 73 - 35 = 53{,}2^{cm}.$$

Da der cylindrische Theil des Rohres

$$l = l_0 - m = 79 - 2 = 77^{cm}$$

lang ist, so bleibt noch für die Quecksilbersäule im oberen Theil der Röhre die Länge

$$\underline{77 - 53.2 = 23{,}8^{cm}}$$

übrig. Es fragt sich nun, ob diese Länge ausreichen wird. Die Röhre wird am meisten mit Quecksilber gefüllt sein, wenn sie ihren tiefsten Stand einnimmt. Dieses findet aber statt bei $t = -30°$ C und $b = 750^{mm}$. Es ist dann $x = +68.2 + 38.1 = 106.3^{mm}$, $h = 350 - 31{,}8 + 2{,}2 = 320{,}4^{mm}$. Demnach ist die Länge der Quecksilbersäule im Rohre

$$l_0 - y_0 + x + b - h = 79 - 63.8 + 75 + 10{,}6 - 32{,}0 = 69.8^{cm}.$$

Dies gibt eine Zunahme von

$$69{,}8 - 53{,}2 = 16{,}6^{cm}.$$

Man sieht daraus, dass, da niedrigere Temperaturen als $-30°$ C und höhere Stände des Barometers als $+20^{mm}$ über dem Mittel bei uns wenigstens nicht oft vorkommen dürften, das Instrument vollständig ausreicht und auch bei der grössten Füllung der Röhre immer noch ein Luftraum von 5^{cm} Höhe im cylindrischen Theile übrig bleibt.

Eine Gefahr, dass bei sehr hohem Stande des Instrumentes das Rohr sich vollständig vom Quecksilber entleeren und Luft herausgetrieben werden könnte, liegt erst recht nicht vor.

Da so die Dimensionen der Röhre bekannt, wird es sich nun darum handeln, dieselben des Troges festzusetzen.

Die grösste Bewegung der Röhre nach beiden Seiten hin wird unter allen Umständen die Länge des eingetauchten Rohrstückes nicht überschreiten und demnach wird man den Abstand des Quecksilberniveau's im Trog vom Boden desselben höchstens gleich

$$\underline{2\lambda = 2 \times 15.2 = 30{,}4^{cm}}$$

Digitized by Google

zu machen haben. Ich habe nun bei meinem Beispiele den Trog als einen vollständigen Cylinder angenommen und deshalb wird

$$Q = 0$$

dagegen

$$p_0 - y_0 = 30{,}4^{cm}$$
$$p_0 = 94{,}2^{cm}.$$

Es soll nun ferner sein der Querschnitt des Troges

$$E_0 = 30^{cmq}$$

und endlich das Gewicht der leeren Röhre sammt Aufhängevorrichtung

$$A = 500^{gr}.$$

Dann erhält man das constante Gegengewicht P und die Menge des im Apparat befindlichen Quecksilbers S aus folgenden Gleichungen:

$$P = 500 + (73 + 79 - 35 - 63{,}8)\,3 \times 13{,}6 - (79 - 63{,}8) \times 4{,}4 \times 13{,}6$$
$$S = (73 + 79 - 35 - 63{,}8) \times 3 \times 13{,}6 - (79 - 63{,}8) \times 4{,}4 \times 13{,}6 + (94{,}2 - 63{,}8) \times 30 \times 13{,}6$$

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$P = 1{,}760 \text{ Kilo}$$
$$S = 13{,}66 \text{ Kilo}^{1}).$$

Demnach werden wir den folgenden Rechnungen die vorher gefundenen Constanten des Apparates zu Grunde legen können, die ich jetzt kurz zusammenstellen will:

$$V_0 = 1000^{cc} \quad v = 2000^{cc} \quad v' = 331^{cc} \quad Q_0 - 0$$
$$l_0 = 79^{cm} \quad b_0 = 73^{cm} \quad h_0 = 35^{cm} \quad y_0 = 63{,}8^{cm} \quad x_0 = 0 \quad p_0 = 94{,}2^{cm}$$
$$C_0 = 3^{cmq} \quad B_0 = 4{,}4^{cmq} \quad E_0 - 30^{cmq}$$
$$A = 0{,}5 \text{ Kilogr.} \quad P = 1{,}760 \text{ Kilogr.} \quad S = 13{,}66 \text{ Kilogr.}$$

$$\gamma_0 = 13{,}596^{gr} \quad \gamma_t = \frac{13{,}596}{1 + 0.000179\,t + 0.00000003\,t^2}$$

$$b_t = b\,(1 + 0.000179\,t + 0.00000003\,t^2)$$
$$h_t = h\,(1 + 0.000179\,t + 0.00000003\,t^2)$$
$$l_t = l_0\,(1 + 0.000008\,t); \quad p_t = p_0\,(1 + 0.000011\,t); \quad y_t = y\,(1 + 0.000011\,t)$$
$$C_t = C_0\,(1 + 0.000016\,t); \quad B_t = B_0\,(1 + 0.000016\,t);$$
$$E_t = E_0\,(1 + 0.000022\,t).$$

---

1) Es würde vollkommen ausreichen, wenn man das Quecksilber im weiten Theil des Troges mit 30^{cmq} Querschnitt nur $0{,}4^{cm}$ hoch stehen lässt, dagegen den übrigen 30^{cm} nur einen Querschnitt von 10^{cmq} gibt. Dadurch vermindert mun die Quecksilbermasse im Apparat um $30 \times 20 = 600^{cc} = 8{,}16$ Kilogr. und dann würde der Apparat anstatt 13,66 Kilogr. nur 5,5 Kilogr. Quecksilber brauchen.

Digitized by Google

Berechnet man mit Hilfe dieser Werthe nach den Formeln sub III die Grössen Δx_2, Δy_2 und Δh_2, so findet man Resultate, die in den folgenden Tabellen zusammengestellt sind.

$\tau = -20°\,C \quad \Delta y = -0.2^{mm}$

$t°C$	$b = 710^{mm}$		720		730		740		750		$t°C$
	Δx_2	Δh_2	Δx_2	Δh_2	Δx_2	Δh_2	Δx_2	Δh_2	Δx_2	Δh_2	
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	
−30	+ 1.9	− 1.2	+ 2.0	− 1.2	+ 2.1	− 1.3	+ 2.3	− 1.4	+ 2.5	− 1.5	−30
−20	+ 2.2	− 1.3	+ 2.4	− 1.4	+ 2.5	− 1.5	+ 2.7	− 1.6	+ 2.8	− 1.6	−20
−10	+ 2.6	− 1.5	+ 2.8	− 1.6	+ 2.9	− 1.7	+ 3.1	− 1.8	+ 3.2	− 1.8	−10
0	+ 2.9	− 1.7	+ 3.2	− 1.8	+ 3.4	− 1.9	+ 3.5	− 2.0	+ 3.6	− 2.0	0
+10	+ 3.4	− 1.9	+ 3.6	− 2.0	+ 3.8	− 2.1	+ 3.9	− 2.2	+ 4.0	− 2.2	+10
+20	+ 3.9	− 2.1	+ 4.0	− 2.2	+ 4.2	− 2.3	+ 4.3	− 2.4	+ 4.4	− 2.4	+20
+30	+ 4.3	− 2.3	+ 4.5	− 2.4	+ 4.7	− 2.5	+ 4.8	− 2.6	+ 4.9	− 2.7	+30

$\tau = -10°\,C \quad \Delta y_2 = -0.1^{mm}$

$t°C$	710		720		730		740		750		$t°C$
	Δx_2	Δh_2	Δx_2	Δh_2	Δx_2	Δh_2	Δx_2	Δh_2	Δx_2	Δh_2	
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	
−30	+ 0.9	− 0.6	+ 1.0	− 0.6	+ 1.0	− 0.6	+ 1.1	− 0.7	+ 1.2	− 0.7	−30
−20	+ 1.1	− 0.6	+ 1.2	− 0.7	+ 1.2	− 0.7	+ 1.3	− 0.8	+ 1.4	− 0.8	−20
−10	+ 1.3	− 0.7	+ 1.4	− 0.8	+ 1.4	− 0.8	+ 1.5	− 0.9	+ 1.6	− 0.9	−10
0	+ 1.5	− 0.8	+ 1.6	− 0.9	+ 1.7	− 0.9	+ 1.7	− 1.0	+ 1.8	− 1.0	0
+10	+ 1.7	− 0.9	+ 1.8	− 1.0	+ 1.9	− 1.0	+ 1.9	− 1.1	+ 2.0	− 1.1	+10
+20	+ 1.9	− 1.0	+ 2.0	− 1.1	+ 2.1	− 1.1	+ 2.1	− 1.2	+ 2.2	− 1.2	+20
+30	+ 2.1	− 1.1	+ 2.2	− 1.2	+ 2.3	− 1.2	+ 2.4	− 1.3	+ 2.4	− 1.3	+30

$\tau = +10°\,C \quad \Delta y_2 = +0.1^{mm}$

$t°C$	710		720		730		740		750		$t°C$
	Δx_2	Δh_2	Δx_2	Δh_2	Δx_2	Δh_2	Δx_2	Δh_2	Δx_2	Δh_2	
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	
−30	− 1.0	+ 0.6	− 1.0	+ 0.6	− 0.9	+ 0.6	− 0.8	+ 0.5	− 0.7	+ 0.5	−30
−20	− 1.2	+ 0.7	− 1.1	+ 0.7	− 1.1	+ 0.6	− 0.9	+ 0.6	− 0.8	+ 0.6	−20
−10	− 1.4	+ 0.8	− 1.3	+ 0.8	− 1.3	+ 0.7	− 1.1	+ 0.7	− 1.0	+ 0.6	−10
0	− 1.6	+ 0.9	− 1.5	+ 0.9	− 1.5	+ 0.8	− 1.3	+ 0.8	− 1.2	+ 0.7	0
+10	− 1.8	+ 1.0	− 1.7	+ 1.0	− 1.7	+ 0.9	− 1.5	+ 0.9	− 1.4	+ 0.8	+10
+20	− 2.0	+ 1.1	− 1.9	+ 1.1	− 1.9	+ 1.0	− 1.7	+ 1.0	− 1.6	+ 0.9	+20
+30	− 2.3	+ 1.2	− 2.2	+ 1.2	− 2.1	+ 1.1	− 2.0	+ 1.1	− 1.8	+ 1.1	+30

Digitized by Google

$$\tau = +20^{\circ}\,C \quad \Delta y_2 = +0{,}2^{mm}$$

$t^{\circ}C$	710		720		730		740		750		$t^{\circ}C$
	Δx_2	Δh_2	Δx_2	Δh_2	Δx_2	Δh_2	Δx_2	Δh_2	Δx_2	Δh_2	
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	
−30	− 2.1	+ 1.3	− 2.0	+ 1.3	− 1.9	+ 1.2	− 1.6	+ 1.1	− 1.4	+ 1.0	−30
−20	− 2.4	+ 1.4	− 2.3	+ 1.4	− 2.2	+ 1.3	− 1.9	+ 1.2	− 1.7	+ 1.1	−20
−10	− 2.8	+ 1.6	− 2.7	+ 1.6	− 2.6	+ 1.5	− 2.3	+ 1.4	− 2.1	+ 1.3	−10
0	− 3.2	+ 1.8	− 3.1	+ 1.8	− 3.0	+ 1.7	− 2.7	+ 1.6	− 2.5	+ 1.5	0
+10	− 3.6	+ 2.0	− 3.5	+ 2.0	− 3.4	+ 1.9	− 3.1	+ 1.8	− 2.9	+ 1.7	+10
+20	− 4.1	+ 2.2	− 3.9	+ 2.2	− 3.8	+ 2.1	− 3.5	+ 2.0	− 3.3	+ 1.9	+20
+30	− 4.6	+ 2.4	− 4.4	+ 2.4	− 4.2	+ 2.3	− 4.0	+ 2.2	− 3.8	+ 2.1	+30

Von den sämmtlichen in den vorstehenden Tabellen enthaltenen Werthen sind nur die unterstrichenen direct mittels der Formeln III berechnet, die Zwischenwerthe aber interpolirt. Aus denselben kann man direct die Bewegung entnehmen, welche die Röhre ausführt, wenn bei gegebenem Barometerstand und äusserer Temperatur sich die Temperatur des Instrumentes ändert.

Will man nun den Ausschlag bestimmen, den das Instrument zeigt, wenn die äussere Temperatur $= t^{\circ}C$, der auf $0^{\circ}C$ reducirte Barometerstand $= b$ und die äussere Temperatur $= \tau$, so wird man zunächst mit t in Tabelle I eingehen und den Werth Δx finden, dann geht man mit t und b in Tabelle II und findet Δx_1, und endlich geht man in diejenige der Tabellen III, welche mit τ überschrieben, und sucht mit den Argumenten t und b einen dritten Werth Δx_2.

Dann ist

$$x = \Delta x + \Delta x_1 + \Delta x_2$$

Anstatt diese etwas umständliche Operation auszuführen, kann man gleich sich Tabellen entwerfen, aus denen man sofort durch einmaliges Eingehen den Werth von x finden kann. Die Construction dieser Tabellen ist so einfach, dass ich die Beschreibung derselben weglassen und nur die fertigen Resultate zu geben brauche.

Digitized by Google

Definitive Tabellen zur Bestimmung der äusseren Temperatur mit den Argumenten Ausschlag und Temperatur des Instrumentes und Barometerstand.

	$\tau = -20^0$ C $y = 637{,}8$mm					
t^0 C	710	720	730	740	750	t^0 C
	mm	mm	mm	mm	mm	
-30^0	+ 32.6	+ 51.4	+ 70.3	+ 89.3	+ 108.2	-30^0
-20^0	+ 9.9	+ 28.7	+ 47.3	+ 66.0	+ 84.7	-20^0
-10^0	− 12.2	+ 6 6	+ 25.0	+ 43.6	+ 62.1	-10^0
0^0	− 33.7	− 15.1	+ 3.3	+ 21.7	+ 40.0	0^0
$+10^0$	− 54.6	− 36.4	− 17.9	+ 0.3	+ 18.6	$+10^0$
$+20^0$	− 75.1	− 57.2	− 38.7	− 20.7	− 2.4	$+20^0$
$+30^0$	− 95.2	− 77.1	− 59.0	− 41.0	− 23.2	$+30^0$

	$\tau = -10^0$ C $y = 637.9$mm					
t^0 C	710	720	730	740	750	t^0 C
	mm	mm	mm	mm	mm	
-30^0	+ 31.2	+ 50.2	+ 69.2	+ 88.3	+ 107.2	-30^0
-20^0	+ 8.5	+ 27.3	+ 46.0	+ 64.8	+ 83.6	-20^0
-10^0	− 13.8	+ 50.	+ 23.6	+ 42.2	+ 60.8	-10^0
0^0	− 35.5	− 16.9	+ 1.7	+ 20.1	+ 38.6	0^0
$+10^0$	− 56.6	− 38.4	− 19.8	− 1.5	+ 16.9	$+10^0$
$+20^0$	− 77.3	− 59.4	− 40.8	− 22.7	− 4.4	$+20^0$
$+30^0$	− 97.7	− 79.5	− 61.4	− 43.3	− 25.4	$+30^0$

	$\tau = 0^0$ C $y = 638.0$mm					
t^0 C	710	720	730	740	750	t^0 C
	mm	mm	mm	mm	mm	
-30^0	+ 30.1	+ 49.1	+ 68.2	+ 87.3	+ 106.3	-30^0
-20^0	+ 7.1	+ 26.0	+ 44.8	+ 63.6	+ 82.5	-20^0
-10^0	− 15.4	+ 3.5	+ 22.1	+ 40.8	+ 59.6	-10^0
0^0	− 37.3	− 18.6	0.0	+ 18.5	+ 37.1	0^0
$+10^0$	− 58.6	− 40.3	− 21.7	− 3.3	+ 15.2	$+10^0$
$+20^0$	− 79.5	− 61.5	− 42.9	− 24.7	− 6.3	$+20^0$
$+30^0$	− 100.1	− 81.9	− 63.7	− 45.5	− 27.5	$+30^0$

Digitized by Google

	$\tau = +10^0$ C $y = 638.1^{mm}$					
t^0 C	710	720	730	740	750	t^0 C
	mm	mm	mm	mm	mm	
-30^0	+ 29.1	+ 48.1	+ 67.3	+ 86.5	+ 105.6	-30^0
-20^0	+ 5.9	+ 24.9	+ 43.7	+ 62.7	+ 81.7	-20^0
-10^0	− 16.8	+ 2.2	+ 20.8	+ 39.7	+ 58.5	-10^0
0^0	− 38.9	− 20.1	− 1.5	+ 17.2	+ 35.9	0^0
$+10^0$	− 60.4	− 42.0	− 23.4	− 4.8	+ 13.8	$+10^0$
$+20^0$	− 81.5	− 63.4	− 44.8	− 26.4	− 7.9	$+20^0$
$+30^0$	− 102.4	− 84.1	− 65.8	− 47.5	− 29.3	$+30^0$

	$\tau = +20$ C $y = 638.2^{mm}$					
t^0 C	710	720	730	740	750	t^0 C
	mm	mm	mm	mm	mm	
-30^0	+ 28.0	+ 47.1	+ 66.3	+ 85.7	+ 104.9	-30^0
-20^0	+ 4.7	+ 23.7	+ 42.6	+ 61.7	+ 80.8	-20^0
-10^0	− 18.2	+ 0.8	+ 19.5	+ 38.5	+ 57.4	-10^0
0^0	− 40.5	− 21.7	− 3.0	+ 15.8	+ 34.6	-0^0
$+10^0$	− 62.2	− 43.8	− 25.1	− 6.4	+ 12.3	$+10^0$
$+20^0$	− 83.6	− 65.4	− 46.7	− 28.2	− 9.6	$+20^0$
$+30^0$	− 104.7	− 86.3	− 67.9	− 49.5	− 31.3	$+20^0$

Obige Tabellen ergeben den Ausschlag x, welchen bei der äusseren Temperatur t^0, der inneren τ und dem Barometerstand b das Luftthermometer zeigt.

Die Verwendbarkeit dieser Tabellen wird wohl ohne Weiteres verständlich sein. Durch Beobachtung des Wagebarometers und des Instrumentalthermometers bekommt man b und τ. Man geht in die Tabelle für das Lufthermometer, welche die Ueberschrift τ hat, mit dem Argumente b ein und sucht diejenige Lufttemperatur t, welche dem am Luftthermometer beobachteten Ausschlag x entspricht.

Wäre z. B. beobachtet worden an den drei Instrumenten:

$$\xi = -36.1^{mm} \quad \eta = -44{,}6^{mm} \quad x = -104{,}7^{mm}$$

so erhält man aus Tabelle Seite (17)

$$\tau = +20^0\,C \quad b = 710^{mm}$$

und weiter aus der mit $\tau = +20^0$ C überschriebenen Tabelle Seite 34

$$t = +30^0\,C.$$

Digitized by Google

Die Tabellen auf Seite 33 und 34 wird man natürlich ebensoweit anlegen, wie schon die Tabelle auf Seite (17), so dass man bei der Reduction der Diagramme des Registririnstrumentes keine Interpolation nöthig hat. Auch hier, wie bei allen diesen Rechnungen, leistet die Rechenmaschine von Thomas ganz unschätzbare Hilfe.

V. Entwurf eines Instrumentes zur Registrirung von Luftdruck und Lufttemperatur unter Benützung von Wagebarometer und Lufthermometer.

Auf die im Vorhergehenden entwickelten Resultate gestützt, habe ich nun versucht, ein Instrument zusammenzustellen, welches den Luftdruck, die Lufttemperatur und die Temperatur der Instrumente selbstthätig aufzeichnen kann. Ich habe den Entwurf in $\frac{1}{10}$ natürlicher Grösse in Fig. 4 ausgeführt und sind namentlich die Dimensionen in Röhren, Gefässen der drei Instrumente, diejenigen, welche ich bei meinen vorhergehenden Beispielen angenommen habe. Der Entwurf trägt natürlich nur den Charakter einer Skizze und es wird sich, sollte an Ausführung eines solchen Instrumentes geschritten werden, manche Aenderung nöthig machen.

Ich werde nun die einzelnen Theile des Instrumentes etwas näher beschreiben.

1) Barograph.

Bei dem Barograph sind Röhre und Trog mit a_1 und b_1 bezeichnet und ist bei denselben nichts zu bemerken, als dass der Trog aus Eisen gefertigt gedacht. Der Wagebalken c_1 hat eine kleine Abänderung erhalten. Die Röhre und auch das Gegengewicht für constantes Moment d_1 sind am Stahlband aufgehängt, das sich auf Kreislinien auflegt, welche die Enden des Wagebalkens bilden.

Dadurch wird die seitliche Verschiebung der Röhre und des Gewichtes für constantes Moment vermieden, man kann den engen Theil des Troges sehr klein im Querschnitt machen und hat den Vortheil, dass, wenn man mit d_1 die Markirvorrichtung verbindet, diese sich nur geradlinig bewegt und sicher geführt werden kann. Die beiden Hebelarme haben das Verhältniss 1 : 2, so dass d_1 die Bewegung der Röhre verdoppelt angibt.

2) Lufthermometer.

Die starke Bewegung der Röhre a_2 des Lufthermometers, welche über $\pm$ 130^{mm} betragen kann, macht einen Uebergang vom Wage-

Digitized by Google

balken zur Rolle c_2 nöthig, und erfordert eine Einrichtung, wie sie bei dem Barographen von King in Liverpool sich schon vorfindet.[1]) Die Axe dieser Rolle wird man auf Frictionsrollen gehen lassen, um die Beweglichkeit möglichst zu vermehren. Der Radius der Rolle, an welcher die Röhre hängt, hat eine Grösse von 5^{cm}, während der Radius der mit dieser fest verbundenen Rolle, an welcher das constante Gegengewicht d_2 hängt, 10^{cm} beträgt. Auch hier wird d_2 die Bewegung der Röhre verdoppelt anzeigen. Das Thermometergefäss hängt frei in der Luft und ist nur durch Schirme gegen Sonne und Regen geschützt. Von demselben geht eine enge Röhre herunter nach a_2 und mündet in den oberen Theil desselben durch ein leicht bewegliches Rohrstück g_2.[2])

3. Instrumentalthermometer.

Auch bei diesem Instrumente haben Röhre und Trog a_3 und b_3 die früher berechneten Dimensionen, der Wagebalken ist durch eine Rolle c_3, von derselben Beschaffenheit wie c_2, ersetzt und d_3 ist das constante Gegengewicht.

4. Registrirvorrichtung.

Die sämmtlichen drei Röhren müssen mit einem Maassstab versehen sein, der an einem festen Nonius sich bewegt, so dass man die Bewegung der Röhren direct beobachten kann. Ausserdem sollen die Stände der Röhren entweder continuirlich oder in bestimmten Intervallen automatisch aufgezeichnet werden. Man hat zu diesem Zwecke

---

1) Report of the astronomer to the marine committee mersey docks of the Harbour Board. December 1865. Liverpool 1866.

2) Statt dessen wird man auch die Communication des Thermometergefässes mit dem Rohre a_2 durch eine Röhre herstellen, die von unten in a_2 eingeführt ist und deren Mündung natürlich über dem höchsten Quecksilberstande liegen muss. Ueberhaupt scheint es mir zweckmässig, auch hier die Einrichtung so wie beim Instrumentalthermometer zu treffen, nämlich bei $b_0 = 730^{mm}$, $t = 0$ und $\tau = 0$ der Luft im Thermometer eine Spannung $h_0 = b_0$ zu geben, so dass dann das Quecksilber in der Röhre ebenso hoch wie im Troge steht. Es hat dies zwei wesentliche Vortheile: erstens wird dann Luftverlust bei etwaigen Undichtheiten am meisten vermieden, da dann der Druck im Instrumente ebenso oft über als unter dem der Atmosphäre sein wird, und zweitens wird dann der grösste Theil des Gewichtes der Röhre durch den Auftrieb compensirt, dadurch die Rollen möglichst wenig belastet und dies muss die Beweglichkeit derselben erhöhen, mithin die Empfindlichkeit des Instrumentes vermehren. Ob sich dabei andere Uebelstände einstellen, muss der Erfahrung überlassen bleiben.

Digitized by Google

verschiedene Methoden in Anwendung gebracht, rein mechanische, bei der die zur Aufzeichnung nöthigen Bewegungen durch Gewichte erzeugt und durch eine Uhr regulirt werden, oder auch hat man den electrischen Strom verwendet und mit Hilfe desselben und einer Uhr die Markirungen hervorgebracht. In der neueren Zeit hat man bei anderen Instrumenten, wie z. B. bei den Chronographen, die mechanische Wirkung des Inductionsfunkens benutzt, und auch diesen habe ich bei dem Entwurfe meines Instrumentes angewendet. Ob die Einrichtung, wie ich sie in Fig. 4 skizzirt, sich practisch bewähren wird, kann ich natürlich nicht wissen. Jedoch glaube ich nach den Erfahrungen, die man bis jetzt mit dem Inductionsfunken gemacht hat, annehmen zu können, dass bei guter Ausführung der Apparat seine Schuldigkeit thun und sich auch wohl einfacher gestalten wird, als die electromagnetischen Einrichtungen.

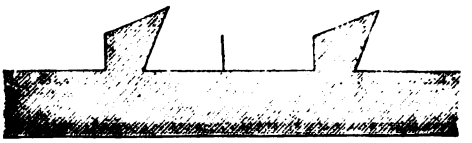
Jedenfalls glaube ich, es ist besser, man tritt mit einem bestimmten, aber noch mangelhaften Project auf, als dass man sich nur in unbestimmten Redensarten ergeht.

Die Uhr des Instrumentes ist so eingerichtet, dass der grosse Zeiger alle fünf Minuten auf kurze Zeit den Strom einer kräftigen Batterie schliesst. Der Strom geht durch die primären Drähte von drei Inductionsrollen. Die durch Unterbrechung des Stromes in diesen Rollen inducirten Ströme werden nach c_1, c_2 und c_3 geleitet, gehen in der metallischen Leitung nach d_1, d_2 und d_3, springen von den an diesen Gewichten angebrachten Spitzen über nach den drehbaren Cylindern $e_1 f_1$, $e_2 f_2$ und $e_3 f_3$, von wo aus die Ströme wieder zurückkehren. Ich habe die Leitung des Batteriestromes ausgezogen, dagegen die Leitungen der Inductionsströme punctirt angelegt.

Ueber die Cylinder $e_1 f_1$ etc. hin werden nun Papierstreifen gezogen, diese durch den Inductionsfunken durchlöchert und so die Markirung erzeugt. Vielleicht dürfte es zweckmässig sein, das Papier zu präpariren, so dass es nicht nur durchlöchert, sondern auch zugleich etwas gefärbt wird, was das nachherige Ablesen bedeutend erleichtern dürfte.

Die Vorrichtung zum Schliessen und Oeffnen des Stromes denke ich mir folgendermassen. Um das Zifferblatt der Uhr, isolirt, ist ein Metallring gelegt, der verticalstehende Zähne trägt, von umstehender Form:

Digitized by Google



Dem Zeiger wird der Strom zugeleitet; sowie er an einen solchen Zahn des Ringes, der den anderen Pol der Batterie bildet, kommt, wird der Strom geschlossen und momentan geöffnet, sowie der Zeiger den Zahn verlässt. Sollte sich dies nicht bewähren, so würde man leicht zu einer Quecksilberunterbrechung übergehen können.

Das Fortrücken des Papieres kann dadurch bewirkt werden, dass man die drei Streifen über einen Cylinder leitet, der durch einen Haken an dem Anker eines Electromagneten, welcher in ein Zahnrad am Cylinder eingreift, in Bewegung gesetzt wird. Das Fortrücken findet dann allemal im Moment des Stromschlusses statt und kann durch dieselbe Batterie, welche auch die Induction erzeugt, bewirkt werden. Ganz ähnliche Vorrichtungen haben Hipp bei seinen Aneroid-barographen [1]) und Wild an seinem Wagebarograph [2]).

Schlusswort.

Indem ich diese Vorschläge zur Construction eines für die Meteorologie so wichtigen Apparates den Meteorologen zur Prüfung übergebe, sehe ich mich genöthigt, noch einiges hinzuzufügen über die Besprechung meiner ersten Arbeit durch den Director des phys. Central-Observatoriums in Petersburg, Herrn Dr. H. Wild, in seiner Abhandlung „Ueber die Bestimmung des Luftdruckes.“ [3])

Herr Wild stellt zunächst darin die Behauptung auf, dass ich vorgeschlagen, das Wagebarometer zu graduiren, indem man den Ausschlag

---

1) Dinglers polyt. Journal 1863. Bd. 168. S. 241.

2) Repertorium für Meteorologie. Bd. III. S. 132. NB. Das Fortrücken geschieht beim Wild'schen Instrumente beim Oeffnen des Stromes, bei Hipp aber beim Schliessen.

3) Repertorium für Meteorologie, herausgegeben von der kais. Academie der Wissenschaften, redigirt von Dr. H. Wild, etc. Bd. III Seite 1—145. 1874.

Digitized by Google

desselben mit der Länge der durch das Kathetometer gemessenen Quecksilbersäule vergleicht, dass er dies schon längst practisch ausgeführt, aber wegen zu grosser Fehlerquellen für Ungeübte wieder aufgegeben; er glaube, dass noch kein Wagebarograph anders als auf empirische Weise graduirt sei.

Aus diesen Behauptungen muss ich ersehen, dass es Herr Wild nicht der Mühe werth gehalten hat, meine Arbeit durchzulesen, denn sonst müsste er wissen, dass ich die Bewegung des Barographen aus den, allerdings mit dem Kathetometer und der Wage bestimmten Constanten des Instrumentes voraus berechnet habe und nur die Richtigkeit meiner Rechnung durch nachträgliche Messungen mit dem Kathetometer controlirte. Demnach ist in Wirklichkeit schon ein Barograph anders als auf empirischem Wege graduirt worden. Das Kathetometer soll bei meinem Instrumente nur dazu dienen, um sich von der Constanz des Instrumentes zu überzeugen. Dasselbe wird man also nicht einem ungeübten Beobachter in die Hände geben, auch nicht jeden Tag damit beobachten. Man wird nach meinem Vorschlage auch nicht die Vergleichungen der Ausschläge der Barographen mit der durch das Kathetometer gemessenen Quecksilbersäule benutzen, um die Reductionsformel herzuleiten, sondern nur um sich von dem unveränderten Zustande des Instrumentes zu überzeugen und dazu genügen höchstens zwei Beobachtungsreihen im Jahre bei guten Instrumenten.

Ein unbefangener Leser, der die Arbeit des Herrn Wild im 2. Bande dieses Repertoriums und meine Arbeiten in Band 8 und 9 aufmerksam und gründlich durchgelesen, wird wohl nicht mehr daran zweifeln können, dass ich einen Vorschlag gemacht, der von dem von Herrn Wild angewendeten und wieder verlassenen Verfahren sehr weit verschieden ist.

In einem weiteren Theil, der die Ueberschrift trägt: „Zur Geschichte des Wagebarometers“ weiss Herr Wild von mir nur anzugeben, dass ich „eine genauere Vergleichung der Theorie des Wagebarometers mit den Erfahrungen vorgenommen und eine befriedigende Uebereinstimmung gefunden.“

Dem entgegen sehe ich mich zu entschiedenen Prioritätsreclamationen genöthigt, die mir nach den vorigen Entstellungen meiner Vorschläge durch Herrn Wild um so nöthiger erscheinen.

Digitized by Google

Ich nehme in Anspruch, dass ich die Theorie des Wagebarometers zuerst allgemein, das heisst für jede beliebige Gestalt desselben aufgestellt habe, dass ich ferner die Theorie angewendet, um nicht nur die Bewegung eines fertigen Instrumentes scharf zu berechnen, sondern auch gezeigt, wie man die Dimensionen des Instrumentes vorausberechnen kann, so dass dasselbe gegebenen Anforderungen entspricht. Die Anwendung der höheren Mathematik gestattete mir ferner die Abweichungen der Röhre und des Troges von der Cylindergestalt, sowie Veränderungen in dem Abstande des Troges und des Wagebalkens von einander in Rechnung zu ziehen. Dadurch war ich im Stande, im Voraus, ehe das Instrument aufgestellt, eine Tabelle zu berechnen, welcher man mit den Argumenten: Temperatur des Instrumentes und Ausschlag desselben sofort den auf 0° C. reducirten Barometerstand entnehmen kann und habe so die zur Reduction eines Diagramms des Barographen nöthige Arbeit auf ein Minimum beschränkt. Es ist dies alles kurz in meiner zweiten Arbeit: „Ueber ein zweckmässiges Verfahren zur Reduction der Wagebarometer-Registrirungen" im 9. Band des Repertoriums S. 129 näher ausgeführt.

Diese letzte Arbeit kennt Herr Wild nicht, trotzdem dieselbe im Sommer des Jahres 1873 im Drucke erschienen und ich sollte meinen, dass der Gegenstand, der darin behandelt, wichtig genug ist, um in einer Geschichte des Wagebarometers erwähnt zu werden. Ich glaube ruhig behaupten zu können, dass ich das Wagebarometer erst zu einem Messinstrument erhoben, während es bisher nur die Rolle eines Interpolationsinstrumentes gespielt und bei Herrn Wild jetzt noch spielt.

Wenn nun auch die Ableitung der Formeln keine Schwierigkeiten bot und in mathematischer Beziehung die Arbeit ohne grossen Werth ist, so ändert dies doch nichts an meinen Behauptungen; es handelt sich bei einem Fortschritt in der Wissenschaft nicht darum, dass er grosse Mühe macht und Scharfsinn erfordert, sondern dass er überhaupt gemacht wird. Das Verfahren des Herrn Wild mir gegenüber, die Entstellung der Thatsachen und das Uebergehen des Haupttheiles meiner Arbeit, hat mich sehr befremdet und ich habe diese Abhandlung nicht schliessen können, ohne der Befremdung einen Ausdruck gegeben zu haben.

Wenn ein Mann, wie Herr Wild, dem die Wissenschaft so unbestrittene Fortschritte verdankt, auf einer so hohen Stufe unter

Digitized by Google

den Forschern im Gebiete der meteorologischen Wissenschaft steht, sollte es ihm nur ein Vergnügen sein, der mühsamen Arbeit eines so unbedeutenden Gegners, wie ich bin, Gerechtigkeit widerfahren zu lassen, anstatt derselben in einer Weise zu begegnen, der man die liebenswürdige Absicht gleich anmerkt.

Chemnitz am 31. Dezember 1874.

Digitized by Google

Ueber eine Modification der herrschenden Gastheorie.

von

C. Puschl.

Wenn eine Flüssigkeit in einem geschlossenen Gefässe unter einem als überall gleich anzusehenden Drucke steht, den wir durch die entsprechende Höhe h einer Säule derselben Flüssigkeit messen können, so fliegen durch eine irgendwo gemachte Oeffnung die an sie stossenden Flüssigkeitstheilchen mit der Geschwindigkeit

$$U = \sqrt{2gh} \qquad 1)$$

heraus, wenn g die Beschleunigung der Schwerkraft ist.

Bedeutet p den in der Flüssigkeit herrschenden Druck auf 1 Quadratmeter in Kilogrammen und v das Volumen von 1 Kilogramm derselben, so ist die Druckhöhe $h = pv$ Meter und wir haben daher auch

$$U = \sqrt{2gpv} \qquad 2)$$

Grenzt also eine Flüssigkeit, während sie sonst unter einem gewissen Drucke steht, irgendwo an einen Raum, in welchem eine vollkommen freie Bewegung gestattet ist, so treten die benachbarten Theilchen in denselben mit einer Geschwindigkeit ein, die ihrer Grösse nach derjenigen gleich ist, welche sie bei freiem Falle durch die entsprechende Druckhöhe erlangen würden. In freie Räume, welche innerhalb einer Flüssigkeit momentan vorhanden wären, müssten die angrenzenden Theilchen gleichfalls mit solchen Geschwindigkeiten hineinstürzen. Auf die Grösse dieser Räume käme es dabei nicht an, wenn nur die Bewegung in denselben vollkommen frei wäre. Einen Raum nun, in welchem seine Bewegung vollkommen frei ist, gibt es für jedes Flüssigkeitstheilchen; es ist dessen Gleichgewichtsort, d. h. jener Raum, für welchen die auf ein solches allseitig einwirkenden Kräfte sich aufheben. Insofern also in einer Flüssigkeit zwischen ihren Theilchen eine durchschnittlich überall gleiche Spannung herrscht, müssen dieselben sich durch ihre Gleichgewichtsorte mit Geschwindigkeiten bewegen, als wenn sie von der entsprechenden Druckhöhe frei

Digitized by Google

herabgefallen wären. Es sei m die Masse eines Flüssigkeitstheilchens und, alle als gleich angenommen, n deren Zahl in der Gewichtseinheit, also $nmg = 1$, so ist die zur Erzeugung jenes Bewegungszustandes nöthige Arbeitskraft

$$\frac{nmU^2}{2} = \frac{U^2}{2g} = pv,$$

deren thermisches Aequivalent $= \frac{pv}{A}$ ist, wenn A das Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit bedeutet.

Indem bei diesem Bewegungszustande in der Flüssigkeit durchschnittlich überall der Druck p herrscht, muss jedes Theilchen derselben diesen allseitigen äusseren Druck durch einen allseitigen inneren Gegendruck compensiren. Bezeichnen wir nun die Wärmemenge, welche 1 Kilogramm der Flüssigkeit vermöge des Zustandes besitzt, demzufolge in jedem Theilchen derselben eine gewisse, dem allseitigen Drucke p das Gleichgewicht haltende innere Spannung resultirt, mit w_1, so ist das ganze in der gedachten Flüssigkeit vorhandene Wärmeäquivalent

$$w = w_1 + \frac{pv}{A}. \qquad 3)$$

In den schwer zusammendrückbaren Flüssigkeiten beträgt das Wärmeäquivalent $\frac{pv}{A}$ unter den gewöhnlichen Umständen nur einen sehr kleinen Theil ihrer Gesammtwärme, z. B. für Wasser bei 0° C. unter dem atmosphärischen Drucke noch nicht $\frac{1}{10000}$ derselben und da hier über die Grösse und den Sinn der Veränderung, welche die Wärmemenge w_1 durch Zusammendrückung erfahren mag, ohnehin nichts bekannt ist, so lässt sich für diese Körper vorderhand aus der obigen Gleichung kein erheblicher Gewinn ziehen.

Wenden wir nun unsere Gleichung 3) auf ein vollkommenes Gas an. Wir wollen dabei die Vorstellung zu Grunde legen, dass in diesem Falle die allseitige Spannung eines ausdehnsam flüssigen Volumelements dadurch erzeugt werde, dass die ein solches Volumelement ausmachenden Atome darin nach allen Seiten frei umherfliegen, wobei dasselbe als Ganzes noch eine eigene Bewegung besitzen kann. Es sei μ die Masse eines jeden dieser Atome und ν deren Zahl in einem gasförmigen Raumelemente $= r$ mit der Masse m, ferner u^2 das durchschnittliche Quadrat der Geschwindigkeit jener Atome innerhalb des Raumelementes r, so ist nach der bekannten Deduction

Digitized by Google

$$pr = \frac{\nu\mu u^2}{3} = \frac{mu^2}{3}$$

und somit für das Gasvolumen v, wenn man sich dieses aus n solchen Raumelementen bestehend denkt:

$$pv = \frac{nmu^2}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{nmu^2}{2}.$$

Die lebendige Kraft $\frac{nmu^2}{2}$ ist hierbei die zur Erzeugung des Druckes p im Volumen v nöthige Arbeitskraft, sie repräsentirt also die in der Gleichung 3) mit w_1 bezeichnete Wärmemenge, vorausgesetzt, dass die Atome des gedachten Gases in sich selbst keine Wärme besitzen, d. h. dass sie thermisch einfache Atome seien. Wir haben demnach für ein aus solchen Atomen bestehendes Gas zu setzen

$$Aw_1 = \frac{nmu^2}{2}$$

und hieraus folgt

$$pv = \frac{2}{2} Aw_1. \qquad 4)$$

Setzen wir den hieraus sich ergebenden Werth von

$$w_1 = \frac{3pv}{2A}$$

in die Gleichung 3) ein, so wird

$$w = \frac{3pv}{2A} + \frac{pv}{A} = \frac{5pv}{2A}$$

und somit

$$pv = \frac{2}{5} Aw \qquad 5)$$

d. h. die zur Erzeugung des Druckes in einem thermisch einfachen, vollkommenen Gase nöthige Wärmemenge macht zwei Fünftel seiner Gesammtwärme aus.

Andererseits ist bekanntlich, wenn k das Verhältniss der specifischen Wärme eines vollkommenen Gases bei constantem Drucke zu jener bei constantem Volumen bedeutet:

$$pv = (k-1) Aw; \qquad 6)$$

hält man diese Relation mit unserer Gleichung 5) zusammen, so folgt für ein thermisch einfaches, vollkommenes Gas

$$k - 1 = \frac{2}{5}$$

Digitized by Google

und daher

$$k = \frac{7}{5} = 1 \cdot 4.$$

Dieser oder ein ihm sehr nahe kommender Werth des Verhältnisses der specifischen Wärme bei constantem Drucke zu jener bei constantem Volumen kommt in einigen Gasen, und zwar in denjenigen, welche man für thermisch einfach zu halten den meisten Grund hat, wirklich vor, und ich glaube, dass, wenn die Urheber der hier benutzten Vorstellung von der Entstehung des Gasdruckes sogleich zu dem hier erhaltenen Resultate gekommen wären, dieses sicher für den glänzendsten Beweis der Richtigkeit jener Vorstellung gegolten hätte. Nach obiger Modification der ursprünglichen Theorie ist $\frac{5pv}{2A}$ das Minimum der in einem vollkommenen Gase überhaupt möglichen Gesammtwärme, wogegen nach der unmodificirten Theorie das Minimum der möglichen Gesammtwärme $= \frac{3pv}{2A}$ wäre, entsprechend einem Werthe von $k = \frac{5}{3} = 1 \cdot 667$; aber bisher ist keinem Gase ein auch nur annähernd so grosser Werth von k gefunden worden, und daher sahen sich Clausius und andere ihm beistimmende Physiker genöthigt, anzunehmen, dass selbst schon die am einfachsten constituirten Gase eine (auf die Grösse des Druckes nicht influirende) innere Atomwärme besitzen, von welcher man allerdings nicht weiter angeben konnte, warum sie gerade den zur Aufrechthaltung der Theorie ihr beizulegenden Werth haben sollte. Wie diejenigen anderer Physiker, haben auch die neueren darauf abzielenden Bemühungen Boltzmann's zu keinem befriedigenden Resultate geführt.

Nach dem Gesagten wird man, bei Festhaltung an der bisherigen Hypothese vom Entstehen des Gasdruckes, sich vorstellen müssen, dass die Atome eines Gases, indem sie innerhalb ihrer Spielräume nach allen Seiten frei hinfliegen und durch ihre Stösse einen allseitigen Druck erzeugen, zunächst die schon als ausdehnsam flüssig zu betrachtenden Volumelemente desselben constituiren, welche selbst in Folge sehr starker localer Druckdifferenzen sehr rasche gegenseitige Bewegungen haben, auf solche Weise Erschütterungswellen (Verdichtungen und Verdünnungen) bildend, deren Dimensionen immer noch von unmessbarer Kleinheit sind. Vermöge jener Druckdifferenzen

Digitized by Google

bestehen zwischen benachbarten Volumelementen bewegende Kräfte, welche unter sonst gleichen Umständen der absoluten Temperatur des Gases proportional sind, und es scheinen mir diese Kräfte von wesentlicher Bedeutung für die Vorgänge der Diffusion, Wärmeleitung und inneren Reibung der Gase sein zu müssen, welche Vorgänge ohnehin, was ihre Abhängigkeit von der Temperatur betrifft, keineswegs der ursprünglichen Theorie entsprechen und denen dieselbe in solcher Hinsicht erst durch später eingefügte Hilfshypothesen anzupassen versucht wurde.

Von den erwähnten Erschütterungswellen, als den Schallwellen ähnlich, wird man ohne Schwierigkeit zugeben, dass sie, obwohl ihnen locale Temperatur- und Druckdifferenzen entsprechen, doch auf die Temperatur und den Druck des Gases im Ganzen genommen keinen Einfluss ausüben. Dies führt dann zu dem wichtigen Schlusse, dass die Temperatur eines Gases (und wohl eines Körpers überhaupt) unabhängig ist von der den localen Druckdifferenzen entsprechenden Arbeitskraft und nur von der die allseitige Spannung seiner Volumelemente bedingenden, in der Gleichung 3) mit w_1 bezeichneten Wärme abhängt. Setzen wir für den Zustand eines vollkommenen Gases

$$w_1 = ct,$$

wobei t die absolute Temperatur und nach obiger Hypothese der Factor c ersichtlich eine constante Grösse ist, so ergibt sich aus 3) die Gleichung:

$$w = ct + \frac{pv}{A}, \qquad 7)$$

worin also ct die Temperaturwärme des Gases und das in wellenartigen Bewegungen bestehende Wärmeäquivalent $\frac{pv}{A}$ eine darin zwar immer vorhandene, aber auf dessen Temperatur nicht influirende Arbeitskraft vorstellt.

Es dürfte nun von Interesse sein, die specifische Temperaturwärme c für die permanent gasförmigen Grundstoffe aus den bezüglichen Versuchsresultaten numerisch zu bestimmen; denn diese specifische Wärme ist anscheinend diejenige, welche man zur Entscheidung der Frage, inwiefern solche Gase dem Gesetze von Dulong und Petit genügen, mit der experimentellen specifischen Wärme der festen oder flüssigen Grundstoffe vergleichen muss. Für diesen Zweck erhalten

Digitized by Google

wir zunächst aus der vorstehenden Gleichung mit Rücksicht auf die Relation 6):

$$\frac{ct}{w} = 1 - \frac{pv}{Aw} = 2 - k$$

und weil $\frac{ct}{w}$ zugleich das Verhältniss der specifischen Wärme c zu derjenigen bei constantem Volumen, nämlich, wenn wir letztere mit s_1 bezeichnen,

$$\frac{ct}{w} = \frac{c}{s_1}$$

ist, so folgt:

$$c = (2 - k)\, s_1; \qquad 8)$$

ferner ist, wenn wir die experimentelle specifische Wärme (bei constantem Drucke) s nennen, nach dem obigen $\frac{s}{s_1} = k$, und wir haben somit:

$$c = \frac{(2-k)s}{k}. \qquad 9)$$

Für die gasförmigen Grundstoffe Sauerstoff, Stickstoff und Wasserstoff fanden wir $k = 1.4$; es ist somit für diese Gase

$$c = \frac{3}{7} s. \qquad 9a)$$

Nach Regnault[1]) ist nun z. B. für Sauerstoff die specifische Wärme bei constantem Drucke $s = 0.2175$, woraus folgt:

$$c = 0.0932;$$

multiplicirt man diese Zahl mit dem gewöhnlich angenommenen Aequivalentgewichte des Sauerstoffs (= 16), so kommt als Product die für das erwähnte Gesetz viel zu kleine Zahl 1.4912. Da man es in solchen Fällen mit Vielfachen zu versuchen pflegt, so thun wir dieses auch hier und es zeigt sich, dass das Vierfache (= 64) des früher genommenen Aequivalentgewichts mit dem obigen Werthe von c multiplicirt das Product

$$5.9648$$

gibt (oder 37.28 nach den älteren Aequivalentzahlen, also hier die des Sauerstoffs = 400 gesetzt). Man darf dieses wohl als eine vollkommene Uebereinstimmung mit dem Gesetze von

1) Fortschritte der Physik. Bd. XVIII. S. 347.

Digitized by Google

Dulong und Petit bezeichnen. Für den Stickstoff folgt aus dem von Regnault gefundenen Werthe von $s = 0.2438$ die specifische Temperaturwärme $c = 0.1045$; das Product dieser Zahl mit dem Vierfachen ($= 56$) des gewöhnlich angenommenen Aequivalentgewichtes jenes Gases ist

$$5.8520$$

und das fast gleiche Product 5.8440 erhält man mit der aus dem Regnault'schen Versuchswerthe $s = 3.4090$ berechneten specifischen Temperaturwärme $c = 1.4610$ des Wasserstoffs, wenn man sein Aequivalentgewicht $= 4$ setzt. Von den drei einfachen Producten ist das Mittel $P = 1.4717$ und das Mittel aus den vierfachen Producten $4P = 5.8868$.

Dieses befriedigende Resultat[1]) scheint zu beweisen, dass die erwähnten Grundstoffe in ihrem freien gasförmigen Zustande ein viermal grösseres Aequivalentgewicht besitzen, als man ihnen nach ihren flüssigen oder festen Verbindungen gewöhnlich zuschreibt, und dass die specifische Wärme c in der That diejenige ist, mit welcher sie dem Gesetze von Dulong und Petit entsprechen. Wir wollen dieselbe deswegen die wahre specifische Wärme der Gase nennen.

Zur Probe dessen wollen wir aus den wahren specifischen Wärmen der Elemente des Wasserdampfes die wahre specifische Wärme dieser chemischen Verbindung berechnen. Da dieselbe auf 8 Gewichtstheile Sauerstoff 1 Gewichtstheil Wasserstoff enthält, so folgt zunächst für das entsprechende Knallgasgemenge

$$c = \frac{8 \times 0.0932 + 1 \times 1.4610}{9} = 0.2452;$$

das vierfache dieser Zahl $= 0.9808$ gibt fast genau die specifische Wärme des Wassers. Es scheint also, dass die Elemente des Wasserdampfes ohne Veränderung ihrer wahren specifischen Wärmen in diese Verbindung eingehen und das Aequivalentgewicht des Wasserdampfes

1) Dass die bezüglichen Producte bei den festen Grundstoffen durchschnittlich etwas grösser sind, ist insoferne ganz entsprechend, als dabei die ohne Zweifel etwas zu grosse experimentelle specifische Wärme benützt ist. Aus dem Anschlusse der permanent gasförmigen Grundstoffe an das Dulong-Petit'sche Gesetz folgt nach einer von mir aufgestellten Hypothese, dass dieselben für den weitaus grössten Theil der bei gewöhnlicher Temperatur vorkommenden Wärmestrahlung vollkommen opak sein müssen. Für Versuche über thermische Transparenz der Körper, namentlich solcher, welche etwa, wie der Kohlenstoff, die längsten Wärmewellen leicht durchlassen, ist diese Bemerkung von Wichtigkeit.

Digitized by Google

das Vierfache von dem des Wassers ist. Da die specifische Wärme des Eises nahe $= 1/2$ ist, so darf man nach den soeben erhaltenen Zahlenwerthen bereits vermuthen, dass die Aequivalentgewichte der Gase die einfachsten ganzen Multipla der für die entsprechenden flüssigen oder festen Körper gewöhnlich angenommenen sind.

Während nach der ursprünglichen Theorie alle Gase eine gewisse (zu ihrer Volumspannung nichts beitragende) innere Atomwärme besitzen müssten, ist nach unserer modificirten Theorie eine solche nur für jene Gase anzunehmen, in welchen, obwohl sie dem Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetze folgen, doch der Werth von k bedeutend kleiner als 1.4 ist. Gase von dieser Beschaffenheit mögen thermisch zusammengesetzt heissen. In denselben enthält also die Temperaturwärme ct neben der die Volumspannung erzeugenden Wärme $= \frac{3pv}{2A}$ noch einen für die Spannung unwirksam gemachten Theil, den wir mit $c_0 t$ bezeichnen wollen, oder es ist

$$ct = \frac{3pv}{2A} + c_0 t. \qquad 10)$$

Denken wir uns ein thermisch zusammengesetztes Gas aus zwei oder mehreren einfachen Gasen entstanden und bezeichnen wir die wahre specifische Wärme des entsprechenden Gemenges der letzteren mit C und dessen Volumen bei denselben Umständen mit V, so ist

$$Ct = \frac{3pV}{2A},$$

und somit

$$\frac{c - c_0}{C} = \frac{v}{V}, \qquad 11)$$

wonach also die bei dem Uebergange eines Gemenges thermisch einfacher Gase in ein thermisch zusammengesetztes Gas vorkommenden stets sehr einfachen Volumreductionen dadurch bedingt scheinen, dass die Temperaturwärme jedes Gases oder Gasgemenges nur nach Verhältnissen ganzer Zahlen wechseln und nur nach solchen Verhältnissen in einen volumspannenden und einen in dieser Hinsicht unwirksamen Theil zerfallen kann. Ich halte diese Folgerung in theoretischer Hinsicht für besonders beachtenswerth.

Da z. B. nach dem Obigen für den Wasserdampf $c = C$ und zugleich für denselben $\frac{v}{V} = \frac{2}{3}$ ist, so folgt für diesen Dampf aus 11):

Digitized by Google

$$c_0 = \frac{1}{3} c;$$

d. h. wenn man die Temperaturwärme des Gemenges der drei Gasvolume, welche sich zu Wasserdampf verbinden können, = 3 setzt, so ist auch diejenige des Wasserdampfes bei derselben Temperatur = 3, aber es wirkt hier davon nur ein Theil = 2 volumspannend, während ein Theil = 1 zwar als Temperaturwärme vorhanden, aber für die Spannung unwirksam gemacht ist.

Geben wir der Gleichung 10) die Form

$$\frac{(c-c_0)t}{w} = \frac{3pv}{2Aw},$$

so folgt aus derselben nach dem Früheren

$$\frac{c-c_0}{s_1} = \frac{3}{2}(k-1) \qquad 12)$$

und durch Combination dieser Formel mit 8)

$$\frac{c-c_0}{c} = \frac{3(k-1)}{2(2-k)}, \qquad 13)$$

wonach man aus dem Werthe von $\frac{c_0}{c}$ das Verhältniss k der specifischen Wärme bei constantem Drucke zu derjenigen bei constantem Volumen berechnen kann. Diese letztere Formel, mit 11) verbunden, gibt endlich noch:

$$\frac{c}{C} = \frac{v}{V} \cdot \frac{2(2-k)}{3(k-1)}. \qquad 14)$$

Für den Wasserdampf ist nach dem Obigen $c_0 = \frac{1}{3} c$ und hieraus folgt

$$k = \frac{17}{13} = 1{\cdot}3077,$$

folglich nach 9)

$$c = \frac{9}{17} s. \qquad 9b)$$

Da für diesen Dampf, wie wir vorhin gefunden haben, die wahre specifische Wärme $c = 0.2452$ anzunehmen ist, so erhält man mit diesen Daten für dessen specifische Wärme bei constantem Drucke den Werth $s = 0.4631$, ein Resultat, welches mit dem von Regnault erhaltenen Beobachtungswerthe (0.4750 nach einer früheren, oder 0.4805 nach der späteren Angabe) so nahe übereinstimmt, als man bei der vermuthlichen Abweichung des Wasserdampfes vom Mariotte'-

Digitized by Google

schen und Gay-Lussac'schen Gesetze, wodurch der experimentelle Werth von s grösser ausfällt, erwarten kann.

Aehnlich wie die permanent gasförmigen Grundstoffe, und die ihnen deswegen auch als thermisch einfach beizuzählenden, chemisch zusammengesetzten Gase: Kohlenoxyd, Stickstoffoxyd und Chlorwasserstoff, sehr nahe übereinstimmende Werthe von k (theoretisch = 1,4) haben, so zeigen hinwieder die chemisch zusammengesetzten Gase: Wasserdampf, Schwefelwasserstoff und Ammoniak nebst den darum für thermisch zusammengesetzt zu haltenden Gasen Chlor und Brom, einen nahe gleich stark verminderten Werth von k, den wir aus dem Verhalten des Wasserdampfes theoretisch $= \frac{17}{13} = 1{,}3077$ gefunden haben. Diesen Werth für das Ammoniakgas angenommen, folgt für dasselbe aus der Gleichung 13) ebenso, wie für den Wasserdampf:

$$c_0 = \frac{1}{3} c$$

und, weil für jenes Gas $\frac{v}{V} = \frac{1}{2}$ ist, nach 11)

$$c = \frac{3}{4} C;$$

d. h. wenn man die Temperaturwärme des Gemenges der vier Gasvolume, die sich zu Ammoniak verbinden können, = 4 setzt, so ist diejenige des Ammoniakgases bei der nämlichen Temperatur nur = 3, wovon dann ein Theil = 2 als volumspannend wirkt, während ein Theil = 1 zwar noch als Temperaturwärme vorhanden, aber für die Spannung unwirksam gemacht ist.

Aus den oben angegebenen wahren specifischen Wärmen der Bestandtheile des Ammoniakgases berechnet, ist, da dasselbe auf 14 Gewichtstheile Stickstoff 3 Gewichtstheile Wasserstoff enthält:

$$C = \frac{14 \times 0{,}1045 + 3 \times 1{,}4610}{17} = 0.3439;$$

daher $c = \frac{3}{4} C = 0{,}2577$, und hieraus folgt nach 9b), da $k = \frac{17}{13}$ ist, die specifische Wärme des Ammoniakgases bei constantem Drucke

$$s = 0{,}4868,$$

zu dem von Regnault gefundenen Werthe = 0.5084 mit gleicher Annäherung stimmend, als wir beim Wasserdampfe gefunden haben.

Digitized by Google

In dem nächst einfachen Falle thermisch zusammengesetzter Gase, wo der auf den Druck nicht influirende Theil der Temperaturwärme schon die Hälfte derselben ausmacht und also $c_0 = \frac{1}{2} c$ ist, gibt die Formel 13) für das Verhältniss der specifischen Wärme bei constantem Drucke zu jener bei constantem Volumen den wieder bedeutend verminderten Werth

$$k = \frac{5}{4} = 1{,}25.$$

Diesem sehr nahe kommen die empirischen Werthe von k bei Kohlensäure, Stickstoffoxydul, schwefeliger Säure und Grubengas. Nehmen wir demnach für diese Gase theoretisch $k = \frac{5}{4}$ an und wählen wir davon zur näheren Betrachtung das Stickstoffoxydul. Da seiner Bildung aus den Elementen eine Volumreduction von 3 auf 2 entspricht, so ist für dasselbe $\frac{v}{V} = \frac{2}{3}$ und daher nach 11), indem zugleich $c_0 = \frac{1}{2} c$ ist:

$$c = \frac{4}{3} C;$$

d. h. wenn man die Temperaturwärme des Gemenges der drei Gasvolume, welche Stickstoffoxydul geben können, $= 3$ setzt, so ist diejenige des Stickstoffoxyduls bei derselben Temperatur $= 4$, wovon dann aber nur ein Theil $= 2$ ausdehnend wirkt, während der andere Theil $= 2$ in dieser Hinsicht ohne Wirkung ist.

Aus den wahren specifischen Wärmen der Bestandtheile des Stickstoffoxyduls berechnet, ist, da dasselbe auf 7 Gewichtstheile Stickstoff 4 Gewichtstheile Sauerstoff enthält,

$$C = \frac{7 \times 0{,}1045 + 4 \times 0{,}0932}{11} = 0{,}1004;$$

daher die specifische Temperaturwärme der chemischen Verbindung $c = \frac{4}{3} C = 0{,}1339$ und hieraus folgt nach der Formel 9), welche für $k = \frac{5}{4}$ in

$$c = \frac{3}{5} s \qquad 9c)$$

übergeht, die specifische Wärme des Stickstoffoxyduls bei constantem Drucke:

$$s = 0{,}2232,$$

Digitized by Google

mit dem Regnault'schen Versuchswerthe = 0,2262 fast zusammenfallend.

Weiterhin ist der nächst einfache Fall thermischer Zusammensetzung bei Gasen derjenige, wo der die Spannung erzeugende zu dem in dieser Hinsicht aufgehobenen Theile der Temperaturwärme sich wie 2 : 3 verhält. Dazu gehören unter den von Regnault untersuchten Gasen und Dämpfen das ölbildende Gas und der Schwefelkohlenstoff, indem bei denselben das Verhältniss k dem jener Bedingung entsprechenden theoretischen Werthe

$$k = \frac{23}{19} = 1{,}2105$$

sehr nahe kommt. Nehmen wir letzteren als wirklich geltend an, so ist für diesen Fall $c_0 = \frac{2}{5} c$ und insbesondere für das ölbildende Gas nach 14), der Volumreduction $\frac{v}{V} = \frac{1}{3}$ entsprechend, $c = \frac{5}{6}$ C; es bestehen also bei diesem Gase die einfachen Verhältnisse

$$C : c : (c - c_0) : c_0 = 6 : 5 : 2 : 3.$$

Die zur Berechnung von C erforderte Kenntniss der wahren specifischen Wärme des hypothetischen Kohlenstoffgases kann man durch die Annahme ersetzen, es sei das Product derselben mit dem Aequivalentgewichte dem Mittelwerthe $P = 1{,}4717$ der bezüglichen Producte bei den thermisch einfachen gasförmigen Grundstoffen gleich Es ist darnach die wahre specifische Wärme des Kohlenstoffgases

$$= \frac{1{,}4717}{12} = 0{,}1226$$

und hiermit erhält man, indem das ölbildende Gas $C_2 H_4$ aus Kohlenstoff und Wasserstoff im Gewichtsverhältnisse 6 : 1 besteht:

$$C = \frac{6 \times 0.1226 + 1.4610}{7} = 0{,}3138.$$

Demnach ist die wahre specifische Wärme des ölbildenden Gases

$$c = \frac{5}{6} C = 0{,}2615$$

und hieraus folgt nach der für $k = \frac{23}{19}$ geltenden Formel

$$c = \frac{15}{23} s \qquad 9d)$$

Digitized by Google

die specifische Wärme bei constantem Drucke

$$s = 0{,}4009$$

fast identisch mit dem Regnault'schen Versuchswerthe $s = 0{,}4040$.

Man kann bei Ermittlung der Wärmeverhältnisse thermisch zusammengesetzter Gase auch in anderer Weise vorgehen, als wir in den bisher betrachteten Fällen gethan haben. Eliminirt man nämlich aus den Gleichungen 9) und 14) die Grösse k, so folgt

$$c = s - \frac{4}{3} \cdot \frac{v}{V} \cdot C, \qquad 15)$$

wonach man die wahre specifische Wärme einer gasförmigen chemischen Verbindung berechnen kann, wenn ihre specifische Wärme bei constantem Drucke, die Condensation ihrer Bestandtheile in Gasform und die wahre specifische Wärme des Gemenges derselben bekannt sind. Einen entsprechend angenäherten Werth von k erhält man dann nach der Formel 9):

$$k = \frac{2}{1 + \frac{c}{s}}.$$

Das theoretische Bestimmungsstück C betreffend, kann man von dessen Kenntniss leicht Umgang nehmen. Setzt man nämlich das Product der wahren specifischen Wärme mit dem gewöhnlichen Aequivalentgewichte für alle thermisch einfachen gasförmigen Elemente $= P$, bedeutet ferner N die Zahl der in Verbindung tretenden Gasvolume und a das gewöhnlich angenommene Aequivalentgewicht der Verbindung, d. h. die Summe der Aequivalentgewichte der Bestandtheile, so hat man

$$C = \frac{NP}{a};$$

zugleich ist, wenn die N Gasvolume des Gemenges sich zu n Volumen der chemischen Verbindung condensiren,

$$\frac{v}{V} = \frac{n}{N}$$

und somit folgt aus der obigen Formel:

$$c = s - \frac{4nP}{3a}. \qquad 16)$$

Beispielsweise ist nach Regnault für Schwefelkohlenstoffdampf $s = 0{,}1569$; da sein Aequivalentgewicht $a = 76$ und, seiner Condensation auf zwei Volume entsprechend, $n = 2$ ist, so folgt mit dem

Digitized by Google

für die permanent gasförmigen Grundstoffe erhaltenen Mittelwerthe $P = 1{,}4717$ die wahre specifische Wärme jenes Dampfes

$$c = 0{,}1569 - 0{,}0516 = 0{,}1053;$$

aus der für diesen Fall mit dem theoretischen Werthe $k = \frac{23}{19}$ geltenden Formel 9d) folgt der übereinstimmende Werth:

$$c = \frac{15}{23} \times 0{,}1569 = 0{,}1023.$$

Es bestehen also bei diesem Gase die einfachen Verhältnisse

$$C : c : (c - c_0) : c_0 = 3 : 5 : 2 : 3.$$

Nach dem Vorigen wird man bei Untersuchung der Wärmeverhältnisse von Gasen mit complicirter Zusammensetzung etwa in folgender Weise verfahren können. Regnault findet z. B. für den Dampf von Holzgeist CH_4O die specifische Wärme $s = 0{,}4580$; da nun, der Condensation dieses Dampfes auf zwei Volume entsprechend, $n = 2$ und sein Aequivalentgewicht $a = 32$ ist, so wird mit dem Werthe von $P = 1.4717$ die wahre specifische Wärme desselben

$$c = 0{,}4580 - 0{,}1226 = 0{,}3354.$$

Multiplicirt man diese Zahl mit dem angegebenen Aequivalentgewichte, so kommt das Product

$$ac = 10{,}7328 = 7 \times 1{,}5332,$$

daher nahezu $ac = 7P$; d. h. wenn man die Temperaturwärme des Gemenges der 6 Gasvolume, welche sich zu 2 Volume Holzgeist verbinden können, $= 6$ setzt, so ist diejenige des Holzgeistdampfes bei gleicher Temperatur $= 7$, wovon ein Theil $= 2$ dessen Spannung erzeugt, während der Rest $= 5$ dazu nichts beiträgt.

Indem also bei diesem Dampfe $c_0 = \frac{2}{7}c$ ist, so folgt für denselben als theoretisch genauer Werth des Verhältnisses der specifischen Wärme bei constantem Drucke zu jener bei constantem Volumen nach 13):

$$k = \frac{29}{25} = 1{,}16$$

und mit diesem Werthe von k erhält man nach 9) für den entsprechenden Fall thermischer Zusammensetzung die wahre specifische Wärme

$$c = \frac{21}{29}s, \qquad 9e)$$

woraus mit dem oben angegebenen Regnault'schen Versuchswerthe für den Holzgeistdampf

Digitized by Google

$$c = \frac{21}{29} \times 0{,}4580 = 0{,}3317$$

folgt, mit dem zuvor auf andere Weise erlangten Resultate nahe genug übereinstimmend und somit die bezügliche Schlussfolge bestätigend. Dieser etwas kleinere Werth von c gibt übrigens, noch näher entsprechend, das Product

$$ac = 10{,}6144 = 7 \times 1{,}5163.$$

Ich habe mich im Vorstehenden auf die Betrachtung von Gasen mit den einfachsten Verhältnissen chemischer und thermischer Zusammensetzung beschränkt. Ueberblicken wir nun die Reihe der Werthe, welche das Product der wahren specifischen Werthe mit dem bezüglichen Aequivalentgewichte in den angeführten Beispielen annimmt. Aus der Gleichung 14) folgt, wenn man darin dem oben Gesagten gemäss

$$\frac{v}{V} = \frac{n}{N} \text{ und } C = \frac{NP}{a}$$

setzt:

$$c = \frac{2(2-k)}{3(k-1)} \cdot \frac{nP}{a} \qquad 17)$$

und somit für alle hier erwähnten chemisch zusammengesetzten Gase, da für jedes derselben $n = 2$ ist[1]):

$$ac = \frac{4(2-k)P}{3(k-1)}. \qquad 18)$$

Demnach ist für $k = \frac{7}{5}$ (Kohlenoxyd, Stickstoffoxyd, Chlorwasserstoff) das Product $ac = 2P$; für $k = \frac{17}{13}$ (Wasserdampf, Schwefelwasserstoff, Ammoniak) ist selbes $= 3P$, für $k = \frac{5}{4}$ (Kohlensäure, Stickstoffoxydul, schwefelige Säure, Grubengas) $4P$, für $k = \frac{23}{19}$ (ölbildendes Gas

1) Würden die Chemiker consequent den Grundsatz durchführen, dass die Aequivalentgewichte der Gase ihren Dichtigkeiten proportional anzunehmen seien, und wäre dann α das entsprechend angenommene Aequivalentgewicht irgend eines Gases, so wäre für alle Gase ohne Unterschied

$$\alpha c = \frac{2(2-k)P}{3(k-1)} \text{ und } \alpha c\,(s-c) = \frac{4P}{3},$$

unter P den Werth von αc für die thermisch einfachen Gase und somit den Minimalwerth dieses Productes verstanden.

Digitized by Google

und Schwefelkohlenstoff $5P$, für $k = \frac{29}{25}$ (Holzgeist) $7P$. Mit Einschluss des Productes $ac = P$ bei den permanent gasförmigen Grundstoffen verhalten sich also die sämmtlichen gefundenen Productwerthe der Reihe nach wie 1:2:3:4:5:7. Eine Zusammensetzungsweise mit dem Producte $ac = 6P$, der Lücke zwischen ölbildendem Gase und Holzgeistdampf entsprechend, kommt unter den von Regnault untersuchten Gasen und Dämpfen wenigstens in der von mir benützten Tabelle [1]) nicht vor.

Schliesslich möge hier noch über das vorhin erwähnte Verhalten der chemisch einfachen Gase Chlor und Brom eine kurze Bemerkung folgen. Die für beide Gase aus Regnault's Versuchen hervorgehenden Werthe k sind einander fast gleich [2]) und kommen dem theoretischen Werthe $k = 1{,}3077$ so nahe, dass deren Identität mit letzterem sehr wahrscheinlich ist. Nehmen wir diese an, so muss für Chlor- und Bromgas, wie für Wasserdampf und Ammoniak, $c_0 = \frac{1}{3} c$, d. h. der dritte Theil ihrer Temperaturwärme muss für ihre Spannung unwirksam sein. Diese gasförmigen Grundstoffe werden demnach dem Gesetze von Dulong und Petit mit ihrem Werthe von $c - c_0 = \frac{2}{3} c$, d. h. mit zwei Dritteln ihrer wahren specifischen Wärme genügen müssen. Nun findet Regnault z. B für Bromgas die specifische Wärme bei constantem Drucke $s = 0{,}0555$; hieraus folgt

$$c = \frac{9}{17} \times 0{,}0555 = 0{,}0294$$

und daher $c - c_0 = \frac{2}{3} c = 0{,}0196$. Multipliciren wir diese Zahl mit dem gewöhnlich angenommenen Aequivalentgewichte des Broms = 80, so kommt das Product 1,567, welches in der That nahe mit dem für die permanent gasförmigen Grundstoffe gefundenen Producte zusammenfällt und dessen Vierfaches = 6,268 dem Gesetze von Dulong und

1) Fortschritte der Physik, Bd. XVIII, S. 347.

2) Diese auffallend nahe Uebereinstimmung beider Gase beweist, dass die Anomalie ihrer specifischen Wärmen nicht, wie man sonst anzunehmen pflegt, von ihrer Abweichung vom Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetze herrührt, welche gewiss für beide sehr ungleich, aber wohl für keines derselben entfernt so gross ist, als jene Annahme erfordern würde.

Digitized by Google

Petit vollkommen entspricht. Da das feste Brom mit dem gewöhnlichen Aequivalentgewichte ebenfalls diesem Gesetze genügt, so folgt, dass freies Bromgas, wenn es in die feste Form übergeht, sein Aequivalentgewicht auf ein Viertel reducirt und dabei seine thermische Zusammengesetztheit aufgibt. Dass übrigens ein Körper auch ohne Veränderung seines Aequivalentgewichtes eine thermische Zusammensetzung seiner Atome aufgeben oder annehmen kann, zeigt die thermische Einfachheit des Chlorwasserstoffgases gegenüber der thermischen Zusammengesetztheit des Chlorgases.

Ich habe auf die hier berührten einfachen Zahlenverhältnisse und merkwürdigen Uebereinstimmungen, welche schwerlich blosse Spiele des Zufalls sind, bereits früher im Zusammenhange mit einer neuen Hypothese über die Körperwärme aufmerksam zu machen versucht; sie sind vermuthlich wegen dieses Connexes bisher übersehen worden und dürften nun, als Folgerungen aus der gegenwärtig fast allgemein adoptirten Erklärung des Gasdruckes erscheinend, vielleicht eher Aussicht haben, Beachtung zu finden.

Digitized by Google

Magnetische Declinationsbestimmungen in Russland.

Von

Smirnow in Kasan.

No.	Ort der Beobachtung.	Breite.	Länge von Pulkowa	Aeltere Beobachtung	Jahr	Meine Beobachtung	Jahr	Jährliche Aenderung
	I. G. Kasan.							
1	Kasan	55°48′	18°48′	—2°21′,6	1828,6	— 6°11′,2	1873,3	
2	Miteski	56°11′	19°38′	—2°43′,6		— 7° 1′,5	1873,4	5′,76
3	Tschistopol . . .	55°23′	20°19′			— 7°19′,6	1872,4	
	II. G. Wjatka.							
4	Milet	56°34′	20°20′			— 7°19′,8	1873,4	
5	Koschil	57°13′				— 8°11′,4	—	
6	Suri	57°33′				— 7°58′,9	—	
7	Glasow	58° 8′	22°21′			—10°17′,4	—	
8	Morosowka . . .	58°33′	22°28′			—10° 1′,4	—	
9	Pescherskaja . . .	59°13′	22°19′			—10°11′,0	—	
10	Kai	59°59′	22°39′			—10°21′,9	—	
11	Tichowo	59°34′	21°53′			— 9°37′,3	—	
12	Babkinskaja . . .	59° 4′	20°14′			— 8°58′,8	1873,5	
13	Prokopewka . . .	59°16′	19°2.′			— 8°39′,6	—	
14	Makarewskaja . .	58°37′	19°24′			— 7° 7′,1	—	
15	Wjatka	58°36′				— 7°29′,6	—	
16	Kotelnitsch . . .	58°18′	18° 2′			— 7°29′,0	—	
17	Kukarka	57°36′	18°38′			— 7° 2′,5	—	
18	Pjany Bor	55°52′	22°57′			— 7°30′,2	—	
19	Elabuga	55°45′	21°44′			— 8° 5′,1	1872,4	
20	Sarapul	56°29′	23°29′			— 7°53′,7	1873,5	
	III. G. Perm.							
21	Osa	57°17′	24°40′			—10°12′,2	1872,4	
22	Ochansk	57°43′	25° 4′			—10°34′,8		
23	Perm	58° 1′	25°56′	—6°25′,4	1828,7			
				—9°35′,1	1867,7			4′,84
						— 9°53′,9	1872,5	3′,75
						— 9°56′,6	1873,5	2′,65

Digitized by Google

No.	Ort der Beobachtung.	Breite.	Länge von Pulkowa	Aeltere Beobachtung	Jahr	Meine Beobachtung	Jahr	Jährliche Aenderung
24	Tscherdyn	60°24′	26°11′	—9°22′,9	1847,9	—11°33′,3	1872,5	
25	Krylasowo	57°33′	26°19′	—6°11′,0	1828,7	— 9°56′,1	1872,5	5′,13
						—10° 0′,7	1873,5	4′,67
26	Suksun	57°13′				—10°20′,1	1872,5	
27	Almas	56°26′	25°57′			—10°23′,9	—	
28	Bykowo	56°55′	27° 7′	—7° 7′,2	1828,7	—11° 3′,8	1873,5	5′,27
29	Kirgischan	56°51′	28°42′	—6°27′,3	—	—10° 0′,2	—	4′,75
30	Kyschtym	55°42′	30°14′			—10°19′,9	1872,6	
31	Ekaterinburg . . .	56°50′	30°17′	—6°27′,0	1828,7			
				—7°24 ,6	—			
				—5° 5′,	1836,6			
				—8°33′,	1867,7	— 9°50′,4	1872,7	
32	Mostowaja	57°10′	30°29′			—11°51′,3	1873,6	
33	Nowy Tagilsk . .	57°54′	27°58′	—5°53′,1	1828,7	—11°21′,9	—	
34	Kuschwa	58°17′	29°26′	—7°57′,1	—			
35	Werchoture . . .	58°52′	30°26′	—8°48′,6	—	—12° 1′,0	—	4′,29
36	Pitateli	59°16′	29° 7′	—8°37′,7	—	—11°43′,5	—	4′,14
37	Bogoslowsk . . .	59°45′	29°41′	—9° 9′,0	—	—12°27′,9	—	4′,43
38	Krotkowskaja . .	58°23′	31°21′			—12°45′,7	—	
39	Newjanskaja . . .	57°55′				—10°38′,9	—	
40	Irbit	57°40′				—11°31′,0	—	
41	Krasnoe Selo . . .	57°31′				—12°42′,8	—	
	IV. G. Tobolsk.							
42	Tjumen	57° 9′	35°12′	—9°11′,3	1828,8	—12°34′,8	—	4′,54
43	Ljubaewo	56°29′				—12°10′,8	—	
44	Bjeloserskoe . . .	55°49′				—11°36′,7	—	
45	Menschtschikowo .	55°11′				—11°22′,8	—	
46	Prjesnogorkowsk . .	54°30′	35°22′	—9°59′,0	1829,8	—10°48′,0	—	5′,23
	V. G. Orenburg.							
47	Kotscherdyzkaja . .	54°21′		—7° 6′,9	—	—10°27′,0	—	4′,59
48	Beresowski	54° 9′	32°29′			—10°27′,2	—	
49	Troizk	54° 5′	31°14′	—6°41′,0	—	— 9°40′,0	1872,6	
						— 9°39′,4	1873 6	
50	Tscheljaba	55°10′	31° 4′			—10°44′,4	—	
51	Koelskaja	54°39′	30°34′			—10°21′,4	1872,6	
52	Stepnaja	54° 4′	30° 4′			— 9°38′,8	1872,6	
53	Werchneuralsk . .	53°52′	28°53′			— 9°55′,9	—	
54	Magnitnaja	53°22′	28°40′			— 8°40′,3	—	
55	N. Kisilskaja . . .	52°43′	28°34′			— 9°13′,9	—	
56	Urtasymka	52°12′	28°31′			— 8°25′,2	—	

Digitized by Google

No.	Ort der Beobachtung.	Breite.	Länge von Pulkowa	Aeltere Beobachtung	Jahr	Meine Beobachtung	Jahr	Jährliche Aenderung
57	Tonalyk	51°47′	28°26′			—7°37′,0	1872,6	
58	Orsk	51°13′	29°13′	—6°59′,9	1870,5	—7°12′,1	—	5′, 8
59	Hinskaja	51°14′	27° 1′			—7°26′,3	—	
60	Krasnogorskaja . . .	51°34′	25°47′			—7° 8′,5	—	
61	Orenburg	51°45′	24°48′	—6°29′,4	1870,5	—6°40′,0	—	
62	Ilezkaja-Saschtschita	51° 9′	24°41′	—6°33′,0	1871,3	—6°41′,4	—	
63	Nikolaewskaja . .	53° 2′	31°42′	—9°24′,5	1870,5			
64	Udobai	53° 9′	33°17′	—9°12′,7	—			
65	Ak Tjube	50°17′	26°54	—6°53′,2	1871,3			
	VI. G. Ufumsk.							
66	Elatoustow	55°10′	29°25′			—9°12′,6	1873,6	
67	Mosegutowo . . .	55°32′	27°55′			—8°33′,7	—	
68	Aprjelowo	55°44′	26°38′			—9°17′,4	1872,5	
69	Asamatowo . . .	55°36′	25°47′			—9°13′,0	—	
70	Ula	54°43′	25°36			—8° 2′,4	—	
71	Tolbasy	54° 5′	25°36′			—7°32′,6	—	
72	Meleus	52°57′	25°36′			—7°22′,0	—	
73	Tjupkildy	54°34′	23°56′			—8° 5′,4	1873,6	
	VII. G. Samard.							
74	Dymskoe	54°20′	22°35′			—7°33′,0	1873,7	
75	Boguruslan	53°39′	22° 7′			—6°36′,1	—	
76	Busuluk	52°47′	21°53′			—6°41′,5	—	
77	Pawlowka	54° 4′	21° 1′			—5°19′,5	—	
78	Samara	53°11′	19°48	—6°51′,0	1869,6	—6°48′,3	1872	
	VIII. G. Simbirsk.							
79	Simbirsk	54°15′	18° 5′			—4°51′,0	1871,6	
	IX. G. Saratow.							
80	Chwalynsk	52°30′	17°47′			—5° 6′,2	1871,6	
81	Saratow	51°31′	15°42′	+0° 6′,7	1830,2	—3°39′,3	—	5′,00
82	Kamyschyn . . .	50° 5′	15° 6′			—3° 6′,4	1871,6	
83	Zarizyn	48°42′	14°12′	+1°53′,2	1830,2		—	6′,12
				—2° 9′,8	1869,6	—2°22′,4	—	6′,00
	X. G. Tambow.							
84	Polynki	52°43′	11° 7′			—1°46′,0	—	
	XI. G. Astrachan.							
85	Astrachan	46°21′	17°42′	+1°11′,6	1830,0			
				—2°10′,0	1858,5			
				—1°53′,2	1859,1			
				—2° 0′,8	1860,6	—2°52′,1	—	4′, 3

Digitized by Google

Kleinere Mittheilungen.

Zwei Apparate zur objectiven Darstellung der Lissajous'schen Figuren.

Von Alois Schuller,
Prof. am Polytechnikum in Budapest.

(Hiezu Tafel II Figg. 4 u. 5.)

I.

Zur Demonstration der Zusammensetzung zweier schwingender Bewegungen, welche von einem Puncte gleichzeitig in aufeinander senkrechten Richtungen vollführt werden, eignet sich der folgende Apparat besonders aus pädagogischen Rücksichten. Die Vorzüge dieses Apparates sind, dass die Combination der Bewegungen in einer Weise ausgeführt wird, vermöge welcher der Schüler sowohl den Ortwechsel, wie auch die Bahn der Bewegung gleichzeitig überblicken kann, dass die Entstehung der Lissajous'schen Figuren auf die dem Schüler geläufige Pendelbewegung zurückgeführt ist, und endlich, dass man mit Leichtigkeit 2—3 Meter grosse Figuren herstellen kann.

Zwei Pendel A und B (Figg. 4 u. 4a) sind an einem Gestelle derart befestigt, dass ihre Drehungsaxen auf einander senkrechte Richtungen haben. Jedes ist mit einem Spiegel versehen; die beiden Spiegel kommen übereinander zu stehen, bilden mit der Horizontalen einen Winkel von ungefähr 45 Graden und sind zu einander nahezu parallel.

Zur objectiven Darstellung wird eine Linse so aufgestellt, dass sie auf einem entfernten Schirme ein scharfes Bild einer etwa mittelst Sonnenstrahlen beleuchteten runden Oeffnung erzeugt; alsdann wird der Spiegel des Pendels A in den Weg der durch die Linse gegangenen Strahlen gebracht, und der Apparat so gestellt, dass nach der Reflexion auf beiden Spiegeln das Bild abermals am Schirme erscheint. Ist der auf den Spiegel von A fallende Hauptstrahl horizontal, also der von

Digitized by Google

ihm reflectirte vertical, so erfolgt eine horizontale Bewegung des Bildes, wenn das Pendel *A* in Schwingung versetzt wird, und eine verticale, wenn *B* sich bewegt; durch die gleichzeitige Bewegung von *A* und *B* entstehen die verschiedenen Lissajous'schen Figuren, je nachdem die Pendellängen variirt werden, und man übersieht bei richtiger Wahl der Pendellängen sowohl die Bewegung, wie auch die Form der Bahn.

II.

Die folgende Einrichtung zur Darstellung der Lissajous'schen Figuren mittelst Stimmgabeln hat vor der gebräuchlichen Spiegeleinrichtung den Vorzug, dass der Vorgang leichter fasslich ist, und mit denselben Stimmgabeln grössere Figuren erzielt werden, als bei Anwendung von Spiegeln. Die beiden aufeinander senkrecht schwingenden Stimmgabeln werden an einem gemeinschaftlichen Gestelle befestigt (Fig. 5) Die Horizontale *A* ist mit einem kleinen Schirme *a* versehen, in welchem eine ganz kleine Oeffnung angebracht ist. Dem Schirme gegenüber steht eine Linse *b* mit kurzer Brennweite; dieselbe ist an der zweiten Stimmgabel befestigt und kann mittelst der Schrauben *SS* verstellt werden.

Mittelst einer grösseren Linse wird auf der Rückseite des Schirmes *a* ein Sonnenbild erzeugt, so dass die Oeffnung grell beleuchtet wird, darauf wird die Stimmgabel *B* mittelst der Schrauben *S* so lange verstellt, bis ein scharfes Bild der kleinen Oeffnung auf einem entfernten Schirme erscheint. Das Bild beschreibt eine geradlinige Bewegung in horizontaler oder verticaler Richtung, je nachdem eine oder die andere Stimmgabel angestrichen wird, und es entsteht die dem Intervall entsprechende Figur, wenn beide gleichzeitig schwingen.

Bei einer Entfernung von 5 Centimeter zwischen dem Lichtpuncte (*a*) und der Linse (*b*) sieht man etwa doppelt so grosse Figuren als dieselben Stimmgabeln mit den an ihren Enden befindlichen Spiegeln geben, und es ist die Lichtstärke auch für ein grosses Auditorium vollkommen ausreichend.

Budapest am 30. Nov. 1874.

Digitized by Google

Beschreibung eines Kegelschnittzeichners.

Von Gustav Rebíček.

(Hiezu Tafel II und III.)

Es sei S (Taf. II Figg. 1—3) ein fester Punct, XX_1 eine durch denselben gelegte feste Gerade. — Auf dieser Letztern wähle man in einem Abstande $SC = 2c$ einen anderen festen Punct C, um welchen man einen Kreis mit dem Halbmesser $2a$ beschreibt.

Lassen wir nun einen Punct M sich so bewegen, dass er von dem festen Puncte S und der Kreislinie stets dieselbe Entfernung behält, so beschreibt er:

1. Eine {Ellipse / Hyperbel}, wenn der Halbmesser $2a$ des Kreises {grösser / kleiner} ist, als der Abstand
2. „ {Ellipse / Hyperbel}, wenn der Halbmesser $2a$ des Kreises {grösser / kleiner} ist, als der Abstand $2c$ der Puncte S. u. C
3. „ Parabel, wenn der Halbmesser $2a$ des Kreises und der Abstand $2c$ der Puncte S und C unendlich gross werden, d. h. wenn der Kreis in eine auf XX_1 senkrechte feste Gerade übergeht.

Wenn man nun diese Eigenschaft der Kegelschnittslinien betrachtet, so sieht man sofort, dass ein auf dieser Grundlage construirter Apparat, welcher Kegelschnittslinien zeichnen soll, die Aufgabe zu lösen haben wird, continuirlich gleichschenkelige Dreiecke zu bilden, deren einer Schenkel der Radiusvector, der andere Schenkel die auf die bei der Ellipse und Hyperbel mit dem Halbmesser $= 2a$ gezogene Kreislinie und bei der Parabel auf die gerade Directrix gefällte Senkrechte ist; wie dies die Fig. 1 (Hyperbel), Fig. 2 (Ellipse), Fig. 3 (Parabel) zeigen.

Wie man sieht, gestaltet sich die Sache für die Parabel am einfachsten und übersichtlichsten, und beginnt daher die Beschreibung der Kegelschnittzeichner mit dem

Parabolographen.

Denkt man sich, wie aus Tafel III zu sehen ist, einen Rahmen AB, welcher die Leitlinie der Parabel vorstellt und in demselben einen Schuber S auf und ab verschiebbar, welcher mit einem zur Leitlinie AB senkrechten Schlitze versehen ist, ferner in der fortgesetzt gedachten Linie dieses Schlitzes einen festen Punct C auf dem Schuber sowie einen unverrückbaren zweiten Punct F, der zugleich der Brennpunct der Parabel ist, so kann man, wenn man eine Vorrichtung anbringt, welche innerhalb des Schlitzes im Schuber S einen Punct M stets in einer solchen Lage erhält, dass in jeder Stellung des Schubers S,

Digitized by Google

CM immer FM gleich ist, mit diesem Puncte M eine Parabel beschreiben. — Eine solche Vorrichtung ist nun ein Parallelogramm, dessen vier gleiche Seiten CG, GF, FH und HC in den Puncten C, G, F, H beweglich sind, so dass dieses Parallelogramm, je nachdem man den Schuber S hin und her schiebt, verschiedene Gestalten annehmen kann. — Durch die gegenüber liegenden Puncte G, H ist nun eine Diagonale gezogen — ein Lineal DD, mit zwei in denselben Geraden liegenden Schlitzen, welches in M den Zeichenstift befestigt hat und in dessen beiden Schlitzen die Puncte G und H gleiten können. — Aus der Zeichnung Tafel III ist ersichtlich, dass der Schreibstift M seinerseits wieder in dem Schlitze des Schiebers S hin und her gleiten kann. — Da nun der Punct F als Brennpunct immer fest bleibt, und Punct C, weil am Schieber befestigt, mit diesem Letzteren in der Richtung AB geschoben wird, so ändert sich natürlich die Gestalt des Parallelogrammes, doch muss nach der Eigenschaft desselben, nämlich da alle vier Seiten gleich sind und stets gleich bleiben, die Diagonale (das Lineal) dieses Parallelogrammes stets in zwei gleiche Theile, respective in zwei congruente Dreiecke theilen, deren Congruenz wegen der Gleichheit der Parallelogrammseiten und der gemeinschaftlichen Basis zweifellos ist. — Da nun die Diagonale das Parallelogramm immer in zwei gleiche Theile theilt, also immer in der Mitte des Parallelogrammes bleibt, so muss jeder Punct derselben sowohl von C als von F gleich weit entfernt sein, also auch der Punkt M, möge nun das Parallelogramm welche Stellung und Gestalt immer haben.

Da nun der Punct M, wie schon früher gesagt wurde, im Schlitze des Schiebers (der senkrecht zur Leitlinie AB ist) gleitet, somit stets der senkrechte Abstand desselben von der Leitlinie immer gleich ist der Entfernung vom Brennpuncte (was ja aus Obenerwähntem hervorgeht), so ist er ein Punct einer Parabel, deren Brennpunct in F liegt. — Schiebt man nun den Schieber S successive auf oder nieder, so ist klar, dass durch diese Bewegung eine continuirliche Reihe von Puncten, also eine Linie entsteht, deren sämmtliche Elementartheilchen von C ebensoweit entfernt sind, wie von F, womit also die Grundbedingung der Parabel erfüllt ist.

Man sieht also, wie schon Eingangs erwähnt wurde, dass die Construction dieses Insrumentes auf der Errichtung von gleichschen-

Digitized by Google

keligen Dreiecken beruht, deren einer Schenkel der Radiusvector, der andere Schenkel die auf die Directrix gefällte Senkrechte ist.

Im Scheitelpuncte der Parabel ist dieses Dreieck von unendlich kleiner Höhe, d. h. die beiden gleichen Schenkel fallen mit der Grundlinie zusammen, und es ist somit auch da die Periheldistanz gleich dem senkrechten Abstande des Scheitelpunctes von der Leitlinie. — Die Abbildung auf Tafel III zeigt den Parabolographen in der Hälfte der Grösse eines vom Erfinder ausgeführten Modelles und ist Fig. 1 der Grundriss, Fig. 2 der Aufriss. — Die Handhabe K dient dazu, um den Schieber S auf und nieder zu bewegen, mittelst des Heftes L wird der Apparat fest an's Papier gedrückt.

Der Ellipsograph.

Aendert man die Leitlinie des vorbeschriebenen Apparats so, dass sie eine bezüglich des Brennpunctes concave Kreislinie bildet, so entsteht ein Ellipsograph.

Fig. 1 auf Tafel III zeigt diesen im Aufrisse, Fig. 2 im Grundrisse. Statt einer kreisförmigen wirklichen Leitlinie ist hier der leichtern mechanischen Ausführung wegen ein sich um die centrale Achse C drehbarer Arm S angebracht, der zugleich die unter sich parallelen Schlitze trägt. — Dreht man mittelst des Knopfes K diesen Arm um seine Achse, so verschiebt sich in den Schlitzen SS der Schreibstift M, und zwar wird hier nach demselben Systeme diese Verschiebung mittelst des Parallelogrammes $DEFG$ so regulirt, dass wenn der Arm S eine Umdrehung gemacht hat, der Schreibstift eine vollkommene Ellipse beschrieben hat, der eine Brennpunct in F, der andere in dem Centrum des beschriebenen Kreises, also in C liegt, wie sich dies schon aus dem Schema Fig. 2 Taf. II ergiebt. — RR ist ein Rahmen aus Holz, der den Apparat trägt, L ist das Heft, mittelst dessen das Ganze fest auf das Papier gedrückt wird. — Zu bemerken ist noch, dass man mittelst der Schraube P das Verhältniss der grossen Axe zur kleinen nach Belieben innerhalb gewisser Grenzen ändern kann. — Ebenso ist es auch durch die Verstellbarkeit des Punctes O ermöglicht, Ellipsen von verschiedenen grossen Achsen zu construiren. Vermittelst des Griffes in der Mitte wird der Apparat gegen das Papier gedrückt.

Digitized by Google

Der Hyperbolograph.

Analog dem vorerwähnten Apparat ist der Hyperbolograph construirt, nur mit dem Unterschiede, dass die Directrix eine bezüglich des Brennpunctes convexe Kreislinie ist. Fig. 1 auf Tafel III zeigt denselben im Aufriss, Fig. 2 im Grundriss (im Durchschnitte nach AB). SS_1 sind (analog dem vorher beschriebenen Apparate) zwei Schieber, welche, wie aus Fig. 2 zu ersehen ist, die zwei Schlitzen tragen, worin sich der Schreibstift Z hin und her bewegen kann. — An dem Letzteren ist nur das Lineal L befestigt, welches mit seinen in einer geraden Linie liegenden Schlitzen in den Ecken DF des Parallelogrammes $DEFG$ gleitet. — Der Punct E des Parallelogrammes ist fest auf dem Arme M angebracht, welcher mittelst T und der Schraube G auf der Schiene N und mit dieser auf der Basis R des Apparates befestigt ist. — Wenn daher mit dem Instrumente gezeichnet wird, so sind E, Q, T, M, N fest und unverrückbar und bildet der Punct E zugleich den Brennpunct der Hyperbel. — Der Punct G des Parallelogrammes wird aber beim Zeichnen der Hyperbel mitgeführt, weil er auf dem Schieber S mittelst der Schraube P befestigt ist. — Lockert man diese Schraube, so kann man, da sich dann der Punct G innerhalb gewisser Grenzen verschieben lässt, die Excentricität der Hyperbel nach Belieben einstellen. — Lockert man dagegen die Schraube G, so kann man, da der Arm M verschiebbar ist, die Brennweite der Hyperbel bestimmen.

Schliesslich sei noch bemerkt, dass das ganze System, welches auf dem Fusse R mittelst der Hülse O und dem Handgriff H in horizontaler Richtung drehbar ist, bei der Handhabe J gehalten wird, wobei sich die am Fusse befindlichen drei feinen Spitzen der grösseren Stabilität wegen in das Papier einstechen.

Man kann jedoch auch den Parabolographen als Hyperbolographen benützen, wenn man den Schuber S nicht senkrecht, sondern in einem beliebigen Winkel geneigt gegen den Schlitz AB stellt; dann ist in den vom Parallelogramm erzeugten gleichschenkeligen Dreiecken der dem Radiusvector gleiche Schenkel nicht senkrecht auf der Leitlinie, sondern er ist gleich dem schiefen Abstande von der Letztern. — Da nun aber der senkrechte Abstand bekanntlich der kürzeste ist, so wird offenbar die von einem jeden Puncte auf diese Art erzeugte Curve auf die Leitlinie gefällte Senkrechte kürzer sein als der durch

Digitized by Google

den schiefgestellten Schlitz hervorgebrachte schiefe Abstand, und das Verhältniss des Radiusvectors zur Leitlinie grösser als 1, demnach die Curve eine Hyperbel sein.

Prag im April 1874.

Gustav Rebicek.

Vorlesungs-Apparat zum Nachweis des Seitendruckes der Flüssigkeiten

Von Ph. Carl.

(Hiezu Tafel IV.)

Der Seitendruck der Flüssigkeiten wird in den Vorlesungen gewöhnlich mittelst des Segner'schen Reactionsrades nachgewiesen; doch sind auch eigene Apparate dazu construirt worden.

Man stellt[1]) auf einen starken Schwimmer von Kork ein mit Wasser gefülltes cylindrisches Gefäss, das unten an der Seitenwand eine verschliessbare Oeffnung besitzt. Wird dieselbe geöffnet, so bewegt sich das Ganze in einer dem ausfliessenden Wasserstrahle entgegengesetzten Richtung.

Ein anderer Apparat ist der folgende[2]). Eine mit Wasser gefüllte und an der Seite mit einem Hahne versehene Kugel ist an einem langen Drahte aufgehängt, der bei geschlossenem Hahne sich in der Richtung der Verticalen einstellt. Wird aber der Hahn geöffnet, so wird durch den jetzt wirksamen Seitendruck der Draht schief gestellt.

Bei dem Apparate, den ich habe ausführen lassen[3]) und welchen Tafel IV in $^1/_5$ der natürlichen Grösse darstellt, ist ein langer Cylinder A oben mit einem viereckigen Bügel B versehen, der in der Mitte eine Messerschneide C von Stahl trägt, die sich in einem harten Stahllager D drehen kann. Der Bügel B trägt zu beiden Seiten die verstellbaren Gewichte G, G und oben ein drittes Gewicht G_1, so dass das Ganze wie ein Wagbalken aufgehängt ist.

Damit der Schwerpunct möglichst nahe unter die Messerschneide C gelegt werden kann, ist das Gewicht von G_1 ziemlich bedeutend.

---

1) Wüllner's Physik I, pag. 227.

2) Salleron Notice sur les instruments de précision. III et IVme Parties, p. 18.

3) Die Ausführung wurde im Reichenbach'schen Math.-Mech. Institute von Ertel u. Sohn bewerkstelligt.

Digitized by Google

Auf dem Fussbrette P ist ein langer Ständer T aufgesetzt, der oben mit der Scala S versehen ist. Ueber dem Gewichte G_1 ist als Verlängerung der Zeiger Z angebracht, welcher für gewöhnlich auf die Mitte — den Nullpunct — der Scala einspielt.

Der Cylinder A besitzt unten eine kleine Seitenöffnung. Dieselbe wird durch einen eingeschliffenen Messingstöpsel geschlossen, indem derselbe durch die Feder F in die Seitenöffnung eingedrückt wird. Unter dem Cylinder A steht auf dem Bodenbrette P eine Blechwanne W.

Vor dem Versuche wird der Cylinder A mit Wasser gefüllt; der Zeiger Z spielt auf 0 ein. Schlägt man nun die Feder F auf die Seite, so fällt der Stöpsel heraus, das Wasser fliesst aus und der Cylinder wird durch den dem Stöpsel gegenüber wirkenden Seitendruck in eine schiefe Stellung gebracht, wie dies in der Figur durch punctirte Linien angedeutet ist. Die Neigung wird mit der Abnahme der Höhe der Wassersäule im Cylinder vermindert, was sich durch allmähliges Zurückgehen des Zeigers Z auf den Nullpunct der Scala S sehr deutlich zu erkennen gibt.

Stellt man das Ganze hoch genug auf, so kann man auch die Aenderung der Form der Ausflussparabel mit der Höhe der im Cylinder befindlichen Wassersäule sehr gut wahrnehmen.

Ueber die electrodynamische Torsionswage.

Von A. Lallemand.

(d'Almeida's Journal de Physique Nov. 1874.)

(Hiezu Tafel II, Figg. 6—8.)

Ich habe vor vierundzwanzig Jahren[1]) unter dem Namen der „electrodynamischen Torsionswage" ein Instrument beschrieben, welches eine grosse Empfindlichkeit besitzt und dazu bestimmt ist, die gegenseitige, sowohl die anziehende als die abstossende Einwirkung sehr schwacher Ströme und insbesondere von Inductionsströmen nachzuweisen; zugleich habe ich die Resultate einiger Versuche

1) Annales de Physique et de Chimie, 3. série S. XXII u. XXXII.

Digitized by Google

angegeben und Messungen beigefügt, welche den Grad der Genauigkeit, die mit dem Instrumente erlangt werden kann, zu beurtheilen gestatten. Seit dieser Zeit habe ich das Instrument neuerdings benutzt und daran einige Modificationen angebracht, von denen ich glaube, dass sie bekannt zu werden verdienen, zumal da F. Guthrie, der ohne Zweifel eine so alte Publication nicht kannte, in der Oktober-Nummer des Philosophical Magazine unter dem Namen eines „absoluten Galvanometers" ein mit dem meinigen identisches Instrument beschrieben hat.

Die Wage, so wie ich sie jetzt eingerichtet habe, besteht (Fig. 6 Taf. II) aus einem beweglichen horizontalen Wagbalken, der an seinen Enden zwei flache vertical stehende Spiralen S, S' trägt. Diese Spiralen sind aus einem 0,8 mm. dicken und 12 Meter langen Aluminiumdrahte gebildet, ihre Mittelpuncte stehen 60 Centimeter von einander ab, jede Spirale besteht aus 18 Windungen, wovon die innere Windung 4 Centimeter, die äussere Windung 12 Centimeter im Durchmesser hat. Der Draht ist ausserdem an den beiden Enden des Wagbalkens in dem gleichen Sinne aufgewunden und läuft durch zwei verticale Platinspitzen in der Verlängerung des Suspensionsfadens aus. Diese beiden Drahtenden tauchen in zwei kleine Quecksilbernäpfchen C und C' von Eisen oder Platin, deren metallene Träger mit den beiden äusseren Klemmschrauben a und a' verbunden sind; eine Leiste aus Tannenholz hält die Leitungsdrähte und dient zugleich als Träger der Spiralen, deren Windungen durch radiale Traversen getrennt gehalten werden. Dieses sehr leichte System, dessen Gewicht nicht mehr als 20 Gramm beträgt, ist überdies vollkommen astatisch; die richtende Kraft der Erde kann nur auf den gekrümmten Theil des Drahtes einwirken, der in das Näpfchen C' eintaucht und diese Einwirkung kann vollständig vernachlässigt werden.

Gegenüber den beweglichen Spiralen sind auf den entgegengesetzten Seiten zwei Drahtrollen B und B' aufgestellt, welche den gleichen Durchmesser wie die Spiralen haben und sehr kurz sind; der gleiche, mit Seide übersponnene Kupferdraht ist auf jede der Rollen im gleichen Sinne aufgewunden und seine beiden Enden münden in die Klemmschrauben p und p'. Die beiden Rollen, die an kleinen Holzstücken gehalten werden, können durch die Schrauben V und V' in geeigneter Höhe und Distanz befestigt werden. Verbindet man durch einen Kupferdraht die eine der Klemmen a, a' mit p oder

Digitized by Google

p', während die beiden anderen mit den Polen einer Batterie in Verbindung stehen, so werden die fixen Rollen und die beweglichen Spiralen von dem gleichen Strome durchflossen und wirken abstossend auf einander ein. Die Torsion des Suspensionsfadens zieht den Wagbalken in die Ausgangsstellung zurück. Um diese Stellung zu reguliren, kann man sich eines kleinen Silberspiegels m mit der Poggendorff'schen Ablesevorrichtung bedienen; bequem ist es, den Wagbalken in einen feinen Glasfaden endigen zu lassen, auf den man mittelst eines Fernrohres L einvisirt, das mit einem Fadenkreuze versehen und an dem Gehäuse des Instrumentes befestigt ist, so dass derselbe Boebachter die Torsion des Fadens reguliren und gleichzeitig die Stellung des Wagbalkens mit dem Fernrohre bestimmen kann. Man kann mit diesem Verfahren sehr exact beweisen, dass die Quadratwurzel des Torsionswinkels proportional der Intensität des Stromes ist, welche durch ein Galvanometer gemessen wird. Ist der Strom, womit man operirt, sehr schwach, so ist es besser, denselben blos im beweglichen Wagbalken circuliren zu lassen, während man durch die fixen Rollen den Strom einer starken Batterie gehen lässt.

Der grosse Vortheil dieses Instrumentes ist der, dass man damit die Inductionsströme höherer Ordnung nachweisen kann. Es ist leicht, die Inductionsströme erster Ordnung mittelst eines Disjunctors zu trennen; allein dies ist nicht mehr möglich für die Ströme zweiter etc. Ordnung. Erzeugt man mit Hilfe einer bestimmten Anzahl von Rollen mit doppelten Drähten einen Inductionsstrom höherer Ordnung, so zeigt dieser Strom keine chemische Wirkung, er wirkt selbst auf die empfindlichsten Galvanometer nicht mehr ein. Lässt man solche Ströme von gleicher Richtung so durch die Torsionswage gehen, dass sie abstossend auf sich selbst einwirken, so erhält man eine sehr starke Ablenkung, die von einem ganzen Auditorium wahrgenommen werden kann. Ich konnte auf diese Weise energische Abstossungen mit Strömen der achten Ordnung erhalten.

Um der Torsionswage die höchste Empfindlichkeit zu ertheilen, habe ich die in Fig. 7 angedeutete Modification versucht. Die flachen Spiralen werden durch zwei weite und kurze Solenoide h und h' ersetzt, denen gegenüber zwei Electromagnete E, E' aufgestellt sind, deren Durchmesser etwas kleiner als der der Solenoide ist, so dass sie theilweise in das Innere der Schraubendrähte eindringen können. Lässt man dann durch die Electromagnete den Strom einer starken

Digitized by Google

Batterie gehen, während man durch die beweglichen Solenoide einen schwachen Thermostrom hindurchsendet, so erhält man eine sehr bemerkbare Abstossung. Ich habe diese Anordnung blos mit kupfernen Schraubendrähten von sehr grossem Gewichte probirt; doch glaube ich nach den erhaltenen Wirkungen, dass dieselbe vortheilhafter ist. Eine Anordnung, der ich den Vorzug gebe, die ich aber bisher blos unter sehr unvollkommenen Umständen versucht habe, ist die in Figur 8 angedeutete. Die Schraubendrähte h und h' sind sehr kurz und bestehen aus zwei oder drei Schichten von übereinander gelegten Spiralen; gegenüber stelle ich zwei halbkreisförmige Magnete AMB, $A'M'B'$ so auf, dass, während die Pole A und A' anziehend wirken, B und B' sich abstossen. Die Magnete haben vor den Electromagneten den Vorzug einer constanten Einwirkung; die letzteren laden sich oft mit einer Spur von statischer Electricität, welche, da sie auf den beweglichen Wagbalken einwirkt, der Empfindlichkeit schadet.

Digitized by Google

Ueber die Einrichtung des neuen physikalischen Institutes an der Universität Graz.

Von

A. Töpler.

(Hiezu Tafel VI.)

Im Jahre 1870 beschloss das österreichische Unterrichtsministerium, für die Universität Graz einen umfangreichen Gebäudecomplex zu errichten, um den dringenden Bedürfnissen dieser aufblühenden Hochschule eine zeitgemässe Abhilfe zu gewähren. Von diesen Bauwerken gelangte zunächst das physikalische Institut zur Ausführung; besonders günstige Umstände veranlassten es, dass dieses Institut, was Grösse und Einrichtung betrifft, nach einem ziemlich weitgreifenden Plane entworfen werden konnte. Der Bau begann 1872 und dürfte um Mitte dieses Sommers seinen Abschluss finden. Unterdessen liefen bereits von verschiedenen Seiten Anfragen um Mittheilung der Baupläne ein, so dass wiederholt Zeichnungen ohne fachmännischen Commentar versandt werden mussten. Dieser Umstand veranlasst mich, mit Zustimmung des Herrn Architekten Stattler[1]) in Wien, schon jetzt eine kurze Notiz über die bauliche Einrichtung des Grazer Institutes zu publiciren. Nach Vollendung aller Einrichtungsarbeiten wird eine genauere Beschreibung im Drucke erscheinen. Das Bedürfniss erweiterter physikalischer Institute mit guten Laboratorien wird jetzt allgemein anerkannt, und so glaubte ich vielen meiner Herren Fachgenossen

1) Der Bauplan wurde nach einem von mir ausgearbeiteten Programme von den Herren Architecten Prof. Horky am Polytechnikum in Graz und C. Stattler in Wien entworfen. Dem ersteren wurde leider durch schweres Siechthum die weitere Theilnahme an dem Werke unmöglich gemacht, so dass die thatsächliche Ausführung Herrn Stattler allein oblag. Ich versäume nicht, an dieser Stelle öffentlich meine Anerkennung für das eingehende wissenschaftliche Verständniss auszusprechen, mit welchem die Bauleitung den Anforderungen des Programmes entsprochen hat.

Digitized by Google

durch diese frühzeitige Publication einen willkommenen Dienst zu erweisen.

Da es mir durch die Liberalität der Regierung gestattet war, dem Bauprogramme einen ganz selbstständigen, den Fortschritten unserer physikalischen Beobachtungs- und Demonstrationsmethoden entsprechenden Gedanken zu Grunde zu legen, da namentlich über den Raum in ausgiebiger Weise verfügt werden konnte, so habe ich die wichtige Frage der Lokalitätenvertheilung in erster Linie im Auge behalten. Als selbstverständlich betrachtete ich es, dass unter diesen Umständen alle zu praktisch-physikalischen Zwecken bestimmten Localitäten der Stabilität halber im Erdgeschoss anzuordnen und mit isolirten Pfeilerconstructionen auszustatten seien. Es wurde dieser letzteren Anforderung in einer weiter unten beschriebenen, bisher meines Wissens noch nicht ausgeführten Weise Rechnung getragen.

Was nun die Zahl und Gruppirung der Institutsräume betrifft, so waren hierfür theils locale Umstände, theils specielle Anforderungen unseres akademischen Unterrichtes mitbestimmend. So musste z. B. auf die Herstellung gut ausgerüsteter Werkstätten gesehen werden, als eine für Graz unabweisliche Nothwendigkeit. Ferner wurde das Institut durch Anfügung eines kleinen astrophysikalischen Observatoriums bereichert, in welchem auch Unterricht in den Elementen der praktischen Astronomie ertheilt werden kann, so lange als in Graz keine selbstständige Sternwarte errichtet wird. Diese und andere Vorbedingungen kann ich hier nicht eingehender besprechen. Zum Verständniss des Folgenden sei nur über die Organisation der Anstalt im Allgemeinen bemerkt, dass dieselbe unter einheitlicher Leitung und zwar des Professors für Experimentalphysik steht. Diesem fallen im Institute zunächst die Experimentalvorlesungen, ferner die Leitung der regelmässigen praktischen Uebungen der Fachstudirenden (meist Candidaten des Gymnasial-Lehramtes) anheim. Ausserdem soll das Institut möglichst vielseitig benützt werden können zu wissenschaftlichen Untersuchungen, sei es durch den Director und dessen Assistenten, sei es durch hiezu von dem Director ermächtigte akademische Docenten, reifere Studirende u. s. w.

So vielfachen Rücksichten lässt sich in der That nur in einem grösseren Institute und zwar durch geeignete Gruppirung der Räume sowohl als der wissenschaftlichen Hülfsmittel genügen. Indem nun den obenerwähnten speciellen Anforderungen unserer Universität im

Digitized by Google

Bauplane möglichst Rechnung getragen wurde, habe ich nicht versäumt, dem Institute, besonders dessen Laboratorien noch in einer anderen Richtung eine gewisse Vielseitigkeit zu sichern. Die Laboratorien wurden so angelegt, dass dieselben je nach Wunsch und Bedürfniss leicht in Rapport mit einander gesetzt werden können. So habe ich z. B. darauf gesehen, dass in den Zimmerreihen, unbeschadet ihrer sonstigen Bestimmung, lange horizontale Beobachtungslinien mit Leichtigkeit hergestellt werden können, sei es durch correspondirende Thüren oder besondere Zwischenfenster. Auf diese Weise kann, um nur den einfachsten Fall zu erwähnen, in jedem meiner Laboratorien, wenn nöthig, Sonnenlicht benutzt werden. Der anderweitige Werth dieser langen horizontalen Visirlinien oder Beobachtungsstrecken wird noch dadurch erhöht, dass dieselben über isolirte Pfeilerreihen hinweglaufen. Ich halte derlei Gesichtspuncte bei der Anlage grösserer physicalischer Institute für wichtig und der Fachleser dürfte im Plane des Grazer Institutes gerade in dieser Beziehung einiges Nachahmenswerthe finden.

Nach diesen allgemeinen Vorbemerkungen will ich die Institutseinrichtung kurz schildern. Als Anhaltspunct genügt der in Figur 1 Tafel VI gegebene Parterreplan. Der Meridian *NS* bestimmt die Orientirung. Vorerst sei bemerkt, dass das Gebäude zwei Hauptfaçaden hat, und zwar an der rechten und unteren Grenzlinie des Grundrisses. Der Plan bedeutet Hochparterre; darunter befindet sich ein sehr lichtes Souterrain. Nur die beiden den Hauptfaçaden entsprechenden Gebäudetracte besitzen doppelte Geschosshöhe. Die rückwärts gelegenen kleinen Hoftracte mit den Buchstaben *RR'TXXXX* haben nur ein Erdgeschoss.

Wir betreten das Institut durch den Haupteingang *A* und besuchen zunächst den Raumcomplex für die Experimentalvorlesungen, welche vom grössten Theile der philosophischen und medicinischen Hörer frequentirt werden. Der Mittelcorridor führt durch ein Vorzimmer mit Stiege *t* von rückwärts auf die amphitheatralischen Sitzreihen des grossen Auditoriums *B*, eines durch beide Geschosse reichenden, nahezu cubischen Raumes. Der für die verstellbaren Experimentirtische bestimmte Flächenraum *r* des Fussbodens ist mit solid unterwölbten Steinplatten gedeckt. *D* ist ein geräumiges Vorbereitungslaboratorium, vom Experimentirraum leicht zugänglich. Von den nicht näher zu beschreibenden technischen Einrichtungen des Auditoriums sei nur erwähnt, dass mit Sonnenlicht sowohl von *x* als von *y* her projicirt

Digitized by Google

werden kann. Im ersteren Falle befindet sich der Heliostat unter dem Zuhörerpodium. Das Licht gelangt durch eine entsprechende Oeffnung im Podium zum Experimentirraum *r* und auf die Projectionsfläche *f*, welche durch Auseinanderschieben der rückwärts vom Experimentator angebrachten Doppelschreibtafel freigelegt wird. *m* bedeutet einen kleinen transportablen Wasserdruckmotor, (nach Schmidt's System,) von welchem eine Transmission zum Experimentirraum führt. Derselbe transportable Motor kann auch in anderen Localitäten an die Wasserleitung angesetzt und für kleine Arbeitsleistungen, Rotations-Apparate u. dgl. benützt werden. Die Buchstaben *s* resp. *d* im Vorbereitungslaboratorium sowie im ganzen Plane bedeuten Wasserabläufe (Spülbecken,) resp. Abzüge für Gase und Dämpfe (Digestorien).

CC' ist das grosse physikalische Cabinet für die Vorlesungs-Sammlung. Die Glasschränke mit Schubthüren sind an den Fensterpfeilern der Nordseite in der aus dem Plane ersichtlichen Weise angeordnet.

Zur Aufzählung der Räume im Souterrain will ich mich der Buchstaben der entsprechenden Parterreräume in der Figur bedienen. Zunächst befinden sich unterhalb *CC'* an der Hofseite die grossen und hellen Localitäten der mechanischen Werkstätte. Beim Punkte *c* des Souterrains ist eine kleine dreipferdige Hochdruckdampfmaschine aufgestellt, mit Transmission durch die ganze Werkstätte.[1]) Der Souterrainraum unterhalb *B* wird für gröbere, halbchemische Arbeiten, als Darstellung von benöthigten Präparaten, Destillationen, Gasentwicklungen etc. eingerichtet. Desgleichen stehen hier und zwar unterhalb *r* zwei grosse gekuppelte Gasrecipienten, aus denen durch Wasserdruck Gase oder Luft zu den mannigfachsten Zwecken vermittelst eines Rohrsystems in den Paterreraum gelangen. Unterhalb *t* ist endlich ein besonderer Raum für grosse galvanische Ketten, unterhalb *E* eine Vorrathskammer für Material aller Art. Alle diese Souterrainräume sind durch die Stiege *s* vom Hörsaal aus in kürzester Zeit zu erreichen.

---

1) Zu einer stabilen Dampfmaschine an Stelle eines anderen Motors entschloss ich mich wegen der verhältnissmässig geringen Erschütterungen, der mässigen Betriebskosten und endlich wegen der vielfachen Benützbarkeit des Dampfkessels, der ohnedies in einem grösseren Institut nicht wohl fehlen darf. Am Dampfkessel wird für electrische Versuche nach Armstrong der bekannte Ausströmungsapparat angebracht.

Digitized by Google

Links von der Hofeinfahrt liegt der Wohntract. Im Parterre wohnen ein Laborant und ein Assistent für die Experimentalvorlesungen. Im ersten Stockwerke darüber ist die Wohnung des Directors. Derselbe erreicht Cabinet und Hörsaal direct über die Stiege *z*. Endlich enthält das erste Stockwerk gerade über den Räumen *C* und *t* die Kanzlei und das Handlaboratorium des Directors; über *E* liegt das Lesezimmer des Institutes. Man kann sich nun leicht den Cyklus von Functionen vorstellen, welche sich in der bisher beschriebenen Localitätengruppe unter der Hand des Directors abwickelt, ungehindert von den weiteren Zwecken des Institutes. Bemerkt sei noch, dass im Raume *C* ein Aufzug *a* angelegt wurde, welcher Werkstätte, Cabinet und Handlaboratorium verbindet. Auf diesem Wege können schwere Gegenstände bequem zwischen beiden Geschossen transportirt werden.

An die obige Localitätengruppe schliesst sich zunächst das Schüler-Laboratorium *LL'*, zu Unterweisungen in den ersten Anfangsgründen der praktischen Physik bestimmt. Man gelangt dahin aus dem Eingangscorridor durch die Glasthür *g*. Da in *L* selbst nur die eigentlichen Experimente oder einfachere Beobachtungen mit Schulapparaten, nicht aber störende mechanische Arbeiten ausgeführt werden sollen, so ist für die letzteren Zwecke der grosse und lichte „Arbeitscorridor" hergerichtet[1]), indem daselbst in den Fensternischen kleine Werktische mit allem Zubehör angebracht sind. Für gröbere chemische Arbeiten, Ausspülen von Säuren u. dgl. dient das Zimmer *K* mit Digestorium *d*. Es sei bemerkt, dass dieser Raum *K* so eingerichtet ist, dass er zugleich für die photographischen Arbeiten des Institutes benutzt werden kann. Zu den Räumen für den praktischen Unterricht sind noch hinzuzuzählen die Wohnung *FF* des Laboratoriumdieners und unmittelbar darüber im ersten Stock die Wohnung desjenigen Assistenten, welcher bei der Abhaltung der praktischen Uebungen thätig ist.

Die noch übrigen Räume des Parterres sind hauptsächlich zu wissenschaftlichen Arbeiten bestimmt. Eine grössere Zahl derselben halte ich für nöthig, damit nicht die oft mit grossen Schwierigkeiten für eine längere Beobachtungsreihe aufgestellten Apparate irgend einem untergeordneten Bedürfniss weichen müssen, wie es bei be-

1) Diese Verwendung des Corridors wurde einer ähnlichen Einrichtung des Beetz'schen Institutes in München nachgebildet.

Digitized by Google

schränkten Localitäten leider so oft vorkommt. *E* ist ein optisches Laboratorium, an dieser Stelle gelegen wegen der Beleuchtung. *R* und *R'* sind weitere Laboratorien, von denen sich das erstere durch seine Situation am besten zu calorischen und verwandten Untersuchungen eignet. Es gehört hierzu nämlich noch im Souterrain (unterhalb *R*) ein von allen Seiten sehr gut geschützter Raum für möglichst constante Temperaturen, welcher vermittelst der Stiege *e* auf kürzestem Wege erreicht werden kann. Hier sind wieder zwei gekuppelte Gasrecipienten mit Rohrleitungen nach *R* und *L* aufgestellt. Ferner stösst daran ein Eiskeller, unterhalb der Terasse *Y*. Auch führt eine Transmissionswelle *m* von der Dampfmaschine bis in das Laboratorium *R*, desgleichen ein Dampfzuflussrohr. Endlich befindet sich in nächster Nähe, bei *P* nämlich, der grosse Thurmpfeiler, an welchem von *R* aus ein in bekannter Weise construirtes, langes Manometerrohr zu genauen Messungen grosser Druckkräfte emporsteigt. Alles dies sind Behelfe, welche für ein Wärmelaboratorium besonders günstig sind. *R'* und *T* erhalten Präcisions-Instrumente feinerer Art, soweit sie nicht in den anderen Laboratorien bereits vertreten sind, *T* im Speciellen feine Wagen und den Comparator. Die Räume *XX* sind eisenfrei für sehr feine galvanometrische und ähnliche Beobachtungen. Dieselben sind sehr licht und haben während des grössten Theiles des Jahres günstige Nachmittagssonne. Selbstverständlich können diese Räume nicht den Zweck sehr genauer tellurisch-magnetischer Ermittelungen erfüllen, da dies durch die unvermeidlichen, grossen aber stabilen Eisenmassen im Vordertract (Gas und Wasserleitung) vereitelt wird. Wohl aber bietet die eisenfreie Zimmerreihe den Vortheil eines sehr wenig variabeln magnetischen Feldes und das ist es ja, was bei feinen physikalischen Beobachtungen im Allgemeinen gefordert wird und genügt. Die Locale sind von *h* aus sowohl als vom Arbeitscorridor zugänglich. Letzterer spielt für alle benachbarten Laboratorien die Rolle einer Handwerkstätte, ist somit sehr brauchbar. Uebrigens kann auch die Souterrain-Werkstätte leicht vermittelst *e* erreicht werden.

Ich muss nun hier eine schon erwähnte Eigenthümlichkeit des Institutes näher beschreiben, nämlich die systematisch angeordneten Pfeiler und die durchlaufenden Beobachtungslinien. Die kleinen, im ganzen Plan zerstreuten Quadrate bedeuten isolirte Pfeiler; nur einzelne derselben, wie im Cabinete *CC'*, sind kurze Stutzen, welche auf den unterhalb befindlichen Gewölbescheiteln ruhen. Die Pfeiler sind

Digitized by Google

nach einem von mir angegebenen Schema derart gebaut, dass sie die Möglichkeit bieten, innerhalb grösserer Flächenräume beliebige Puncte des Beobachtungslocales isolirt, das heisst von den Schwingungen des Fussbodens möglichst unabhängig zu unterstützen. Ich will dies an der bei *L* Fig. 1 gezeichneten Pfeilergruppe *pp'p''p'''* erläutern. Denkt man sich die Pfeiler *pp'* in der Richtung *vv* vertical durchschnitten, so bietet sich die in Fig. 3 vergrössert gezeichnete Durchschnittsfigur. Die Pfeiler sind oberhalb durch eine grosse Steinplatte *kk'* horizontal überdeckt, so dass sich gewissermassen eine Steinbank bildet, welche bis dicht unter die Fussbodendielung *bb* reicht. Letztere hat zwischen *i* und *i'* Einsatzstücke, (Deckel) welche nur eingeschraubt sind und leicht entfernt werden können, so dass die darunter verborgene Steinplatte ganz oder theilweise frei wird, wenn man sie benutzen will.[1]) Stehen nun in einem Locale wie *L* Fig. 1 zwei solche Steinbänke parallel zu einander in grösserem Abstande, so kann man sie durch horizontale Träger oberhalb des Bodens an ganz beliebigen Stellen überbrücken und somit nach Wunsch einen jeden Punct in dem durch die vier Pfeiler *pp'p''p'''* gebildeten Rechtecke isoliren. Hierzu benutze ich leichte Brücken nach dem Princip der Gitterträger von grosser Steifigkeit.

Dies war jedoch nicht der einzige Grund, weshalb ich den Pfeilern die aus Fig. 1 ersichtliche Aufstellung gab. Wie man sofort erkennt, so laufen über sämmtliche Pfeiler der Räume *LL'RR'T* zwei Visirlinien *v* und v_1, welche vom Heliostatenlicht von rechts (eventuell auch von links) bestrichen werden können. Zu dem Ende sind in den Wänden der Laboratorien in diesen beiden Richtungen fensterartige Durchbrechungen gelassen, welche selbstverständlich auch noch andere Vortheile haben. Da solche Visirlinien ohne Vermehrung der Baukosten in meinem Institut leicht herstellbar waren, so habe ich noch mehrere derselben v_2, v_3 und v_4 anbringen lassen. Die längste *v* misst im

---

1) Auf diese Weise kommt der Beobachter nicht so leicht in die Lage, den Steinträger durch Auftreten zu erschüttern, wie wenn der Pfeilerkopf im Fussbodenniveau liegt, oder gar darüber herausragt. Auch ist es sehr angenehm, falls die Pfeiler nicht benutzt werden, einen ununterbrochenen Holzfussboden im Local zu haben. Die gleichzeitig mit der Steinplatte blossgelegten Fugen zwischen letzterer und den Balken des Fussbodens werden im Winter zur Vermeidung von Luftzug durch lose aufgelegte Filzkörper verdeckt.

Digitized by Google

Institut fast 30 Klafter. Auch in den Arbeitscorridor kann Heliostatenlicht von *K* geführt werden.

Das erste Stockwerk des grossen Haupttractes bietet noch einige nennenswerthe Räumlichkeiten, welche ich der Vollständigkeit halber aufzählen will. Die grosse Stiege *U* führt zum Corridor dieser Etage. Zunächst befindet sich hier ein zweiter geräumiger Hörsaal, etwa oberhalb der Mitte von *CC'* in Fig. 1, woselbst Vorlesungen über mathematische Physik, Meteorologie, mathematische Geographie etc. von Seiten der betreffenden Fachprofessoren abgehalten werden können, zu deren Bequemlichkeit ein Professorenzimmer zur Disposition steht. An einem Ende führt der Corridor zum Lesezimmer (über *E*) und zur Directionskanzlei. Am andern Ende sind noch mehrere grössere Räume vorhanden, ein Local für meteorologische Instrumente, ein zweites mit bequemem Zugang zum weiter unten beschriebenen Observatorium als Rechenzimmer bei astronomischen Arbeiten, ein sonnenseitiges Local oberhalb *E* und die schon erwähnte zweite Assistentenwohnung.

Bezüglich der Heizung des Institutes bemerke ich, dass der grosse Hörsaal für Experimentalphysik mit Luftheizung, die Wohnräume sowie die eisenfreien Laboratorien mit Thonöfen, alle übrigen Räume jedoch durch eine Warmwassercentralheizung erwärmt werden.

Es erübrigt nun noch, eine Abtheilung des Institutes zu beschreiben, deren Entstehung dem Zusammenwirken verschiedener Umstände zu verdanken ist. Offenbar war es sehr wünschenswerth, durch eine geeignete bauliche Construction auch für genaue Versuche und Beobachtungen in grösseren Verticalabständen die nöthige Sicherheit und Stabilität zu bieten. Ursprünglich war es den Architecten freigestellt, in einem der Laboratorien z. B. *R* einen durch beide Geschosse hinaufragenden Pfeiler mit dem nöthigen Zubehör und geeigneten Communicationsmitteln herstellen zu lassen. Auf diesen Pfeiler gedachte ich ausserdem einen kleinen Refractor mit Spectralapparat für die fundamentalen astrophysikalischen Beobachtungen aufzustellen. Jedoch erwies sich die Absicht, einen solchen Pfeiler in den Körper des Institutsgebäudes aufzunehmen, schon beim Entwurf der Pläne als wenig entsprechend. Ein hoher Pfeiler bietet erfahrungsmässig wenig Stabilität, wenn sein Querschnitt nicht sehr bedeutende Dimensionen hat. Dadurch wäre also im Institut viel Raum verloren gegangen und ausserdem wäre die günstige Anordnung der Localitäten empfind-

Digitized by Google

lich gestört worden. Diese und andere bautechnische Gründe sprachen dafür, den Pfeiler an eine geeignete Stelle ausserhalb der Laboratorien und zwar in einen besonderen Thurm zu verlegen. Hieraus erwuchs nun die Möglichkeit, ohne unverhältnissmässige Erhöhung des Kostenpunktes zugleich eine für unsern academischen Unterricht sehr wünschenswerthe Erweiterung des Institutes zu schaffen. An der Grazer Universität existirte nämlich bisher kein astronomisches Observatorium, nicht einmal ein geeigneter Ort zur Aufstellung eines mittelmässigen Tubus. Die Errichtung einer selbstständigen Sternwarte konnte dermalen noch gar nicht ins Auge gefasst werden, schon aus dem Grunde, weil das für die neuen Universitätsbauten disponible Territorium keinen hierzu geeigneten Platz aufwies. Der Pfeilerbau beim physikalischen Institut bot sich daher als ein willkommenes Auskunftsmittel, den Mangel eines Observatoriums vor der Hand zu decken. Es bedurfte ausser dem mit einer Drehkuppel zu versehenden Pfeilers nur noch eines kleinen Zubaues für Beobachtungen im Meridian und im ersten Verticalen. So entstand denn das im Grundriss Fig. 1 bei *PQM* verzeichnete Anhängsel als astrophysikalisches Observatorium, welches übrigens, Dank der geschickten Hand des Architecten, der Ansicht des Gebäudes durchaus nicht zur Unzierde gereicht. Ich will dasselbe kurz beschreiben.

Ein Corridor *V* führt vom Hauptgebäude zu dem Thurmpfeiler *P* in Fig. 1. Diesem wurde die Form eines Hohlkörpers gegeben, einestheils weil dadurch den beabsichtigten physikalischen Zwecken, auf welche hier nicht näher eingegangen werden kann, am besten entsprochen wird, anderentheils aber, um bei geringem Materialverbrauch möglichst grosse Stabilität zu gewinnen. Den Querschnitt des Mauerwerkes bildet ein Kreisring, umspannt von einem quadratischen Rahmen, dessen Diagonaldurchmesser beiläufig 21 Fuss beträgt. Ausserdem ist der Pfeiler (bei einer Gesammthöhe von 60 Fuss) etagenweise durch Gewölbe-Calotten querüber versteift, welche jedoch in der Pfeileraxe durchbrochen sind. Die vier diametralen Lücken in der Querschnittsfigur 1 bedeuten thürartige Oeffnungen der Pfeilerwand.

Der beschriebene Hohlpfeiler steht nun im Innern eines ebenfalls quadratischen Thurmes, so dass sich das Ganze etwa wie ein System zweier ineinandergeschachtelter Thürme präsentirt. Man gelangt auf den höchsten Punct des Pfeilers aus beiden Geschossen des Institutsgebäudes durch einen Corridor *V* über die überdeckte Terasse *Y* und

Digitized by Google

die Stiege *w*. Es ist die Einrichtung getroffen, dass man direct von der Stiege auch in das Innere des Pfeilers gehen kann und zwar durch die oben erwähnten Thüröffnungen. Dies ist besser aus Fig. 2 zu erkennen, welche einen Verticalschnitt durch ein Stück des Thurmpfeilers darstellt. Der Pfeiler *P* enthält etagenweise in seinem Innern Bühnen (Fussböden), welche jedoch nicht auf dem Pfeiler selbst, sondern auf den äusseren Thurmmauern ruhen. Zu diesem Zwecke gehen die Balkenträger frei durch die im Kreuz gestellten Thüröffnungen der Pfeilerwand hindurch und somit befindet sich der Beobachter, indem er eine beliebige Etage betritt, im Innern eines geräumigen Cylinders, isolirt von dessen Wänden, so dass nun in der mannigfaltigsten Weise Beobachtungen in fixirten Verticalabständen gemacht werden können. Hierzu bietet sich zunächst die Pfeilerwand selbst; aber man kann auch leicht durch querüberlegte Träger jeden beliebigen Punct des Hohlraumes isolirt unterstützen.

Der Thurm hat oben eine Drehkuppel nebst Plattform. Auf den Pfeiler kommt ein sechszölliger, parallaktischer Refractor von Steinheil mit Uhrwerksbewegung, ferner eine astronomische Uhr. Ich lasse es dahingestellt, ob für rein astronomische Zwecke ein Hohlpfeiler der beschriebenen Art ganz unbedingt zu empfehlen sei.[1]) Man könnte dagegen leicht den Einwand erheben, dass derselbe den täglichen Temperaturvariationen weit mehr unterworfen sein müsse, als ein solider. Indess ist hiefür vorgesorgt. Die sonnseitigen Fenster des Thurmes sind sehr klein und ausserdem mit doppelten Verschlüssen versehen, welche dem Licht nur nöthigen Falles geöffnet werden. Was übrigens die Stabilität des Pfeilers betrifft, so ergaben Versuche, soweit sie vor der noch nicht erfolgten Aufstellung des Refractors angestellt werden konnten, ein ganz befriedigendes Resultat[2]), was um so erfreulicher war, als sich bei dem Fundamentbau des Thurmes

1) Hohlpfeiler sind an sich nichts Neues. Einen solchen besitzt z. B. die Sternwarte in Bothkamp; jedoch ist derselbe allseitig geschlossen, soweit ich aus den Zeichnungen entnehme.

2) Ein Fernrohr von 20facher Vergrösserung wurde auf den Pfeiler gestellt und mit dem Fadenkreuz auf ein entferntes Object einvisirt. Es zeigte sich keine Spur von Zittern, als auf die Böden des Stiegenraumes ungemein heftige Verticalstösse mit einem Rammbalken vollführt wurden. Nach meinen Wahrnehmungen an den anderen Pfeilern des Institutes muss dies als ein durchaus günstiges Resultat bezeichnet werden.

Digitized by Google

sehr grosse Schwierigkeiten durch die Bodenverhältnisse ergeben hatten. Es sei hier noch bemerkt, dass auf die Mitte der Drehkuppel die Spitzenvorrichtung für Beobachtungen der atmosphärischen Electrizität aufgesetzt wird, was bei der excentrischen Stellung der Fernrohraxe bei Steinheils Stativ geschehen kann, ohne die Zenithbeobachtungen zu beeinträchtigen. Für meteorologische und verwandte Zwecke ist noch eine Plattform auf dem Dache des Hoftractes mit Zugang vom ersten Stockwerke des grossen Haupttractes vorhanden.

Um nun den Thurm zu einem kleinen Observatorium zu vervollständigen, wurden noch die Localitäten *M* für Beobachtungen im Meridian und *Q* für solche senkrecht zum Meridian hinzugebaut. Beide sind mit entsprechenden Spalten und Klappenvorrichtungen versehen. *M* erhält vorläufig ein schon im Besitz der Universität befindliches, vortreffliches Universalinstrument von Pistor, *Q* ein Passageinstrument. In jedem der beiden Localien wird die isolirte Steinconstruction von je 5 Mauerpfeilern getragen, welche bis auf etwa 15 Fuss ins Erdreich eingesenkt sind. In *M* lässt sich auch mit dem Heliostaten arbeiten. Die Lage der letztgenannten Beobachtungsräume kann die relativ günstigste beim Institute genannt werden für astronomische Zwecke, indem die Entfernung von den Strassen der umliegenden Vorstadt die grösstmöglichste ist und die Meridianrichtung über eine lange Strecke des zukünftigen Universitätsplatzes frei hinweggeht. Ich versäume nicht, an dieser Stelle hervorzuheben, dass mein College, Herr Regierungsrath Dr. Friesach, der Vertreter der astronomischen Wissenschaften an unserer Universität, an der Gestaltung des Observatoriums thätigst mitwirkte und desgleichen die Beschaffung und Aufstellung der astronomischen Beobachtungsmittel leitet. Somit besitzt das Institut in dem letztbeschriebenen kleinen Zubaue jenen Bestandtheil, welcher für die Bedürfnisse unserer Universität wünschenswerth war. Ich meine übrigens, dass, ganz abgesehen von den speciell für Graz massgebenden Vorbedingungen, grössere physikalische Institute stets mit astrophysikalischen oder kleinen astronomischen Observatorien verbunden sein sollten.

Indem ich mich in dieser Notiz hauptsächlich auf das in baulicher Beziehung Mittheilenswerthe beschränken musste, glaube ich doch die im hiesigen Institute realisirten praktischen Gesichtspunkte anschaulich dargelegt zu haben. Was die innere Ausrüstung mit physikalisch-technischen Hülfsmitteln betrifft, so kann ich hierüber genauere Mit-

Digitized by Google

theilungen erst nach ganz vollendeter innerer Einrichtung des Gebäudes machen, bemerke indess, dass auch in dieser Richtung von der österreichischen Regierung die erfreulichsten Schritte gethan wurden, um die Anstalt dem Plane gemäss zu vervollständigen.

Zum Schluss darf nicht unerwähnt bleiben, dass bei den Entwürfen für das grazer Institut die an den Anstalten Deutschlands gemachten Erfahrungen in vielfacher Hinsicht verwerthet wurden. Den betreffenden Vorständen dieser Anstalten spreche ich zugleich für ihre bereitwilligst ertheilten Auskünfte und Rathschläge hiermit öffentlich meinen Dank aus.

Graz 13. April 1875.

Digitized by Google

Gramme's magnet-electrische Maschinen.

Von

Alfred Niaudet Broguet.

(Hiezu Tafel XII u. XIII.)

Herr Alfred Niaudet Broguet hatte die Güte, uns seine Abhandlung über die neuesten Fortschritte in der Construction der Magnetelectrischen Maschinen von Gramme zu übersenden. Das Folgende enthält aus dieser Arbeit diejenigen Theile, welche nicht schon in der von dem gleichen Verfasser gegebenen Abhandlung im 9ten Bande (Seite 152 ff.) enthalten sind.

Der Electromagnet ohne Ende. Der Ring oder wie er bezeichnender genannt werden kann, der Electromagnet ohne Ende, ist in Bezug auf seine Bestandtheile durch Figur 3 Tafel XII deutlicher dargestellt, als dies bei der in der oben citirten Abhandlung gegebenen Abbildung der Fall ist. Gramme hat aber auch in der Neuzeit doppelte Electromagnete ohne Ende in folgender Weise hergestellt. Auf dem eisernen Ring sind 60 Drahtspiralen aufgewunden. Davon laufen die Drahtenden der 1ten, 3ten, 5ten etc. Spirale auf der rechten Seite, die Drahtenden der geraden Spiralen auf der linken Seite der Ringebene zusammen, wie dies aus Tafel XIII Fig. 2 deutlich ersichtlich ist. An jeder Seite befinden sich wie beim einfachen Electromagnet ohne Ende, zwei schleifende Drahtpinsel, welche zum äusseren Schliessungskreis führen, und man kann so die Drähte sowohl nach Quantität als nach Intensität verbinden. Um dies leicht bewerkstelligen zu können, ist an der Seite eine einfache Commutations-Vorrichtung (Tafel XIII Figur 2) angebracht.

Bei den früheren Maschinen waren gewöhnliche Stahlmagnete als Stromerreger angewendet; in der Neuzeit wurden dazu die Jamin'schen Lamellenmagnete[1]) benützt. Figur 4 Tafel XII zeigt eine mit einem

1) Repertorium. Bd. IX. pag. 253 ff.

Digitized by Google

solchen Lamellenmagneten und einem doppelten Electromagnet ohne Ende versehene Maschine, wie sie für Laboratoriumszwecke construirt wird. Der Electromagnet ist so eingerichtet, dass die geraden Spiralen aus dickem und kurzem, die ungeraden Spiralen aus feinem und langem Kupferdrahte bestehen, so dass man auch mit dieser Maschine Quantitäts- und Intensitätsströme erzeugen kann.

Maschine für Galvanoplastik. Es ist klar, dass sich bei dem Gramme'schen Systeme anstatt der erregenden Stahlmagneten auch Electromagnete mit Benützung des remanenten Magnetismus [1]) in Anwendung bringen lassen. Gramme hat dies auch bei seinen grossen zu industriellen Zwecken verwendeten Maschinen ausgeführt.

Die erste Maschine für galvanoplastische Zwecke wurde im Jahre 1872 für Christofle & Comp. in Paris verfertigt; sie functionirt seit zwei Jahren zur vollkommenen Zufriedenheit, hat keine Reparatur erfordert und ihre ganzen Unterhaltungskosten bestehen in der Auslage für das Oel, das zum Schmieren der beiden Zapfen der Mittelachse erforderlich ist. Die Maschine, die auf Tafel XII Fig. 5 dargestellt ist, wiegt im Ganzen 750 Kilogramm. Sie besitzt 4 doppelschenkelige Electromagnete und ihr Gestell, das auf einem hölzernen Fusse ruht, ist aus Rothguss verfertigt. Das verwendete Kupfer hat ein Gewicht von 175 Kilogramm. Die Maschine hat eine Höhe von 1,30 Meter und 0,80 Meter an der breitesten Stelle; sie zersetzt in der Stunde 600 Gramm Silber und erfordert dazu eine Kraft von 75 Kilogramm-Meter (genau 1 Pferdekraft).

Die neue galvanoplastische Maschine, welche auf Tafel XIII Fig. 1 dargestellt ist, hat nur einen Electromagnet ohne Ende und blos zwei doppelschenkelige Electromagnete als Erreger. Ihr Gesammtgewicht beträgt 177,5 Kilogramm, das auf den Electromagneten verwendete Kupfer wiegt 47 Kilogramm; sie ist $0,^{m}55$ breit und $0,^{m}60$ hoch und zersetzt, wie die früheren Maschinen 600 Gramm Silber in der Stunde. Die zu ihrem Functioniren erforderliche bewegende Kraft beträgt blos 50 Kilogramm-Meter. Während früher für die Electromagnete runder Kupferdraht gebraucht wurde, hat Gramme bei der neuen Maschine jeden Eisenkern der erregenden Electromagnete mit einem flachen Kupferstreifen umwunden, der ebenso breit als der Eisen-

1) Cfr. Schellen. Die Dynamo-electrischen Maschinen. Repertorium. Bd. IV. pag. 65 ff.

Digitized by Google

kern lang ist, so dass man blos eine einzige Spirale um jeden Eisenkern gewunden hat.

Die Windungen des Electromagneten ohne Ende bestehen aus sehr starkem, flachem Drahte, der eine hinreichende Steifheit besitzt, um die Wirkungen der Centrifugalkraft unschädlich zu machen; die Achse der Maschine kann deshalb 500 Umdrehungen in der Minute ausführen, während bei den früheren Maschinen die Geschwindigkeit über 300 Umdrehungen nicht hinausging. Trotzdem zeigt sich kein Funken an den Contacten der Metallpinsel, und die Drähte der Electromagnete erfahren keine merkliche Erwärmung. Die Lage der Metallpinsel kann leicht regulirt werden, sie können sogar, während die Maschine sich im Gange befindet, herausgenommen werden.

Das Gestell besitzt eine grosse Stabilität. Die wenig belastete Achse ist von Stahl, ihre Zapfen haben einen geringen Durchmesser, wodurch die Reibung beträchtlich vermindert wird. Die Anker, welche gut an den Eisenkernen der Electromagnete befestigt sind, umschliessen fast den ganzen Umkreis des Electromagneten ohne Ende.

Maschinen für das electrische Licht. Die erste Maschine für das electrische Licht, welche von Gramme ausgeführt wurde, war mit einem Regulator für 900 Carcellampen verbunden; ihr Gesammtgewicht betrug 1000 Kilogramm. Sie besass drei Electromagnete ohne Ende und sechs doppelschenkelige Electromagnete als Erreger. Einer der Electromagnete ohne Ende erzeugte den Strom für die erregenden Electromagnete, die beiden anderen Electromagnete ohne Ende erzeugten den Strom für das Licht. Das auf den Eisenkernen der erregenden Electromagnete aufgewundene Kupfer hatte ein Gewicht für 250 Kilogramm; das auf den Electromagneten ohne Ende befindliche wog 75 Kilogramm. Der für die Aufstellung nöthige Raum war 1,^{m}25 hoch und 80 Centimeter breit.

Da sich diese Maschine beim Gebrauche etwas erwärmte und an den Contacten der Metallbürsten Funken entstanden, so hat Gramme dieselbe auf die durch Figur 6 Tafel XII dargestellte Weise abgeändert. Die sechs erregenden Electromagnete sind in Form eines Dreieckes gruppirt. Die zwei Electromagnete ohne Ende können entweder ihren Gesammtstrom durch die erregenden Electromagnete gehen lassen, oder man kann durch einen der Electromagnete ohne Ende die erregenden Electromagnete magnetisiren oder auch zwei getrennte Lichtbogen erzeugen. Diese Maschine wiegt 700 Kilogramm; ihre Höhe

Digitized by Google

beträgt 90 Centimeter, ihre Breite 65 Centimeter. Das auf den erregenden Electromagneten befindliche Kupfer hat ein Gewicht von 180 Kilogramm, das auf den beiden Electromagneten ohne Ende befindliche ein Gewicht von 40 Kilogramm. Die Maschine erzeugt für gewöhnlich ein Licht von 500 Lampen, welches jedoch bei vergrösserter Geschwindigkeit auf die doppelte Höhe gebracht werden kann. Sie erwärmt sich nicht und es entstehen an den Contacten keine Funken. Lässt man den Strom durch zwei Regulatoren gehen, so gibt jeder ein Licht von 150 Carcellampen.

Die neueste Construction der Maschine für das electrische Licht stellt Fig. 2 Tafel XIII dar. Sie hat im Ganzen Aehnlichkeit mit der neuen Maschine für Galvanoplastik; ein starkes Gestell trägt zwei doppelschenkelige erregende Electromagnete und einen einzigen Electromagnet ohne Ende, der übrigens die oben als doppelter Electromagnet ohne Ende beschriebene Einrichtung hat, so dass man die beiden Hälften nach Quantität oder Intensität verbinden, oder auch zwei gesonderte Lichtbogen erzeugen kann. Bei normalem Gange erzeugt sie ein Licht von 200 Lampen. Das Gesammtgewicht beträgt 183 Kilogramm, das Gewicht des auf sämmtlichen Electromagneten verwendete Kupfer 47 Kilogramm. Die Höhe der Maschine beträgt 60 Centimeter, die Länge und Breite je 55 Centimeter.

Bezüglich weiterer Details verweisen wir auf die Eingangs citirte Abhandlung: „Machines Magnéto-Electriques Gramme par Alfred Niaudet Broguet. Paris, Hippolyte Fontaine, 1875."

Digitized by Google

Der Merz'sche Refractor für die Sternwarte in Quito.

(Hiezu Tafel V.)

Vor Kurzem ging aus dem Fraunhofer'schen Institute des Herrn S. Merz wieder ein grösserer, parallactisch montirter Refractor hervor, welcher für die neu errichtete Sternwarte in Quito bestimmt ist. Herr Merz hatte die Güte, dem Herausgeber zwei Photographien dieses schönen Instrumentes zur Verfügung zu stellen, nach welchen die beiden Figuren auf Tafel V ausgeführt wurden.[1])

Das Fernrohr hat eine freie Oeffnung von 9 Pariser Zoll und eine Focaldistanz von $116^3/_4$ P. Zoll. Das Rohr desselben, das aus Kupfer verfertigt ist, besteht aus zwei conischen Hälften, die an einem Würfel in der Mitte befestigt sind, so dass eine Balancirung der Objectivhälfte, wie sie bei früheren Refractoren vorhanden ist, nicht mehr erforderlich war.

Dem Instrumente ist ein Doppelringmikrometer mit 78facher Vergrösserung und ein Filarmikrometer beigegeben, welches im Wesentlichen noch die Fraunhofer'sche Construction besitzt. Zu dem letzteren Mikrometer gehören 8 Oculare mit 105-, 160-, 245-, 350-, 455-, 585-, 780- und 910facher Vergrösserung; der Positionskreis ist direct von 5 zu 5 Minuten getheilt, der Nonius gibt 1 Minute. Ausserdem sind noch seehs negative Oculare mit 85-, 105-, 175-, 235-, 350-, 585facher Vergrösserung bei dem Instrumente.

Durch eine aussen am Rohre angebrachte und in Figur 1 sichtbare Lampe kann vermittelst eines im Innern des Rohres befindlichen Spiegelsystems sowohl eine Beleuchtung des Gesichtsfeldes als der Fäden hergestellt werden.

In der Nähe des Ocularendes ist um das Rohr drehbar ein starker Ring gelegt, welcher einerseits den Sucher, andererseits ein entsprechendes Gegengewicht trägt. Der Sucher kann so um das ganze

1) Die Ungleichheit in der Grösse der beiden Figuren rührt von dem Umstande her, dass der Photograph seine Aufnahmen nicht in der gleichen Distanz vom Instrumente ausgeführt hat.

Digitized by Google

Rohr gedreht und in eine für den Beobachter bequeme Lage gebracht werden. Freilich bietet die Ausführung dieser Einrichtung dem Mechaniker nicht geringe Schwierigkeiten, so dass es fraglich sein könnte, ob diese wirklich durch die Vortheile für den Beobachter aufgewogen werden.

Die parallactische Aufstellung des beschriebenen Fernrohres ist von besonderem Interesse, weil die Polhöhe von Quito blos $0^0\ 14'$ beträgt.

Ein starkes gusseisernes Gestell trägt die Lager für die Stundenachse, an deren einem Ende die Lagerbüchse für die Declinationsachse befestigt ist. Das andere Ende trägt den Stundenkreis, welcher einen Durchmesser von 18 Zoll besitzt; die Theilung desselben geht direct bis 1^m, mit dem Nonius bis 2^s Zeit. Parallel dem Stundenkreise ist ein Zahnkreis aufgesetzt, in welchen mittelst eines Huyghens'schen Schlüssels vom Ocularende des Fernrohres aus eine Schraube ohne Ende eingelegt werden kann. Dadurch wird die Stundenachse mit dem Uhrwerke verbunden, welches auf directes Verlangen des Bestellers mit einem Foucault'schen Regulator versehen wurde. Herr Merz hätte ohne dieses besondere Verlangen den Regulator vorgezogen, welcher an dem auf der Wiener Weltausstellung befindlichen Refractor angebracht war. Der genannte Zahnkreis ist dabei jedoch nicht an der Stundenachse befestigt, sondern sitzt blos mit starker Reibung auf derselben auf; man kann so, auch wenn das Uhrwerk nicht ausgelöst ist, das Fernrohr drehen, ohne dass man einen schädlichen Einfluss auf das Uhrwerk zu befürchten hätte. Das Gewicht der Declinationsachse sammt Fernrohr ist mittelst Hebel durch ein starkes Gegengewicht gehoben, das im Innern des gusseisernen Gestelles herabhängt und in Figur 2 theilweise gesehen wird.

Die Declinationsachse trägt auf der einen Seite das Fernrohr, auf der anderen Seite den Declinationskreis, der einen Durchmesser von 20 Zoll besitzt, direct von 5 zu 5 Minuten in Bogen getheilt ist und mittelst des Nonius 4 Secunden abzulesen gestattet. Die nachtheiligen Schwerewirkungen des Fernrohrgewichtes sind durch zwei Hebel mit Gegengewichten vollständig aufgehoben.

Hinter dem Fernrohrwürfel sitzt der Klemmungsarm mit der feinen Bewegung; die Klemmung sowohl als die feine Einstellung kann vom Ocularende des Fernrohres aus mittelst zweier Huyghens'scher Schlüssel sehr bequem bewerkstelligt werden.

Digitized by Google

Neue Wage.

Von

Mendeljeff.

(Les Mondes 1875. 4. Mars.)

(Hiezu Tafel XII, Figg. 1 u. 2.)

Wenn es sich darum handelt, einigermassen bedeutende Gewichte, z. B. 1 Kilogramm, mit grosser Genauigkeit zu bestimmen, so hat man bisher gewöhnlich Wagen mit sehr langen Balken construirt, welche man dadurch möglichst leicht machte, dass man sie durchbrochen herstellte. Dieser Construction liegen theoretische Prinzipien zu Grunde, allein sie hat als Nachtheile die Zunahme des Trägheitmomentes und die grosse Schwingungsdauer, so dass die Wägungen lange Zeit in Anspruch nehmen.

Professor Mendeljeff in Petersburg hat nun mit Wagen mit sehr kurzen Wagbalken Resultate von der gleichen Genauigkeit erhalten; der nach seinen Angaben ausgeführte Apparat ist in Figur 1 Tafel XII dargestellt. Der Wagbalken F hat eine Gesammtlänge von nur 12 Centimeter; alle Theile bestehen, um ihr Gewicht zu vermindern, aus Aluminium oder Aluminiumbronze. An den Bügeln zur Aufhängung der Schalen sind wie gewöhnlich Bergkrystallplatten angebracht, die auf Stahlschneiden aufliegen. Auch die Regulirung des Schwerpunktes geschieht wie gewöhnlich mittelst einer Schraubenmutter E, die sich über der Aufhängungsschneide des Wagbalkens verstellen lässt. Da der Wagbalken sehr kurz ist, so haben seine Oscillationen eine kleine Amplitude; es ist desshalb nicht ein vor einer Scala beweglicher Zeiger angebracht, sondern an jedem Ende des Wagbalkens befindet sich ein mit einem Fadenkreuze versehener Ring A und dahinter ein in Zehntelmillimeter getheiltes Micrometer M. Die Bewegungen des Fadenkreuzes gegen diese Theilung, und damit die Lage des Wagbalkens, können leicht mit Hilfe eines Ablesefernrohres beobachtet werden. Bei 1 Kilogramm Belastung und 1 Milligramm Uebergewicht zeigt der Wagbalken einen Ausschlag von 15 Theilstrichen, woraus folgt,

Digitized by Google

dass man $^1/_{15}$ Milligramm noch ganz gut schätzen, d. h. dass man 1 Kilogramm mit einem Fehler geringer als $^1/_{15000000}$ abwägen kann.

Die Wage steht auf einer polirten Platte P; man kann sie, da ihr Gesammtvolumen sehr gering ist, mit einer gewöhnlichen Luft-Pumpenglocke bedecken und so die Wägungen im leeren Raume ohne Zuhilfenahme eines besonderen Apparates ausführen.

Es ist noch auf die neue Einrichtung der Arretirungs-Vorrichtung aufmerksam zu machen, welche bei dieser Wage in Anwendung gebracht wurde. Die gewöhnlich angewandte Vorrichtung besteht bekanntlich im Wesentlichen aus einem horizontalen Querstabe, der die Gehänge der Wagschalen hebt und die Schwingungen des Wagbalkens arretirt; dieser Querstab wird parallel zu sich selbst gehoben, während der Wagbalken einen Kreisbogen beschreibt. Die reibenden Flächen dieser Theile sind also für jede Neigung des Wagbalkens andere und daraus folgt eine seitliche Verrückung der Achatkappen gegen die Stahlschneiden. Diese Verstellung bewirkt Schwingungen, welche nicht blos die Stabilität des Apparates beeinträchtigen, sondern auch die Messerschneiden rasch abnützen und die Empfindlichkeit der Wage vernichten.

Bei dem neuen Apparate wurde diesem Missstande dadurch abgeholfen, dass man den horizontalen Arm durch zwei Hebel ersetzte, welche in Gelenken um eine Achse drehbar sind, die in der Verlängerung der Arretirung der Mittelschneide gelegen ist. Am Ende eines jeden dieser Hebel sind conische Schrauben V eingeschraubt, deren Spitzen sich in Conen einlegen, die in den Achatkappen eingefräst sind. Da nun die Spitzen der Schrauben und die Spitzen der Conen den gleichen Kreisbogen beschreiben, so muss auf solche Weise in allen Lagen ein Contact an den gleichen Punkten stattfinden.

Bei den angegebenen geringen Dimensionen könnte die Wage nicht zum Wägen von voluminösen Körpern gebraucht werden und ihre Anwendung würde auf einige besondere Fälle wie zur Vergleichung und Verifikation von Gewichten beschränkt sein; allein man kann sie ebenso wie eine gewöhnliche Wage gebrauchen, wenn man sie über einem Glaskasten aufstellt, wie dies Figur 2 darstellt.

Am einen Arme des Wagbalkens ist ein grosser Haken angehängt, der in den Glaskasten herabgeht und zwei über einander liegende Schalen trägt. In der einen dieser Schalen liegt ein Gewichtssatz von 1 Kilogramm, der alle Unterabtheilungen bis zu Brüch-

Digitized by Google

theilen eines Milligramm enthält. Dieser Gewichtssatz und ebenso der Haken und die Schalen sind am anderen Wagbalkenarme durch ein einziges Gewicht äquilibrirt. Will man eine Wägung ausführen, so legt man den zu wägenden Körper auf die leere Schale und entfernt so lange Gewichtsstücke, bis das Gleichgewicht wieder hergestellt ist; die weggenommenen Gewichtsstücke geben das Gewicht des zu wägenden Körpers richtig, welches auch die relativen Längen der Wagbalkenarme sein mögen.

Diese Wägungsmethode durch Substitution, die übrigens nicht neu ist, ist eben so genau wie eine doppelte Wägung, ohne dass man nöthig hat, bei jedem Versuche neu zu tariren. Da überdies die Belastung der Wage constant bleibt, so hat dies auch in Bezug auf die Empfindlichkeit statt.

Digitized by Google

Verschiedene Apparate.

Von

Dr. Plettner in Stralsund.

(Hiezu Tafel IX u. X.)

I. Epi- und Hypocycloïden-Zirkel.

Auf dem Zeichenbrette Tafel IX Fig. 1—3 wird durch 2 Schrauben *A*, *B*, ein elastischer Bügel *C* befestigt; am freien Ende desselben ist die runde Holzscheibe *D* angeschraubt; um den Mittelpunct derselben dreht sich der Arm *E* unterhalb mit sanfter Reibung.

Für die zu zeichnende Hypocycloïde wird an diesem Arm von unten her eine zweite kleinere Scheibe *F* drehbar und so angeschraubt, dass ihre Rille und die Rille der oberen grösseren Scheibe in der Richtung des Armes *E* dieselbe senkrechte Linie genau berühren. Diese zweite Scheibe trägt nach unten, genau unter der Tiefe der Rille den Zeichenstift *G*. Am freien Ende des Armes *E* befinden sich zwei kleine Leitrollen, *H* und *I*, in passender Stellung, so dass über diese und die beiden Scheiben *D* und *F* eine, mit Wachs eingeriebene, straff gespannte, dünne Schnur geschlagen werden kann, welche nach der Fig. 2 (den Apparat von unten gesehen darstellend) gegen die grosse Scheibe, *D*, offen, gegen die kleinere Scheibe, *F*, aber gekreuzt verläuft. Führt man nun den Arm *E* mit leichtem Druck um seinen Mittelpunct herum, so zeichnet der Stift *G* eine Hypocycloïde, deren Gestalt offenbar abhängig ist von dem Verhältniss, in welchem die Halbmesser der beiden Scheiben *D* und *F* zu einander stehen. Durch die Schnur ohne Ende rollt nämlich die Scheibe *F* am inneren Umfange der grösseren Scheibe *D* herum und wenn z. B. die Halbmesser das Verhältniss 1 : 2 zu einander besitzen, zeichnet der Stift *G* auf auf dem untergelegten Papier eine gerade Linie, wie es der Theorie nach geschehen muss. Wechselt man die Scheibe *F* gegen grössere oder kleinere Scheiben aus, so erhält man die mannigfaltigsten Hypocycloïden, muss aber begreiflicher Weise nicht blos die Schnur ohne

Digitized by Google

Ende entsprechend auswechseln, sondern auch den Drehungspunkt der neuen Scheibe auf der unteren Seite der Scheibe D verlegen, damit die Rillen der mit einander arbeitenden Scheiben dieselbe senkrechte Linie berühren. Im anderen Falle würde die Zeichnung unrichtig werden, weil der rollende Kreis sich entweder schneller oder langsamer drehen würde, als dem Rollen entspräche. Den Grundkreis zeichnet man mit einem gewöhnlichen Zirkel nachträglich, nachdem der zugehörige Mittelpunkt durch eine Nähnadel eingestochen ist, welche man durch die zu diesem Zwecke durchbohrte Achse der Scheibe D hindurchschiebt. Der für den Grundkreis zu wählende Halbmesser ist natürlich gleich dem Halbmesser der Rille in der Scheibe D; ergibt sich aber auch leicht aus den Spitzen der gezeichneten Hypocycloïde.

Um Epicycloïden zu zeichnen, verlegt man den Drehpunkt der Scheibe F so weit gegen das freie Ende des Armes E, dass die Rillen der beiden Scheiben D und F dieselbe senkrechte Linie auf entgegengesetzten Seiten berühren; die längere Schnur ohne Ende, gleichfalls ein mit Wachs eingeriebener Faden, muss für diesen Zweck aber gegen beide Scheiben offen sein, wie es Fig. 3 zeigt, welche den Apparat, als Epicycloïden-Zirkel von oben gesehen darstellt. Freilich müssten an diesem die Leitrollen eigentlich gleichfalls eine veränderte Stellung erhalten: allein man reicht mit denselben Leitrollen aus, wenn man ihre Rillen etwas breit und tief V-förmig gestaltet und ihnen eine mittlere Stellung anweist, so dass sie für keine von beiden Zwecken vollständig richtig stehen, desshalb aber gerade beiden hinreichend genau entsprechen. Die nachträgliche Zeichnung des Grundkreises geschieht auf dieselbe Weise wie bei den Hypocycloïden.

Was schliesslich die Einrichtung der Zeichenstifte anbelangt, so habe ich die Einrichtung am zweckmässigsten gefunden, dass in den Messinghalter ein passendes Loch auf etwa 3 Millimeter eingebohrt und mit einem schwachen Schraubengewinde versehen wird: Runde Bleistifte, wie sie in den verschiedenen Porte-Crayon angewendet werden, lassen sich leicht einschrauben, und sollten sie abbrechen, durch jede spitze Nadel wieder herausschaffen.

II. Relais für Schulzwecke.

Der auf Tafel X Figur 5 u. 6 und im Aufriss und Grundriss in $^2/_3$ natürlicher Grösse dargestellte Apparat ist so eingerichtet, dass er mit geringer Mühe sich gebrauchen lässt:

Digitized by Google

1) als Relais für Arbeitsstrom,
2) als Relais für Ruhestrom,
3) als Wagnerscher Hammer,
4) als Quecksilber-Hammer.

Die doppelte Lage von Drahtwindungen des Electromagneten *A* endigt in den beiden Klemmschrauben *B* und *C*; der zugehörige Anker *D* ist auf einem Messingstreifen *E F* festgelöthet, welcher bei *G* sich um eine mit Spitzen in ein Lager eingeklemmte Axe als zweiarmiger Hebel bewegen kann; an dem Ende *E* ist dieser Hebel unten und oben mit kleinen Platten von Platin belegt und an dem Ende *F* wird er durch eine Spiralfeder, die sich mittels der Schraube *H* schwächer oder stärker spannen lässt, nach unten gezogen; das Lager der Axe *G* steht durch einen Draht mit der Klemmschraube *J* in leitender Verbindung; das Ende *E* des Hebels bewegt sich zwischen den beiden Schrauben *K* und *L*, die mit Contremuttern in einem Messingbügel *M* festgeschraubt werden; die Schraube *K* trägt an ihrem unteren Ende ein Knöpfchen von Elfenbein oder Hartgummi, die Schraube *L* aber ist mit einer Spitze oder einem Plättchen aus Platin versehen; der Bügel *M* ist durch eine Schraube *N* so an dem Holzständer *O* festgeschraubt, dass eine untergelegte Messingplatte die leitende Verbindung mit der Klemmschraube *P* herstellt.

In dieser Aufstellung stellt der Apparat ein älteres Modell des Relais für Arbeitsströme dar; der Linienstrom geht mittels der Klemmschrauben *B* und *C* durch den Electromagneten, während auf leicht ersichtliche Weise der Localstrom durch die Klemmschrauben *J* und *P* geschlossen wird, sobald der Ankerhebel bei *E* die Contreschraube *L* berührt.

Dreht man den Bügel *M* nach Lösen der Schraube *N* um, so dass die Schraube *L* dem Hebel *E F* von oben her gegenübersteht und befestigt ihn durch festes Anziehen der Schraube *N* in dieser Stellung, so ist der Apparat als Relais für Ruhestrom eingerichtet; so lange der Linienstrom geschlossen, der Electromagnet also in Wirkung bleibt, ist der Localstrom unterbrochen; sobald aber ein telegraphisches Zeichen den Linienstrom öffnet, schliesst der Hebel den Localstrom, indem der Hebel gegen die Schraube *L* schlägt und die beiden Klemmschrauben *J* und *P* in leitende Verbindung setzt.

In dieser zweiten Stellung kann der Apparat aber auch als Wagner'scher Hammer dienen. Zu diesem Zwecke können die

Digitized by Google

beiden Klemmschrauben *J* und *B* durch die Messingschienen *Q* und *R* und einen eingeschobenen Messingstöpsel in leitende Verbindung gesetzt werden; man leitet den zu unterbrechenden Strom durch die Klemmschrauben *P* und *C*; er durchströmt den Apparat alsdann in der Richtung *P M L E G J R* Stöpsel *Q A C* und wird bei *L* und *E* in um so kürzereren Intervallen unterbrochen, je stärker die Feder durch die Schraube *H* angespannt wird.

Um den Apparat auch als Quecksilberhammer verwenden zu können, befindet sich unter dem Hebelarme *G F* ein kleines Quecksilbernäpfchen, aus einer kurzen Glasröhre bestehend, die mittels einer Messingfassung auf die Schiene *T* aufgelöthet ist; diese letztere Schiene lässt sich durch den oben angeführten Stöpsel und eine zweite Schiene *U* in leitende Verbindung mit der Klemmschraube *C* setzen. Eine Schraube *V*, welche an ihrem unteren Ende einen kurzen Platindraht trägt, kann mittels Contremutter in dem Hebelarme *G F* in passender Höhe befestigt werden, so dass dieselbe in das Quecksilber eintaucht, wenn der Anker sich bis auf eine beliebige veränderliche Strecke von den Polen des Electromagneten entfernt hat. Der Stromkreis ist alsdann auf dem Wege *J G V S T* Stöpsel *U C A B* geschlossen und wird beim Anziehen des Ankers durch den Electromagneten unterbrochen. Die Spannung der Feder durch die Schraube *H* bedingt das Tempo dieser Unterbrechungen. Damit aber der Anker nicht auf die Pole aufschlagen und festkleben kann, hemmt man seinen Niedergang durch Einstellen der Schraube *K* im Bügel *M*, während die andere Schraube *L* entweder ganz beseitigt oder hinreichend weit zurückgeschraubt wird.

Schon seit einer langen Reihe von Jahren wird der hier beschriebene, von mir selbst angefertigte Apparat in allen vier Formen ohne irgend eine Störung seiner Wirksamkeit beim Unterricht angewendet und empfiehlt sich nicht bloss durch die grosse Bequemlichkeit 4 verschiedene Werkzeuge aus einem einzigen herstellen zu können, sondern ganz besonders durch den pädagogisch wichtigen Umstand, dass die ähnlichen Apparate vor den Augen der Schüler aus einem und demselben Apparate entstehen, lediglich durch kleine Veränderungen in der Art, wie die einzelnen Theile verbunden werden.

Digitized by Google

Anemo-Ombrograph.

Von

Hasler & Escher in Bern.

(Hiezu Tafel VII u. VIII.)

Der II. Band von Carl's Repertorium, Jahrgang 1866, enthält eine ausführliche Beschreibung der selbst registrirenden meteorologischen Instrumente der Sternwarte in Bern von Dr. H. Wild. Zuerst wurden jene Instrumente, jedes für sich allein, angefertigt, und erst später schien es wünschbar, sie sämmtlich in einem einzigen Universal-Registrirapparat zu vereinigen. Im August 1865 zeigte der Unterzeichnete einen solchen Universal-Meteorographen der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft in Genf vor. Die Vereinigung der verschiedenen Instrumente hat zur Folge, dass Transmissionen angebracht werden müssen, welche für die delikatern Abtheilungen wie das Thermometer, namentlich aber für das Hygrometer nicht zulässig sind. Da eine zweckmässige Aufstellung ein Haupterforderniss zur Erzielung guter Resultate ist, so wurden in der Folge nur diejenigen Apparate mit einander vereinigt, welche vermöge ihrer Natur zu einander passen. Dem entsprechend werden nun in der Telegraphen-Werkstätte von Hasler & Escher die Universal-Meteorographen nach Angabe von Wild in drei vollständig von einander getrennte Instrumente, nämlich den *Barograph*, den *Thermo-Hygrograph* und den *Anemo-Ombrograph* zerlegt. Sie haben unter sich nur die Uhr und die Batterie gemeinsam, deren Beschreibung sich in der voriges Jahr veröffentlichten Abhandlung[1]) über den Barographen findet.

Der *Anemo-Ombrograph* ist in Fig. 1 bis Fig. 5 in $^1/_5$ der natürlichen Grösse dargestellt. Der wesentlichste Theil desselben, das *Registrir-Instrument*, befindet sich in einem harthölzernen Gehäuse mit Glasthüren, welches im Beobachtungszimmer aufgestellt wird. Seine hauptsächlichsten Theile sind: Der *Markir-* und *Schalt-Apparat*, sowie die drei verschiedenen Vorrichtungen zum Aufzeichnen der *Windrichtung*, der *Windstärke* und der *Regenmenge*.

1) Repertorium. X. Bd. pag. 296.

Digitized by Google

Der *Markir-* und *Schaltapparat* ist in Fig. 1 von vorne und in Fig. 3 von der Seite gesehen dargestellt. Das Metallgestell, aus zwei durchbrochenen Seitenplatten *OO* bestehend, welche durch die Traversen *TT* mit einander verbunden sind, ist durch Bolzen an die Rückwand des Holzkastens festgeschraubt. Oben ruht in Lagern die sich abwickelnde Papierrolle *PP*, welche eine Länge von 140 M. und eine Breite von 34 Cm. hat. Unten ist die selbstthätige Vorrichtung zum Aufwickeln des ablaufenden Papierstreifens angebracht. Vermittelst einer auf die Cylinderachse aufgesteckten Schnurrolle *U* und einem Gewicht *G*, das alle Tage aufzuziehen ist, wird dieses Aufwinden bewirkt. Zwei zu beiden Seiten des Gestelles befindliche Hebel *HH* sind oben durch eine Schiene *S* und seitwärts durch den cylindrischen Anker *A* mit einander verbunden. Beim Stromschluss, der alle 10 Minuten stattfindet, wird der Anker *A* durch die zwei Electromagnete *EE* angezogen, beim Aufhören des Stromes wird derselbe durch das Gewicht G_{11} wieder losgerissen. Der Papierstreifen passirt zwischen zwei Metallwalzen *W* und W_1 durch, von denen sich die vordere W_1 federnd gegen die hintere *W* anlegt. Die hintere Walze trägt ein Schaltrad, in welches ein am Hebel *H* angebrachter Schalthaken eingreift. Beim Anziehen des Ankers gleitet der Haken über einen Zahn dieses Rades frei weg, und beim Losreissen des Ankers führt er das Schaltrad um diesen Zahn und das Papier um das betreffende Interwall vorwärts. Die Schiene *S*, welche die beiden Ankerhebel verbindet, ist ihrer Länge nach durchbrochen. In der schlitzartigen Oeffnung können sich die beiden Zeiger *BZ* und B_1Z_1, welche die Windstärke und die Regenmenge markiren sollen, frei hin- und herbewegen. Beim Anziehen des Ankers werden die an den Zeigern befestigten Markirstifte *Z* und Z_1 in das Papier eingedrückt, und beim Losreissen wieder herausgezogen.

Die *Windrichtung* wird kontinuirlich aufgezeichnet, nicht bloss von 10 zu 10 Minuten, wie Regenmenge und Windstärke. Die Markirzeiger sind daher in keiner Verbindung mit dem Schaltwerk. Die vertikale Stahlachse X_1, unten in eine Spitze zulaufend, ruht auf einer verstellbaren Stahlschraube, der obere cylindrische Theil der Achse ist leicht drehbar in dem Lager L_1. Ein cardanisches Gelenk K_1 vermittelt die Verbindung der Windfahne mit dieser Achse. Eine horizontale Achse *Y*, in dem Lager L_{11} und der rechten Seitenplatte des Gestelles drehbar, steht durch ein konisches Rad *R* mit dem auf der

Digitized by Google

Achse X_1 befindlichen Rad R_1 in Verbindung, so dass eine Umdrehung der Achse X_1 auch eine Umdrehung der Achse Y bewirkt. Auf der letztern sind spiralförmig 8 Daumen angebracht, welche den 8 Hauptwinden entsprechen. Unter jedem dieser Daumen befindet sich eine Feder, welche an ihrem freien Ende ein um eine Achse drehbares Scheibchen trägt. Die niedergedrückten Scheibchen erzeugen bei der Fortbewegung des Papierstreifens in demselben vertiefte Linien, welche die jeweilige Stellung der Windfahne anzeigen.

Die *Windgeschwindigkeit* wird auf der linken Seite des Papierstreifens durch den Markirstift Z aufgezeichnet. Eine zweite vertikale Achse X steht durch ein cardanisches Gelenk mit dem Robinson'schen Schalenkreuz in Verbindung; am untern Ende trägt sie eine Schraube V, Fig. 5, welche in ein Zahnrad mit 100 Zähnen eingreift. Die Umdrehung dieses Rades wird durch weitere Getriebe, welche in der Zeichnung nicht sichtbar sind, auf die Rolle D, Fig. 1, übertragen, deren Achse senkrecht zur Papierfläche steht. Die Räderübersetzung ist derart gewählt, dass 3000 Umdrehungen des Schalenkreuzes eine Umdrehung der Rolle D bewirken. Auf dieser Rolle windet sich beim Drehen ein dünnes Stahlband auf, dessen Ende am Support B befestigt ist. Dieser Support, welcher den Zeiger Z trägt, kann frei auf einem runden Stahlstabe fortgleiten, und wird sich also bei der Drehung des Schalenkreuzes von rechts nach links fortbewegen. Wenn nach der zehnten Minute der Stromschluss erfolgt, so wird der Anker A angezogen und der Markirstift Z durch die Führungsschiene S in das Papier eingeschlagen. Gleichzeitig wird die Verbindung des Räderwerks mit der Rolle D aufgehoben, und diese durch das Gewichtchen G_1 in ihre ursprüngliche Stellung zurückgeführt. Das Stahlband wickelt sich los. Beim Abfallen des Ankers wird der Eingriff zwischen Rolle D und dem Räderwerk wieder hergestellt; der Markirstift, der während der Anziehung des Ankers vom Papier festgehalten wurde, wird jetzt wieder frei und wird durch ein Gewichtchen, welches in der Zeichnung weggelassen ist, nach rechts in die Ruhestellung zurückgeführt. Eine Umdrehung der Rolle D, dem stärksten während 10 Minuten stattfindenden Winde entsprechend, bewirkt eine Verschiebung der Zeigerspitze von 100 Mm.

Die *Regenmenge* wird durch den in der Mitte des Papiers befindlichen Markirstift Z_1 registrirt. Aus dem Reservoir wird das Wasser durch das Rohr I auf ein Wasserrädchen M, Fig. 1 und Fig. 4 mit

Digitized by Google

16 Kammern geleitet, welches sich dadurch in drehende Bewegung setzt. Das vom Rädchen abfliessende Wasser wird durch ein seitliches Rohr abgeleitet. Durch eine ähnliche Räderübersetzung wie beim vorhergehenden Instrument wird die Bewegung des Wasserrädchens auf eine zweite Rolle D_1 übertragen, welche durch ein Stahlband mit dem Support B_1 und dem zugehörenden Markirstift Z_1 in Verbindung steht. Diese Uebersetzung ist so gewählt, dass 30 Umdrehungen des Wasserrädchens, dem stärksten Wasserniederschlag während 10 Minuten entsprechend, eine Verschiebung der Zeigerspitze von ebenfalls 100 Mm. verursachen.

Windfahne und *Schalenkreuz* zu einer Säule vereinigt, sind in Fig. 2 dargestellt. In dem gusseisernen Support B, der über dem Dache angeschraubt wird, sitzt das eiserne Ständerrohr SS fest, welches durch das Dach in das Beobachtungszimmer hinabreicht; und an seinem untern Ende den eisernen Rahmen CC trägt. An einem zweiten Rohre A_1A_1 ist oben die *Windfahne* F befestigt, welche aus zwei unter einem Winkel von 20 Grad von einander abstehenden Blechtafeln besteht. Das Rohr A_1A_1, welches die hohle Drehungsachse der Windfahne bildet, dreht sich unten in einem am Rahmen CC angebrachten konischen Lager L. Das Rad R, welches auf dieses Rohr aufgekeilt ist, greift in ein gleiches Rad R_1 ein, dessen unter dem Rahmen vorstehende Achse ein cardanisches Gelenk trägt. Zwischen diesem und dem entsprechenden Gelenke K_1 des Registririnstrumentes wird eine der Entfernung entprechende Zwischenstange eingefügt, und dadurch die Verbindung zwischen Windfahne und Instrument hergestellt.

Eine Stahlachse AA trägt oben über der Windfahne das Robinson'sche *Schalenkreuz* KK und hat ihren Drehungspunkt in der verstellbaren Stahlschraube E. Auf gleiche Weise wie bei der Windfahne werden die Drehungen des Schalenkreuzes auf die Achse X des Registririnstrumentes übertragen.

Das kreisförmige *Wasserreservoir*, welches in der Zeichnung weggelassen worden ist, hat einen Durchmesser von 60 Cm.

G. Hasler.

Digitized by Google

Ueber die Volumenveränderung des Kautschuks durch Wärme.

Von

Carl Puschl.

(Aus den Wiener Sitzungsberichten vom Herrn Verfasser freundlichst eingesandt.)

Durch Exner's Untersuchung über die Abhängigkeit der Elasticität des Kautschuks von der Temperatur[1]) ist das bekannte anomale Verhalten, welches dieser Körper bezüglich seiner thermischen Ausdehnung zeigt, anscheinend noch räthselhafter geworden. Ich glaube indessen, dass die hierauf bezüglichen mit einander scheinbar in Widerspruch stehenden Eigenschaften desselben dennoch unter sich in einem nothwendigen Zusammenhange stehen, auf den ich in dieser Notiz aufmerksam zu machen mir erlaube und welcher, wie ich hoffe, durch weitere Versuche wohl ausser Zweifel gestellt werden dürfte.

Nach den Versuchen von Schmulewitsch[2]) dehnt sich das unbelastete Kautschuk bei Erwärmung aus, das stark belastete aber zieht sich bei Erwärmung zusammen, und bei einer gewissen mittleren Belastung bewirkt eine Veränderung der Temperatur weder eine Ausdehnung noch eine Zusammenziehung. Im letzteren Falle ist also der thermische Ausdehnungscoefficient des gedehnten Kautschuks und somit, wenn v dessen Volumen bei der Temperatur t bedeutet, der Differentialquotient $\frac{dv}{dt} = o$. Es is offenbar, dass hiebei das Volumen und entsprechend die Dichtigkeit des Körpers bei gleich bleibender Belastung entweder ein Maximum oder ein Minimum sein muss. Aus theoretischen Gründen, deren Erörterung dahingestellt bleiben kann,

1) Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften Bd. LXIX, S. 102.

2) Poggendorff's Annalen Bd. 144, S. 280.

Digitized by Google

glaube ich nun schliessen zu dürfen, dass, wenn ein Körper sich bei irgend einer Temperatur in einem Maximum seiner Dichtigkeit befindet, seine Elasticität mit der Temperatur zunimmt. Das Wasser bestätigt diess; es hat ein Dichtigkeitsmaximum nahe bei 4° C. und sein Elasticitätscoefficient (identisch mit dem reciproken Werthe der Zusammendrückbarkeit) nimmt mit der Temperatur zu. Aus den erwähnten theoretischen Gründen folgt aber auch, dass, wenn ein Körper sich bei irgend einer Temperatur in einem Dichtigkeitsminimum befindet, seine Elasticität bei steigender Temperatur abnehmen muss. Nun ist durch Exner's entscheidende Versuche constatirt, dass wirklich die Elasticität des Kautschuks bei steigender Temperatur sich bedeutend vermindert; ich muss daher schliessen, dass gedehntes Kautschuk bei einer Temperatur, wo sein thermischer Ausdehnungscoefficient Null ist, sich in einem Dichtigkeitsminimum befindet.

Indem nach Schmulewitsch und anderen Beobachtern das unbelastete Kautschuk bei Erwärmung sich ausdehnt, so ist dann sein Verhalten in dieser Hinsicht gerade entgegengesetzt demjenigen, das es bei hinreichend starker Belastung zeigt. Nach dem Gesagten ist anzunehmen, dass sich das unbelastete Kautschuk bei Erwärmung seinem Dichtigkeitsminimum erst nähert und dasselbe bei einer Temperatur erreichen würde, welche oberhalb der gewöhnlichen Beobachtungstemperaturen liegt. Da nun stark gedehntes Kautschuk sich bei gewöhnlicher Temperatur durch Erwärmung zusammenzieht und also sein Dichtigkeitsminimum schon überschritten haben muss, so folgt, dass die Temperatur des Dichtigkeitsminimums des Kautsckuks durch mechanische Dehnung erniedrigt wird.

Wenn das unbelastete Kautschuk sich wirklich bei Erwärmung einem Dichtigkeitsminimum nähert, so muss sein Ausdehnungscoefficient bei steigender Temperatur immer kleiner werden. Diess ist ein Punct von besonderer Wichtigkeit, über welchen die bisherigen Versuche noch nichts unmittelbar festzustellen scheinen; eine experimentelle Bestätigung oder Widerlegung der hier ausgesprochenen Vermuthung dürfte aber vielleicht unschwer zu bewerkstelligen sein.

Wenn man Kautschuk durch die entsprechende Belastung in jenen neutralen Zustand versetzt, in welchem es sich nach Schmulewitsch bei Veränderung seiner Temperatur weder ausdehnt noch zusammenzieht, so wird es diese Unempfindlichkeit, darüber kann wohl

Digitized by Google

kein Zweifel sein, nur innerhalb eines engen Spielraumes der Temperatur zeigen. Nach dem Obigem muss es sich endlich zusammenziehen, wenn man die Temperatur um ein bedeutendes Intervall erhöht, und es muss sich gleichfalls zusammenziehen, wenn man die Temperatur um ein ähnliches Intervall erniedrigt. Zwischen welchen Temperaturgrenzen in diesem Falle das Volumen bei den Versuchen von Schmulewitsch für die Wahrnehmung constant blieb, ist in der citirten Abhandlung nicht angegeben.

Vorausgesetzt nun, dass die eben erwähnten Folgerungen durch die Erfahrung bestätigt werden, liesse sich das Verhalten des Kautschuks bei Veränderung seiner Temperatur in folgende Sätze zusammenfassen:

1. Das Kautschuk ist ein Körper, dessen Dichtigkeit bei einer gewissen Temperatur ein Minimum wird.

2. Die Temperatur dieses Minimums wechselt mit der mechanischen Dehnung und liegt um so tiefer, je stärker diese Dehnung ist.

3. Bei dem unbelasteten Kautschuk ist die Temperatur des Dichtigkeitsminimums höher als die gewöhnliche, es nähert sich daher demselben beim Erwärmen und sein Ausdehnungscoefficient ist positiv, wird aber bei steigender Temperatur immer kleiner.

4. Bei dem stark gedehnten Kautschuk ist die Temperatur des Dichtigkeitsminimums tiefer als die gewöhnliche, sein Ausdehnungscoefficient ist daher schon bei letzterer negativ und nimmt numerisch mit der Temperatur zu.

Ganz vereinzelt würde übrigens das merkwürdige Verhalten des Kautschuks (und nach Schmulewitsch auch der Muskelfaser) nicht stehen. Fizeau[1]) hat im Jahre 1867 die bisher wenig beachtete Entdeckung gemacht, dass das Jodsilber sich beim Erwärmen zusammenzieht, und zwar in einem desto stärkeren Verhältnisse, je höher die Temperatur wird, gerade so, als wenn es sich bei steigender Temperatur von einem Dichtigkeitsminimum entfernte, welches Fizeau selbst auf etwa — 60° C. ansetzt. Bei noch tieferen Temperaturen würde also dieser Körper sich verhalten wie unbelastetes Kautschuk bei gewöhnlicher Temperatur, und da bei letzterem das Dichtigkeits-

1) Poggendorff's Annalen Bd. 132, S. 292.

Digitized by Google

minimum durch Dehnung auf eine tiefere Temperatur herabrückt, so würde umgekehrt das Dichtigkeitsminimum des Jodsilbers durch Pressung auf eine höhere Temperatur hinaufrücken und somit der negative Ausdehnungscoefficient desselben durch blossen Druck der Nulle genähert und vielleicht sogar positiv gemacht werden können.

Auch das Rose'sche Metallgemisch scheint hieher zu gehören. Es dehnt sich im starrem Zustande bei Erwärmung von O° C an aus, erreicht bei 59° ein Maximum seines Volumens und zieht sich bei weiterem Erwärmen zusammen, so dass das Volumen bei 82° wieder dem bei O° gleich ist, bis bei 95° ein Schmelzpunct eintritt.

Digitized by Google

Ueber einen auf einem neuen Systeme beruhenden Universal-Meteorographen.

Von

Van Rysselberghe, Professor in Ostende.

(Oesterreichische Zeitschrift für Meteorologie 1875. Nr. 4.)

(Hiezu Tafel X. Figg. 1—4.)

In der Sitzung vom Monate August 1873 legte ich der k. Academie der Wissenschaften zu Brüssel eine Mittheilung vor über „Ein neues System für die Herstellung selbstregistrirender Apparate", in welcher Mittheilung angeführt wurde, dass sich seit sechs Monaten ein als erster Versuch hergestellter Apparat dieser Art zur Erprobung des Systems zu Ostende in Thätigkeit befinde.

Die Academie nahm diese Mittheilung in einer für mich höchst schmeichelhaften Weise auf und die mit der Prüfung der Abhandlung betrauten Mitglieder erstatteten über dieselbe einen sehr günstigen Bericht. Herr General Liagre, welcher A. Quetelet in der Eigenschaft als ständiger Secretär der Academie nachfolgte, drückte sich hierüber folgendermassen aus:

„Professor Van Rysselberghe hat einen einfachen, genauen, sehr sinnreichen und verhältnissmässig wenig kostspieligen Apparat erdacht, der in nahezu stetiger Weise die Angaben einer grossen Anzahl meteorologischer Instrumente aufzuzeichnen vermag, von welcher Beschaffenheit auch diese Instrumente und ob dieselben nahe oder in grösserer Entfernung von dem eigentlichen Registrir-Apparate aufgestellt seien. Ich nehme keinen Anstand, mich dahin auszusprechen, dass die Arbeit des Herrn V. R. nicht nur den Beifall der Academie sondern auch die Unterstützung der Regierung verdient."

Der erste Berichterstatter, Herr M. Gloesener, Professor an der Universität zu Lüttich, drückte sich folgendermassen aus:

„Nach meiner Rückkehr vom Wiener Meteorologen-Congresse begab ich mich nach Ostende, wo ich mehrere Tage blos in der Absicht blieb, das System des Herrn Van Rysselberghe in seinen

Digitized by Google

Einzelheiten zu studiren. Der Anblick des in regelmässiger Weise functionirenden Apparates, dessen Einfachheit und Präcision ich bewundern musste, sowie die bisher über den Apparat gewonnenen Erfahrungen haben mir die Ueberzeugung verschafft, dass derselbe im Stande ist, mit strenger Genauigkeit die Angaben jedes mit einem Zeiger versehenen oder eines mittelst einer Quecksilbersäule functionirenden Instrumentes zu registriren und zwar auch in dem Falle, wenn das die Angaben liefernde Instrument sich in grosser Entfernung von dem eigentlichen Zeichenapparate befindet, so dass man an einem Central-Observatorium jeden Augenblick die von den meteorologischen Instrumenten mehrerer entfernter Stationen angezeigten Aenderungen zu verfolgen vermöchte.

Was zunächst an diesem Registrir-Apparate auffällt und ihn von allen bisher construirten unterscheidet, ist, dass derselbe die meteorologischen Curven auf Metall gravirt und auf diese Weise eine durch den Apparat selbst gravirte und producirte Platte liefert, von der man durch den Druck beliebig viele Exemplare erhalten kann. Die verschiedenen Observatorien wären, wenn sie das System des Herrn V. R. annehmen würden, in der Lage, mit der grössten Leichtigkeit die von ihren Registrir-Apparaten gelieferten Curven einander mitzutheilen.

Besonders zu beachten ist ferner, dass ein einziger Stahlgriffel, der durch einen Electromagneten bewegt wird, nach einander auf einer und derselben Metallplatte die Ordinaten sämmtlicher Curven zeichnet.

Der Registrir-Apparat des Herrn V. R. bedarf, wie ich mich überzeugt habe, weder einer besonderen Construction des die ursprünglichen Angaben liefernden Instrumentes noch eines Regulators von einer speciellen Construction; die erste beste Uhr kann zur Ingangsetzung dieses Apparates verwendet werden. Die die ersten Angaben liefernden Instrumente, wie die Uhr, sind ganz frei, sich selbst überlassen; man verlangt von ihnen keine Arbeitsleistung, indem alle mechanischen Bewegungen durch ein Gewicht oder eine bewegende Feder, die man von Zeit zu Zeit aufzieht, bewirkt werden.

Ich betrachte es daher als eine Pflicht und ein Vergnügen, zu erklären, dass ich in dem Meteorographen des Herrn V. R. einen Registrir-Apparat gefunden habe, der in Wahrheit mit dem Namen eines Universal-Meteorographen bezeichnet werden darf und welcher

Digitized by Google

die Aufmerksamkeit der Meteorologen und der Directoren der Observatorien verdient.“ [1])

In dem nachstehenden Aufsatze beabsichtige ich die Principien, welche der Construction des neuen Meteorographen zu Grunde liegen, darzulegen, während die Beschreibung des Apparates selbst, wie derselbe von einem geschickten Mechaniker, Herrn Th. Schubart [2]) zu Gent ausgeführt wurde, einer späteren Nummer dieser Zeitschrift vorbehalten bleibt.

Ein verticaler Cylinder *C*, (siehe Figur 1), der durch ein (in der Zeichnung nicht sichtbares) Uhrwerk bewegt wird, führt von Zeit zu Zeit, und zwar in gleichen Intervallen, eine vollständige Umdrehung um seine Achse aus; d. h. wenn der Meteorograph von 10 zu 10 Minuten registriren soll, so ist das Uhrwerk so eingerichtet, dass zur vollen Stunde der Cylinder sich langsam und regelmässig um seine Achse zu drehen beginnt, zu dieser Umdrehung etwa eine Minute braucht, hierauf stehen bleibt und in dieser Ruhelage die übrigen 9 Minuten verbleibt. Beim Eintritte der 10. Minute setzt sich das Instrument neuerdings in Bewegung, der Cylinder führt eine zweite Umdrehung um seine Achse aus, um hierauf stehen zu bleiben u. s. f.

Vor dem Cylinder, getragen von einem mit einer Schraubenmutter versehenen Messingstücke *E*, durch welches die Schraubenspindel *V* hindurchgeht, befindet sich ein Electromagnet, dessen Anker mit einem Stahlgriffel versehen ist, während die Oberfläche des Cylinders von einer sehr dünnen Kupferplatte umhüllt ist, welche Platte mit dem fetten Firniss der Kupferstecher (Kupferstechergrund) überzogen ist.

In der Ruhelage, wenn kein Strom durch die Windungen des Electromagneten hindurchgeht, wird der Stahlgriffel in einiger Entfernung von dem Cylinder festgehalten; wenn aber der Cylinder in

---

1) Die oben citirten, überaus günstigen Berichte und die Ansicht der Zeichnungen, welche der von Herrn Professor Van Rysselberghe versuchsweise construirte Apparat seit Anfang des Jahres 1873 geliefert hatte, bestimmten mich, bei Gelegenheit der Reise, welche ich im September 1874 nach Utrecht unternahm, um der Conferenz des permanenten Comités beizuwohnen, auch nach Ostende zu gehen, um den Apparat in seiner Aufstellung und Thätigkeit zu sehen, und ich konnte mich überzeugen, dass der Apparat, obgleich zu einigen Bestandtheilen Materialien, wie sie eben zur Hand waren, verwendet wurden, anstandslos und mit grosser Präcision functionirt. C. Jelinek.

2) Herr Schubart ist Mechaniker der k. Universität zu Gent, hat aber auch in Marburg (Hessen) eine Niederlage physikalischer Apparate.

Digitized by Google

Rotation begriffen ist und ein längere oder kürzere Zeit andauernder Strom durch die Drahtwindungen hindurchgeht, wird der Griffel gegen die Oberfläche des Cylinders gedrückt und zeichnet auf demselben eine längere oder kürzere Linie, welche durch ihre Länge die Angabe irgend eines meteorologischen Instrumentes registriren kann.

Wenn es sich nämlich darum handelt, die Lage einer Quecksilber-Oberfläche, z. B. die Höhe des Meniscus im offenen Schenkel eines Heberbarometers mittelst des Registrir-Apparates zu bestimmen, so bringt man oberhalb dieser Oberfläche eine Platinsonde S an und benützt irgend ein mechanisches Hilfsmittel, um zu bewirken, dass die rotirende Bewegung des Cylinders der Sonde eine geradlinige Bewegung gegen die Oberfläche des Quecksilbers ertheile. Man befestigt z. B. an der Achse des Cylinders einen gezähnten Sector A und bringt tangential zur Peripherie des Sectors ein Zahnrad M_3 an, welches seinerseits eine Rolle trägt, die in der Höhlung ihrer Peripherie das Ende eines die Sonde tragenden dünnen Stahldrahtes aufnimmt. Setzt man das Quecksilber mit einem der Pole der Batterie in Verbindung, während der andere Pol mit der Sonde leitend verbunden ist und die Spiralen des Electromagneten in die Stromleitung eingeschaltet sind, so wird jedesmal, wenn der Cylinder eine Rotation um seine Achse ausführt, der Sector A dem Zahnrad M_3 begegnen, und der Stahldraht, indem er sich von der Rolle abwickelt, der Sonde gestatten, sich gegen den Meniscus hin zu bewegen und früher oder später mit ihm in Berührung zu kommen. Da im Augenblicke, wo der Contact erfolgt, der Strom durch die Drahtwindungen geschlossen ist, so wird der Griffel gegen die bewegliche Cylinder-Oberfläche gepresst und gravirt auf derselben eine Linie, bei welcher die Lage des Anfangspunktes offenbar von der Höhe der Quecksilber-Oberfläche abhängig ist. Befindet sich dieses Niveau in einer höheren Lage, so wird die Sonde dasselbe früher erreichen und die Linie wird länger sein; befindet sich das Niveau tiefer, so wird der Stromschluss später erfolgen und die Linie wird kürzer ausfallen, denn diese Linie und der electrische Strom, welche zu verschiedenen, von der Lage der Quecksilber-Oberfläche abhängigen Zeitpunkten ihren Anfang nehmen, hören an einer bestimmten, dem Nullpunkte der Scale entsprechenden Stelle auf, wie wir diess später sehen werden.

Der Sector A wird, nachdem er das Zahnrad M_3 erfasst hat, das letztere um einen Bogen drehen, der an Länge mit jenem des eigenen

Digitized by Google

Umfanges übereinstimmt; sobald aber der Sector das Zahnrad frei lässt, folgt dieses dem Zuge einer Gegenfeder („*ressort de rappel*") *R* und kehrt sammt der Sonde in die ursprüngliche Lage wieder zurück. Bemerken wir ferner, dass der Sector *A* gegen das Ende seiner Bewegung dem an der Schraubenspindel *V* befestigten Zahnrade *H* begegnet, dessen Umdrehung bewirkt, dass der Stahlgriffel nach jeder Rotation des Cylinders um eine kleine Grösse parallel zur Achse desselben sich nach abwärts verschiebt und so in Bereitschaft ist, bei der nächstfolgenden Umdrehung eine neue Linie ein wenig unterhalb der zuletzt gezeichneten hervorzubringen.

Diese an sich sehr einfachen Einrichtungen scheinen beim ersten Anblick nichts als die Umkehrung eines zuerst von Wheatstone aufgestellten und später von Secchi und Theorell benützten Grundsatzes zu sein. Bei näherer Betrachtung der von mir gewählten Einrichtungen dürften sie jedoch mehrfache und nicht unbedeutende Vorzüge besitzen. In der That haben

1. die Apparate Wheatstone's und Secchi's eine allgemeinere Anwendung wohl desshalb nicht gefunden, weil die Sonde, die in denselben ebenfalls vorkommt und die, indem sie die Quecksilber-Oberfläche berührt, den galvanischen Strom schliesst, bei dem Heraustreten aus dem Quecksilber diesen Strom unterbricht, so dass in diesem Augenblicke ein Unterbrechungsfunken überspringt, der durch die an der Oberfläche des Quecksilbers eintretende Oxydation die Instrumente in sehr kurzer Zeit unverwendbar macht.

Bei der von mir getroffenen Einrichtung lässt sich dieser sehr störende Uebelstand auf eine sehr einfache Weise vermeiden. Zu diesem Behufe ist ein Theil des getheilten Kreises *D* in eine Holzscheibe *aDb* eingelassen, welche Holzscheibe in ihrer Mitte an der Achse des Cylinders befestigt ist; auf dieser Scheibe gleiten mit einiger Reibung die Schleif-Contactfedern F_1 F_2. So lange diese Contactfedern isolirt sind, ist der Strom unterbrochen, d. h. der Strom kann nur circuliren, wenn die Federn den metallischen Kreis berühren. Diess erfolgt aber nur in der Zeit von dem Augenblicke, wo der Sector das Zahnrad erfasst, bis zu jenem, wo er nahezu im Begriffe ist, dasselbe frei zu lassen. Bevor jedoch das Zahnrad frei wird, somit bevor die Sonde aus dem Quecksilber austritt, endet der Metallkreis, auf welchem die Contactfedern schleifen, der Strom ist unterbrochen und der Griffel hört auf zu graviren. Da diese Unterbrechung der Leitung

Digitized by Google

bei den aufeinanderfolgenden Umdrehungen des Cylinders stets an derselben Stelle stattfindet, so folgt daraus, dass die Enden der durch den Stahlgriffel gravirten Linien sich sämmtlich in einer Geraden — in einer der Erzeugenden der Cylinderfläche — befinden, welche Gerade den Nullpunkt der Scala bestimmt und jederzeit die mathematische Präcision dieser Art der Registrirung zu verificiren gestattet.

2. Nehmen wir an, die grösste Amplitude der Schwankungen der zu beobachtenden Quecksilber-Oberfläche betrage 50 Mm., so wird man die Verhältnisse der Durchmesser von A, von M_3 und von N in der Weise wählen müssen, dass die Sonde sich während der Zeit, wo die Contactfeder F_2 über den Bogen $a\,b$ gleitet, sich um 50 Mm. nach abwärts bewege, und wenn man nun in diesen Bogen fünfzig Theilstriche etwas tiefer als gewöhnlich eingravirt, so wird der Apparat mit einer Gradeintheilung versehene Diagramme liefern, welche mit den Vorzügen der graphischen Methode noch die Bequemlichkeit der numerischen Angaben verbinden. Ist nämlich der Bogen D eingetheilt, so tritt eine Stromunterbrechung jedesmal ein, wenn die Contactfeder über einen Theilstrich hinweggleitet und der Stahlgriffel wird, anstatt continuirliche Linien von einer durch die Angaben des beobachteten Instrumentes bestimmten Länge zu liefern, eine Folge von kurzen, durch kleine Unterbrechungen getrennten Linien hervorbringen. Jede dieser kurzen Linien wird einem Theilstrich der Scale, d. h. in dem betrachteten Falle, einer Quecksilberhöhe von 1 Mm. in der Röhre des Apparates, dessen Angaben registrirt werden sollen, entsprechen.

3. Ohne der Genauigkeit der Aufzeichnungen und der Empfindlichkeit des Zeichengebers[1]) Eintrag zu thun, kann man nach Belieben die Theilstriche der Scale für die Aufzeichnungen einfach dadurch vergrössern oder verkleinern, dass man den Durchmesser des Zeichnungscylinders verändert. Wenn nämlich dieser Durchmesser derart gewählt ist, dass auf der Oberfläche des Cylinders ein Bogen wie $a\,b$ eine Länge von 50 Centimetern hat, so ist es klar, dass jeder Millimeter Quecksilberhöhe in der Röhre in der Zeichnung durch eine Linie von der Länge eines Centimeters dargestellt sein wird, so dass die Ablesung zehnmal leichter ist und zwar ohne die Empfindlichkeit und die Genauigkeit des Zeichengebers irgendwie zu vermindern.

1) Das heisst des Apparates, welcher die zu registrirenden Angaben liefert, z. B. ein Quecksilber-Barometer oder ein Holosterique, ein Quecksilber- oder ein Metall-Thermometer u. s. f.

Digitized by Google

4. Wenn es sich darum handelt, die Angaben eines Thermometers (mit offener Röhre) zu registriren, so ist es wichtig, die Sonde in dem Augenblicke festzuhalten, wo sie die Quecksilbersäule berührt; denn, wenn sie bei jeder Aufzeichnung um eine merkliche Grösse hineintauchen würde, so ergäbe sich daraus schliesslich eine vollständige Trennung der Quecksilbersäule. Dr. Theorell hat bereits diese Aufgabe gelöst, aber ich glaube, dass eine sehr einfache Einrichtung genügt, um zu demselben Resultate zu gelangen. Das Zahnrad, welches den Draht der Sonde festhält, ist zu diesem Behufe an einem beweglichen Hebel aus weichem Eisen befestigt, der den Anker eines Electromagneten bildet. In der Ruhelage hält der drehbare Hebel das Rad in der Ebene des Sectors; aber in dem Momente, wo die Sonde das Quecksilber berührt, geht der Strom nicht blos durch die Drahtspulen des Stahlgriffels, sondern auch durch den Electromagneten des Hebels hindurch; indem dieser dann das Zahnrad in die Höhe hebt, bringt er dasselbe ausser Eingriff und drückt dasselbe gegen zwei Federn mit rauher Oberfläche, und hält es in dieser Lage unbeweglich fest bis zu dem Zeitpunkte, wo der Strom in *a* unterbrochen wird. Sobald diess eintritt, sinkt der Hebel herab, die Sonde kehrt zu ihrer ursprünglichen Lage zurück und der ganze Apparat verharrt im Zustande der Ruhe bis zu der nächstfolgenden Registrirung.

Bei Beobachtung dieser Vorsichtsmassregeln und wenn man darauf achtet, das Quecksilber nicht mit dem positiven, sondern mit dem negativen Pole in Verbindung zu bringen, bemerkt man nicht die leiseste Spur einer Oxydation, wie man sich durch den Anblick eines Instrumentes überzeugen kann, welches nunmehr seit zwei Jahren functionirt. Das Quecksilber bewahrt seinen vollen Glanz, und was noch bemerkenswerth ist, ein verunreinigter Meniscus wird nach einiger Zeit wieder rein, wenn die galvanische Leitung auf die eben empfohlene Weise hergestellt worden ist.

5. Meine Registrir-Methode ist ebenfalls anwendbar auf alle Zeiger-Instrumente.

Es sei *A* (Fig. 2) der Index des Zählwerkes eines Anemometers nach Robinson; die Zahl der Zähne der Räder des Zähl-Apparates sei derart berechnet, dass in dem Zeit-Intervall zwischen zwei aufeinanderfolgenden Registrirungen und bei den heftigsten vorkommenden Winden dieser Zeiger niemals die ganze Peripherie durchlaufe, sondern immer nur einen der mittleren Geschwindigkeit des Windes

Digitized by Google

in diesem Intervalle proportionalen Bogen beschreibe. Der Index, mit sanfter Reibung auf der Achse festgehalten, sei mit einem der Pole der Batterie in Verbindung, während der andere Pol mit einem Knopfe oder Ansatz B communicirt, der auf einem Zahnrade M_2 befestigt ist, welches concentrisch mit der Rotations-Achse des Zeigers und tangential zur Peripherie des Sectors A (Fig. 1) angebracht ist. Man sieht sogleich, dass das Ansatzstück B, wenn der Sector das Zahnrad M_2 erfasst, mit dem Zeiger in Berührung kommen und der Stahlgriffel von dem Augenblicke dieser Berührung an eine Linie auf der Oberfläche des Cylinders zeichnen wird, wobei die Länge dieser Linien offenbar der mittleren Windgeschwindigkeit proportional sein wird. Man sieht auch, dass das Ansatzstück, indem es den Zeiger vor sich her bewegt, denselben nach jeder Registrirung auf den Nullpunkt zurückführt.

Die Aufzeichnung der Windesrichtung ist ebenso einfach. Man bringt nämlich concentrisch mit der verlängerten Achse der Windfahne und tangential zur Peripherie des Sectors ein Zahnrad M_4 (Fig. 3) an, welches eine Schleif-Contactfeder E trägt, welche mit einem der Pole der Batterie in leitender Verbindung steht und fortwährend gegen den Umfang der Achse drückt. Die Achse ist an ihrem unteren Ende mit einem isolirenden Ringe versehen, aber ein metallischer Contact, der in Verbindung mit dem zweiten Pole steht, ist an der Achse parallel zu dem Pfeile der Windfahne angebracht. Wenn nun der Sector A (Fig. 1) das Zahnrad M_4 erfasst, dessen Peripherie mit dem Bogen des Sectors A gleiche Länge besitzt, so durchläuft das Ende der erwähnten Contactfeder die Peripherie der Achse und in dem Momente, wo sie über den metallischen Contact (—) hinüberstreift, wird der Strom für einen Augenblick geschlossen, während auf dem Zeichen-Empfänger (dem Cylinder) eine Linie gravirt wird, welche durch ihre Lage die Richtung des Windes genau anzeigt.

In dem Falle, wo man die Angaben eines Instrumentes registriren will, dessen Zeiger sich nicht so verschieben lässt, wie der Index des Zählwerkes bei einem Anemometer, der durch den Knopf (das Ansatzstück) B mitgeführt wird, wendet man folgende Einrichtung an:

Es seien z. B. die Angaben eines Metallthermometers oder Metallbarometers (*Holostérique's*) zu registriren. Man bringt concentrisch

Digitized by Google

mit der Umdrehungsachse des Index A (Fig. 4) ein Zahnrad M_4 und eine Hilfsnadel $C\,B$ an, welche durch eine schwache Feder fortwährend gegen ein auf dem Zahnrad befestigtes Ansatzstück B gedrückt wird. Der Zeiger des die Angaben liefernden Instrumentes steht mit einem der Pole der Batterie, die Hilfsnadel mit dem anderen Pole in leitender Verbindung. Wenn nun der Sector A (Fig. 1) das Zahnrad M_4 erfasst, so beginnt dieses sich umzudrehen und die eine Nadel nähert sich der andern. In dem Momente, in welchem die beiden Nadeln sich berühren, ist der Strom geschlossen und wird eine Linie auf dem Cylinder gezeichnet. Während dieser Zeit ist die Hilfsnadel mit der anderen Nadel (dem Zeiger des Metallthermometers u. dgl.) fortwährend in Contact geblieben, hat sich aber von dem Knopfe (Ansatzstücke) B losgemacht, welches seinen Weg fortsetzend sich unter der Nadel des Instrumentes hindurch bewegt. Sobald aber der Sector A (Fig. I) das Zahnrad auslässt, vollbringt dieses, dem Zuge seiner Feder folgend, eine Umdrehung im entgegengesetzten Sinne und das Ansatzstück nimmt die Nadel $B\,C$ mit, um sie auf ihren Ausgangspunkt zurückzuführen.

6. Bei der von mir erdachten Registrirungsmethode genügt ein einziger Stahlgriffel der durch einen Electromagnet bewegt wird, um nach einander auf demselben Cylinder die Angaben einer grossen Anzahl von Instrumenten zu graviren.

Denkt man sich nämlich die Zahnräder $M_1\ M_2\ M_3\ M_4$ sämmtlich tangential zu dem (einzigen) Sector A angeordnet, und für jedes der Instrumente, deren Angaben zu registriren sind, ein System von Schleif-Contactfedern, ähnlich wie $F_1\ F_2$ so wird ein Zahnrad nach dem anderen von dem Sector zuerst erfasst und später losgelassen werden, während die verschiedenen Systeme der eben erwähnten Contactfedern für jedes der betreffenden Instrumente und zwar nach einander die Verbindung mit der Batterie zuerst herstellen und hierauf wieder unterbrechen. Nach einer ganzen Umdrehung des Cylinders wird der Stahlgriffel auf der Cylinder-Oberfläche vier aufeinanderfolgende Linien gravirt haben, welche beispielsweise die Angaben der Windfahne, des Anemometers, des Barometers und eines Metallthermometers liefern würden.

Auf diese Weise glaube ich das Problem gelöst zu haben, einen Universal-Meteorographen herzustellen, der sehr einfach, sehr genau und verhältnissmässig wenig kostspielig ist.

Digitized by Google

Der Apparat, wie er zuletzt von Herrn Schubart ausgeführt worden ist, liefert von Viertelstunde zu Viertelstunde die Angaben eines Heberbarometers, eines August'schen Psychrometers, eines Saussure'schen Hygrometers, eines Robinson'schen Anemometers, einer Windfahne, eines Regenmessers und schliesslich auch die Höhe der Meeres-Oberfläche, letztere im Meere selbst, auf der Rhede von Ostende bestimmt. Meine Methode gestattet nämlich — was ich für sehr werthvoll erachte — die Angaben mehrerer in beträchtlicher Entfernung vom Registrir-Apparate aufgestellter Instrumente aufzuzeichnen. Das Princip, welches der betreffenden Einrichtung zu Grunde liegt, ist folgendes:

Denken wir uns den Zeichen-Empfänger (den Zeichnungscylinder) und den Sector *A* an seinem Platze gelassen, eines der Zahnräder dagegen mit dem Instrumente, zu welchem es gehört, von dem Registrir-Apparate getrennt und in einiger Entfernung angebracht, so wird, wenn man diesem Zahnrade eine isochrone Bewegung zu ertheilen im Stande ist, bei der Bewegung des Sectors Alles genau so verlaufen, als ob die beiden Bestandtheile des Apparates mit einander in directer Verbindung stünden. Wenn es nun auch zu gewagt wäre, einen bleibenden und vollständigen Synchronismus von zwei Mechanismen zu erwarten, welche sich fortwährend zu bewegen hätten, so verhält es sich anders, wenn man sich mit der Forderung begnügt, dass die beiden Mechanismen von Zeit zu Zeit und blos für kurze Dauer, isochrone Bewegungen ausführen sollen. In vielen Fällen wird man sich mit der sehr einfachen Lösung dieses Problems begnügen können, welche die Einrichtung der elektrischen Uhren und der Zeigertelegraphen darbietet; denn in dem Systeme der Zeigertelegraphen sind der Manipulator der einen, der Receptor der anderen Station nichts anderes, als zwei Mechanismen, welche isochrone Bewegungen ausführen in mehr oder weniger abgebrochener Weise, aber für viele Fälle (unter anderen für die Registrirung der Fluthöhe) vollständig genügend.

Will man nun einen vollkommeneren Synchronismus herstellen, so hat man die von Hughes, Caselli oder Meyer bei ihren Drucktelegraphen angewendeten Principien zu benützen.

Die vorhergehende Auseinandersetzung wird genügen, das Princip, auf welchem der neue Meteorograph beruht, sowie die Vortheile, welche derselbe bietet, deutlich hervortreten zu lassen.

Digitized by Google

Ueber das Messen hoher Temperaturen mit dem Weinhold'schen Calorimeter.

Von

C. H. Schneider,

geprüfter Civil-Ingenieur für Maschinenwesen in Leipzig.

(Aus der Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure vom Herrn Verfasser freundlichst mitgetheilt.)

(Hiezu Tafel XI.)

In dem Programm der königlichen Höheren Gewerbeschule zu Chemnitz von 1873 veröffentlichte Hr. Prof. Dr. Weinhold eine Arbeit über Messung hoher Temperaturen[1]; in derselben ist die calorimetrische Bestimmung hoher Temperaturen einer näheren Untersuchung unterworfen, und die in einem von Weinhold construirten und gebauten Calorimeter bestimmte wahre specifische Wärme des Schmiedeeisens bei der Temperatur t^0 Celsius zu

$$c_t = 0{,}105907 + 0{,}00006538\,t + 0{,}000000066477\,t^2 \quad \ldots \quad (1),$$

sowie die mittlere specifische Wärme des Schmiedeeisens zwischen T^0 und $t_,^0$ zu

$$c_m = 0{,}105907 + 0{,}00003269\,(T + t_,) + \\ + 0{,}00000001108\,[T^2 + t_,^2 + (T + t_,)^2] \quad \ldots \quad (2),$$

angegeben. Die durchschnittliche Abweichung der beobachteten mittleren specifischen Wärme von der nach Formel (2) berechneten beträgt dabei

$$\sqrt{\frac{\Sigma f^2}{n}} = 0{,}0080 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3).$$

Dem Verfasser wurde von Hrn. Prof. Dr. Weinhold noch eine andere als die in dem oben angezogenen Programme angegebene Construction eines Calorimeters mitgetheilt, welche auf Tafel XI durch Fig. 1 in $\frac{1}{4}$ natürl. Grösse dargestellt ist, und Gelegenheit geboten, in diesem Calorimeter die specifische Wärme des Schmiedeeisens zu bestimmen. Die Einrichtung dieses Calorimeters ist folgende:

1) Auch als pyrometrische Versuche in Poggendorff's Annal. Bd. CXLIX.

Digitized by Google

Auf dem im Gefässe g befindlichen Wasser schwimmt ein Deckel d, der drei Oeffnungen enthält, durch welche die kleine senkrechte Welle w des Rührapparates r, das Thermometer a und ein Trichter t aus dem Wasser nach aussen ragen. Der Trichter ist, vor dem Einbringen der schmiedeeisernen Kugel k in das Calorimeter, mittelst eines Drahtbügels b und einer Schnur s in der Schwebe gehalten und wird, nachdem die Kugel durch die Oeffnung c eingeworfen und sich auf dem Siebe l befindet, niedergelassen, so dass die Klappe, welche die Oeffnung c verschliesst, mit dem Wasser in Berührung kommt. Diese Einrichtung bezweckt eine Verringerung des Fehlers, der bei dem gewöhnlichen offenen Calorimeter durch das Entweichen des theilweise verdampfenden Wassers beim Einwerfen einer heissen Kugel entsteht.

Der Rührapparat bezweckt, durch eine kräftige Circulation des Wassers eine gleichmässige Erwärmung desselben hervorzubringen, so dass die Ablesungen am Thermometer die Temperatur für die ganze Wassermenge ergeben. Das verwendete Thermometer war in $\frac{1}{5}$ Grade getheilt und hatte Papierscala.

Die mit diesem Calorimeter ausgeführten Beobachtungen zur Ermittelung der specifischen Wärme des Schmiedeeisens, sowie die daraus berechneten Grössen sind in folgender Tabelle zusammen gestellt.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Temperatur der Schmiedeeisen-Kugel T	Endtemperatur im Calorimeter t_1	Anfangstemperatur im Calorimeter t_0	Wasserwerth des Calorimeters in kg. G_0	Gewicht des Wassers in kg. W	Gewicht der Schmiedeeisen-Kugel in kg. P	Mittlere specifische Wärme des Schmiedeeisens c_m		Abweichung f
						beobachtet	berechnet nach Weinhold's Formel	
99	13,3	12,25	0,0236	0,98935	0,10942	0,1134	0,1088	+0,0046
99	17,4	16,4	-	0,98515	0,10942	0,1129	0,1100	+0,0029
250	16,7	14,9	-	0,9827	0,06417	0,1209	0,1161	+0,0048
272	15,7	13,9	-	1,02327	0,064517	0,1139	0,1171	−0,0032
275	16,0	14,2	-	1,017277	0,064517	0,1121	0,1172	−0,0051
278	15,9	14,0	-	1,0151	0,064517	0,1167	0,1173	−0,0006
283	16,6	14,4	-	1,0144	0,064517	0,1267	0,1175	+0,0092
430	14,5	13,8	-	1,03505	0,014352	0,1242	0,1247	−0,0005
430	13,2	11,6	-	1,03467	0,032737	0,1241	0,1246	−0,0005
430	15,5	13,9	-	1,034013	0,032737	0,1247	0,1248	−0,0001
1035	17,9	15,5	-	1,02078	0,014352	0,1717	0,1645	+0,0072
1035	18,8	16,4	-	1,02044	0,014352	0,1718	0,1624	+0,0094

Die erste Verticalcolumne enthält die Temperaturen T, auf welche die schmiedeeiserne Kugel erwärmt wurde. Die Erwärmung auf 99°

Digitized by Google

geschah in Wasserdampf, der unter dem Drucke der Atmosphäre entwickelt, die von 250 bis 283° in einem Paraffinbade, dessen Temperatur mittelst eines genauen Thermometers gemessen, die auf 430° in Schwefeldampf und endlich die Erwärmung auf 1035° mittelst Zinkdampf. Die hierbei zur Verwendung gekommenen Erwärmungsapparate sind dieselben, wie die in der Programmschrift näher beschriebenen.

Die zweite Columne enthält die Temperaturen t_1, welche im Calorimeter am Ende, und die dritte Columne die Temperaturen t_0, welche zu Anfang jedes Versuches im Calorimeter gemessen wurden.

Die vierte Columne enthält den Wasserwerth G_1 des Calorimetergefässes. Das Gefäss war in allen seinen Theilen aus Messing gefertigt, dessen specifische Wärme s zu 0,09535 angenommen wurde. Das totale Gewicht des Calorimeters betrug 0,2474 kg.

Die fünfte Columne enthält das Gewicht W des Wassers, das sich bei den Versuchen im Calorimeter befand; die sechste Columne das Gewicht P der Schmiedeeisenkugel.

Die siebente Columne enthält die aus den Beobachtungsdaten nach der Formel

$$c_m = \frac{(G_1 + W)\ (t_1 - t_0)}{T(P - t_1)}$$

berechnete mittlere specifische Wärme des Schmiedeeisens; die achte Columne, die nach Formel (2) berechnete mittlere specifische Wärme, und endlich die neunte Columne enthält die Abweichungen der Werthe der siebenten von denen der achten Columne. Die mittlere Abweichung für sämmtliche Beobachtungen beträgt

$$\sqrt{\frac{\Sigma f^2}{n}} = 0{,}005,$$

und die mit Ausschluss der beiden letzten Beobachtungen, welche wesentlich dadurch ungenau wurden, dass es beim Einwerfen der in Zinkdampf erwärmten Kugel nicht zu vermeiden war, dass Spuren von Zink mit in das Calorimeter gelangten,

$$\sqrt{\frac{\Sigma f^2}{n}} = 0{,}004.$$

Wenngleich die Abweichungen der in dem in Fig. 1 abgebildeten Calorimeter ermittelten specifischen Wärme von der nach Formel (2) berechneten grösser sind als die Abweichungen, welche Dr. Weinhold mit seinem Calorimeter erhielt, so sind dieselben doch nicht so gross, als dass das oben beschriebene Calorimeter nicht zur Bestimmung

Digitized by Google

hoher Temperaturen verwendet werden könnte. Die hier erhaltenen grösseren Abweichungen liegen wohl in der ungenauen Temperaturbestimmung des Wassers im Calorimeter, indem hierzu nur ein gewöhnliches Thermometer mit $^1/_5$ Graden Verwendung fand; — es kam ja hier darauf an, die Verlässlichkeit des Calorimeters zu pyrometrischen Messungen für technische Zwecke unter Bedindungen zu prüfen, die in der technischen Praxis eingehalten werden können; es wurden daher auch alle die Correctionen weggelassen, die vom physikalischen Standpunkt aus unbedingt nöthig gewesen wären.

Für den practischen Gebrauch hat der in Fig. 1 dargestellte Apparat noch einige Unbequemlichkeiten, welche namentlich durch den Bügel *b*, den beweglichen Trichter *t* und den schwimmenden Deckel *d* hervorgerufen werden. Das Bestreben, das Calorimeter zu vereinfachen und für den praktischen Gebrauch bequemer zu machen, führte den Verfasser auf die in Fig. 2 dargestellte Ausführungsform desselben. Die Einrichtung desselben ist mit Ausnahme des festen und doppelwandigen Deckels *d* und Trichters *t*, der mit seinem Rande auf den Deckel aufsitzt und in die Höhe gehoben werden kann, wenn man die Kugel vom Siebe entfernen will, genau dieselbe wie die des Calorimeters in Fig. 1.

Wenngleich in dem in Fig. 2 abgebildeten Apparate die specifische Wärme des Schmiedeeisens nicht ermittelt wurde, so haben doch genaue Wägungen und vergleichende Beobachtungen dem Verfasser die Gewissheit verschafft, dass ein Entweichen von Dampf bei dem Einwerfen hoch temperirter Kugeln nicht vorkommt, sowie dass die Einflüsse von aussen die Temperaturabmessungen im Calorimeter unter gewöhnlichen Umständen nicht beinträchtigen, und dass man für die Bestimmung hoher Temperaturen mittelst dieses Calorimeters die Weinhold'sche Formel (2) für die mitttere specifische Wärme des Schmiedeeisens verwenden kann.

Die weitere Ausstattung des Calorimeters für den practischen Gebrauch ist folgende.

Das Gefäss *g* wird in ein Gefäss *m* von Weissblech eingesetzt und gegen dasselbe durch starke Pappendeckel *p* isolirt, so dass zwischen den Wandungen der beiden Gefässe eine stagnirende Luftschicht gebildet wird. Das Weissblechgefäss *m* wird in einen Holzeimer *e*, Fig. 3, so eingesetzt, dass zwischen den Wandungen des

Digitized by Google

Gefässes und des Eimers ebenfalls eine stagnirende Luftschicht entsteht. Die Ausstattung des Holzeimers ist aus Fig. 3 und 4 zu ersehen. Die Rollen r, r und die Schnur s dienen zum Betriebe des Rührapparates, der an seiner Welle w eine kleine Holzrolle v hat, welche mittelst der Schnur s in Drehung versetzt wird. Der Henkel h ist des leichteren Transportes des gesammten Calorimeters wegen angebracht.

Das so ausgestattete Calorimeter ist gegen äussere Einflüsse für gewöhnliche Umstände genügend geschützt. Befindet man sich an Orten, an denen trotzdem eine Erwärmung oder Abkühlung des Wassers im Calorimeter stattfindet, so ist zur Ermittelung dieser äusseren Einflüsse dadurch ein bequemes Hilfsmittel geboten, dass man an einem normal und gleich ausgerüsteten Calorimeter, welcher aber nicht zu Temperaturbestimmungen verwendet wird, den Betrag der äusseren Einflüsse zur Zeit einer Temperaturbeobachtung ermittelt. Eine derartige Bestimmung lässt sich leicht und ohne wesentliche Complicationen ausführen.

Die Schmiedeeisenkugel, die man zur Bestimmung hoher Temperaturen mittelst eines solchen Calorimeters verwendet, versieht man am besten in Richtung dreier Durchmesser mit kleinen Löchern (s. Fig. 7). Dies bewirkt ein schnelles Abkühlen der Kugel im Wasser und verhindert das Zerspringen derselben, was sonst sehr leicht eintritt, wenn eine Kugel mehrere Male zu Temperaturbestimmungen verwendet wird, bei denen dieselbe hell- oder gar weissglühend wird.

Zum Einhalten der Kugel in den Raum, dessen Temperatur ermittelt werden soll, eignet sich sehr gut eine Kugelzange, wie sie in Fig. 5 und 6 dargestellt ist.

Erscheint es hiernach leicht, hohe Temperaturen mit für technische Zwecke genügender Genauigkeit zu bestimmen, so stellen sich solchen Bestimmungen doch noch einige Schwierigkeiten entgegen.

Soll die Temperatur T eines mit heissen Gasen angefüllten Raumes gemessen werden, und hat man eine Schmiedeeisenkugel vom Gewichte $P = 0{,}014352$ kg. so lange in dem Raume hängen lassen, dass man mit Sicherheit annehmen kann, dieselbe habe die Temperatur der Gase angenommen, und findet man, nachdem die Kugel im Calorimeter, dessen Wasserwerth $0{,}0236$ kg. ist und welcher $1{,}02044$ kg. Wasser enthält, eine Endtemperatur $t_1 = 18{,}8^0$, während die Anfangs-

Digitized by Google

temperatur $t_0 = 16{,}4^0$ betrug, so ergiebt sich die fragliche Temperatur T aus

$$T - t_{,} = \frac{(G_{,} + W)\ (t_{,} - t_0)}{c_m P} = \frac{1{,}04404 . 2{,}4}{c_m . 0{,}014352}.$$

In dieser Gleichung ist nun c_m die mittlere specifische Wärme des Schmiedeeisens innerhalb der Temperaturen T und $t_{,}$, also eine Function der noch unbekannten Temperatur T. Wollte man für c_m seinen Werth

$$c_m = 0{,}105907 + 0{,}00003269\,(T + t') + \\ + 0{,}00000001108\,[T^2 + t_{,}^2 + (T + t)^2]$$

in diese Gleichung einsetzen, so erhielte man zur Berechnung von T, eine Gleichung, deren numerische Behandlung sehr zeitraubend wäre und vielleicht dann ausgeführt werden würde, wenn es sich um eine einmalige Ermittelung von T handelte. Bei Experimenten für technische Zwecke ist es aber nothwendig, möglichst viele Beobachtungen zu machen, um einen verlässlichen Mittelwerth zu erhalten. Die Ermittelung dieser Werthe nach obiger Formel wäre dann so lästig, dass dieselbe unterbleiben müsste. Der Verfasser befand sich in der Lage, bei Experimenten an Feuerungsanlagen vielfache Temperaturmessungen vornehmen zu müssen und kam endlich, um dieselben mittelst eines Calorimeters ausführen zu können, zu dem Entschluss, Tabellen für die vorkommenden Temperaturen T zu berechnen. Diese Tabellen sind auf S. 124 ff. wiedergegeben. Sie sind mit doppelten Eingängen versehen und enthalten die von 1 kg. Schmiedeeisen abzugebende Wärmemenge, wenn dasselbe von der Temperatur T° auf $t_{,}^0$ abgekühlt wird, also den Werth

$$c_m\,(T - t_{,}) = \frac{(G_{,} + W)\,(t_{,} - t_0)}{P}.$$

Die rechte Seite dieser Gleichung lässt sich schnell und leicht aus den Beobachtungsdaten berechnen, und erhält man mit diesem Werthe die fragliche Temperatur T auf die im nachfolgenden Beispiele angegebene Weise.

Für die oben angegebenen Beobachtungsdaten ist

$$c_m\,(T - t_{,}) = c_m\,(T - 18{,}8) = \frac{0{,}04404 . 2{,}4}{1{,}014352} = 174{,}580\ \text{W.-E.}$$

Am Kopfe jeder Tabelle befinden sich Differenzwerthe für $0{,}1$ Grad von $t_{,}$ und für 1 Grad von T.

Digitized by Google

Für t_1 zwischen 10 Grad und 20 Grad ist die Differenz pro 0,1 Grad gleich 0,01069 W.-E., so dass

$$c_m [T - (18{,}8 + 0{,}2)] = 174{,}580 + 0{,}01069 \cdot 2$$

$$c_m (T - 19) = 174{,}601 \text{ W.-E.}$$

Jetzt sucht man in der Horizontalcolumne für $t_1 = 19$ den nächst kleineren Werth von 174,601; wir finden 173,399 und in der obersten Horizontalcolumne steht für T der Werth 1060^0 darüber; derselbe ist noch zu klein und erhält der Differenz $174{,}601 - 173{,}399 = 1{,}202$ W.-E. entsprechend einen Zuschlag. Diesen Zuschlag zu 1060^0 erhält man mit Hilfe der am Kopfe der Tabelle stehenden Differenzen pro 1^0 von T. Diese Differenz beträgt innerhalb der Grenzen 1050 bis 1100^0 pro 1^0 gleich 0,25303 und sonach der Zuschlag zu 1060

$$\frac{1{,}202}{0{,}25303} = 4{,}7 = \text{rund } 5^0.$$

Die Temperatur T beträgt demnach im obigen Beispiele

$$1060 + 5 = 1065^0.$$

Für viele Zwecke kann man die Differenzcorrectionen weglassen, indem man für t_1 die nächst kleinere oder nächst grössere ganze Zahl nimmt, in deren Horizontalcolumne den Werth aufsucht, der dem beobachteten Werthe von $c_m (T - t_1)$ am nächsten kommt und den zugehörigen Werth von T nach dem in der obersten Horizontalcolumne darüber stehenden abschätzt. Bei einiger Uebung kann man auf diese Weise sehr schnell den Werth T bis auf 5 Grad genau aus den Tabellen entnehmen, was für viele Zwecke genügend ist.

Noch sei erwähnt, dass der Umfang der Tabellen ein derartiger ist, dass man fast alle Temperaturen damit bestimmen kann, welche in den Feuerungsanlagen für industrielle Zwecke vorkommen.

Je nach der Grösse der zu bestimmenden Temperaturen kann man den Wasserfassungsraum des Calorimeters und das Gewicht der Schmiedeeisenkugel so bestimmen, dass sich die Temperaturdifferenz $(t_1 - t_0)$ des Wassers im Calorimeter am Thermometer mit genügender Genauigkeit ablesen lässt und etwaige Fehler nach dieser Richtung einflusslos bleiben.

Für Temperaturen, wie sie bei Dampfkesselanlagen vorkommen, fand der Verfasser folgende Verhältnisse für passend:

Digitized by Google

Zur Bestimmung für Temperaturen	Wassergewicht im Calorimeter	Kugelgewicht
im Feuerraume	2,000 kg.	0,1 kg.
hinter der Feuerbrücke . .	1,800 -	0,085 -
am Ende des ersten Canales	1,500 -	0,07 -
am Ende des Kessels . . .	1,000 -	0,06 -

Bei diesen Verhältnissen erhält man solche Werthe von $t_1 - t_0$, dass die unvermeidlichen Ablesefehler am Thermometer bei einiger Uebung von unerheblichem Betrage sind; — 0,1 Grade lassen sich bei einem $^1/_5$gradigen Thermometer noch genau bestimmen und ist dann nur ein Ablesefehler von höchstens $0{,}05^\circ$ möglich, welcher bei $t_1 - t_0 = 5$ bis 6 Grad diese Ablesung um 1 Procent falsch machen würde.

Bei Temperaturbestimmungen, bei denen die Schmiedeeisenkugel nicht glühend wird, kann man eine solche Kugel sehr lange benützen. Zu Anfang vermehrt sich das Gewicht der Kugel infolge der Oxydation der Oberfläche, aber schon nach kurzer Gebrauchszeit nimmt man keine Gewichtszunahme mehr wahr, so dass ein einmaliges genaues Wägen der Kugel auf lange Zeit genügt. Bei Kugeln, welche glühend werden und Oxydschichten loslösen, muss aber schon nach mehrmaligem Gebrauche eine neue Wägung vorgenommen werden, um durch den Gewichtsfehler die Beobachtungen nicht illusorisch zu machen. Bei Temperaturbestimmungen des Feuerraumes eines Dampfkessels lassen sich mit einer gewogenen Kugel kaum zehn Beobachtungen hinter einander anstellen, ohne dass die Kugel aufs Neue gewogen wird. Auch kann man dann nur eine durchschnittliche Temperatur mit einem Durchschnittsgewichte der Kugel ermitteln.

Die genaue Gewichtsbestimmung der Schmiede-Eisenkugeln ist für calorimetrische Temperaturbestimmungen unerlässlich, doch genügt bei den oben angegebenen Kugelgewichten meist eine Gewichtsangabe bis auf Centigramm. Bei öfterem Gebrauche verringert sich auch das Gewicht des Wassers im Calorimeter, indem bei jedesmaligem Herausnehmen der Kugel Wasser an derselben hängen bleibt. Der hierdurch entstehende Fehler ist vollständig zu vernachlässigen; das Wasser muss viel eher wegen der stetigen Erwärmung bei hinter einander folgenden Beobachtungen erneuert werden, ehe jener Gewichtsverlust ein irgendwie erheblicher wird.

Digitized by Google

Differenzen für $t_1 = 0,1°$ { 10—20 . . . 0,01069 | 30—40 . . . 0,01083 | 20—30 . . . 0,01076 | 40—50 . . . 0,01089 }

T =	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
t_1 = 10	9,877	11,028	12,180	13,331	14,483	15,634	16,828	18,022	19,216	20,410
11	9,770	10,921	12,073	13,224	14,376	15,527	16,721	17,915	19,109	20,303
12	9,663	10,814	11,966	13,117	14,269	15,420	16,614	17,808	19,002	20,196
13	9,556	10,707	11,859	13,010	14,162	15,313	16,507	17,701	18,895	20,089
14	9,450	10,601	11,753	12,904	14,056	15,206	16,400	17,594	18,788	19,982
15	9,343	10,494	11,646	12,797	13,949	15,100	16,293	17,487	18,681	19,875
16	9,236	10,387	11,539	12,690	13,842	14,993	16,186	17,380	18,574	19,768
17	9,129	10,280	11,432	12,583	13,735	14,886	16,080	17,274	18,468	19,662
18	9,022	10,173	11,325	12,476	13,628	14,779	15,973	17,167	18,361	19,555
19	8,915	10,066	11,218	12,369	13,521	14,672	15,866	17,060	18,254	19,448
20	8,808	9,959	11,111	12,262	13,414	14,565	15,759	16,953	18,147	19,341
21	8,701	9,852	11,004	12,154	13,306	14,457	15,651	16,845	18,039	19,233
22	8,593	9,744	10,896	12,047	13,199	14,350	15,544	16,738	17,932	19,126
23	8,486	9,637	10,789	11,940	13,092	14,242	15,436	16,630	17,824	19,018
24	8,378	9,529	10,680	11,832	12,983	14,134	15,328	16,522	17,716	18,910
25	8,270	9,421	10,573	11,724	12,876	14,027	15,221	16,425	17,609	18,803
26	8,163	9,314	10,465	11,617	12,768	13,919	15,112	16,317	17,501	18,695
27	8,055	9,206	10,358	11,509	12,661	13,811	15,005	16,209	17,393	18,587
28	7,948	9,099	10,250	11,491	12,642	13,703	14,897	16,191	17,286	18,480
29	7,840	8,991	10,143	11,293	12,445	13,596	14,786	16,084	17,178	18,372
30	7,732	8,883	10,034	11,186	12,337	13,488	14,682	15,876	17,071	18,265
31	7,624	8,775	9,926	11,078	12,229	13,380	14,574	15,768	16,962	18,156
32	7,516	8,667	9,818	10,969	12,120	13,271	14,466	15,660	16,854	18,048
33	7,408	8,559	9,710	10,861	12,012	13,163	14,357	15,551	16,746	17,939
34	7,299	8,450	9,601	10,753	11,904	13,055	14,249	15,443	16,638	17,831
35	7,191	8,341	9,493	10,644	11,795	12,946	14,141	15,335	16,529	17,723
36	7,083	8,234	9,385	10,536	11,687	12,818	14,032	15,227	16,421	17,614
37	6,975	8,126	9,277	10,428	11,579	12,730	13,924	15,118	16,313	17,506
38	6,866	8,017	9,168	10,319	11,470	12,621	13,816	15,010	16,205	17,398
39	6,758	7,909	9,060	10,211	11,362	12,513	13,708	14,901	16,096	17,289
40	6,650	7,801	8,952	10,103	11,254	12,405	13,599	14,793	15,988	17,181
41	6,541	7,692	8,843	9,974	11,125	12,296	13,490	14,684	15,878	17,072
42	6,432	7,583	8,734	9,885	11,036	12,187	13,380	14,575	15,769	16,963
43	6,323	7,474	8,625	9,776	10,927	12,078	13,272	14,466	15,660	16,854
44	6,214	7,365	8,516	9,667	10,818	11,968	13,163	14,357	15,551	16,745
45	6,105	7,256	8,407	9,557	10,709	11,859	13,054	14,248	15,442	16,636
46	5,996	7,146	8,297	9,448	10,599	11,750	12,944	14,139	15,333	16,527
47	5,887	7,037	8,188	9,339	10,490	11,641	12,835	14,030	15,224	16,418
48	5,778	6,928	8,079	9,230	10,381	11,532	12,726	13,921	15,115	16,309
49	5,669	6,819	7,970	9,121	10,272	11,423	12,617	13,812	15,006	16,200
50	5,560	6,711	7,862	9,013	10,164	11,314	12,508	13,703	14,897	16,092

Digitized by Google

Differenzen für $T = 1^{\circ}$ { 100—150 . . . 0,11514 | 150—200 . . . 0,1194 | 200—250 . . . 0,1240 | 250—300 . . . 0,1289

200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300
21,604	22,844	24,084	25,324	26,564	27,804	29,093	30,382	31,671	32,960	34,250
21,497	22,737	23,977	25,217	26,457	27,697	28,986	30,275	31,564	32,853	34,143
21,390	22,630	23,870	25,110	26,330	27,590	28,879	30,168	31,457	32,746	34,036
21,283	22,523	23,763	25,003	26,243	27,483	28,772	30,062	31,350	32,639	33,929
21,176	22,416	23,656	24,896	26,136	27,376	28,665	29,955	31,244	32,533	33,823
21,069	22,310	23,550	24,790	26,030	27,269	28,559	29,848	31,137	32,426	33,716
20,962	22,203	23,443	24,683	25,923	27,162	28,452	29,741	31,030	32,319	33,609
20,856	22,096	23,336	24,576	25,816	27,055	28,345	29,634	30,923	32,212	33,502
20,749	21,989	23,229	24,469	25,709	26,948	28,238	29,527	30,816	32,105	33,395
20,642	21,881	23,122	24,362	25,602	26,842	28,131	29,420	30,709	31,998	33,288
20,535	21,775	23,015	24,255	25,495	26,735	28,024	29,313	30,603	31,892	33,181
20,427	21,677	22,907	24,147	25,387	26,627	27,916	29,205	30,495	31,784	33,074
20,320	21,560	22,800	24,040	25,280	26,520	27,809	29,098	30,388	31,676	32,966
20,212	21,452	22,692	23,932	25,172	26,412	27,701	28,990	30,280	31,569	32,858
20,104	21,345	22,585	23,825	25,065	26,304	27,594	28,883	30,173	31,461	32,751
19,997	21,237	22,477	23,717	24,957	26,197	27,486	28,775	30,065	31,354	32,643
19,889	21,129	22,369	23,609	24,849	26,089	27,379	28,668	29,957	31,246	32,536
19,782	21,022	22,262	23,502	24,742	25,982	27,271	28 560	29,850	31,138	32,428
19,674	20,914	22,154	23,394	24,634	25,874	27,164	28,453	29,742	31,031	32,321
19,567	20,807	22,047	23,286	24,527	25,766	27,056	28,345	29,635	30,923	32,213
19,459	20,699	21,939	23,179	24,419	25,659	26,948	28,237	29,527	30,816	32,105
19,351	20,591	21,831	23,071	24,311	25,551	26,840	28,129	29,418	30,707	31,997
19,242	20,482	21,722	22,962	24,202	25,442	26,731	28,021	29,310	30,599	31,889
19,134	20,374	21,614	22,854	24,094	25,334	26,623	27,912	29,203	30,491	31,781
19,026	20,266	21,506	22,746	23,986	25,226	26,515	27,804	29,095	30,383	31,672
18,918	20,158	21,398	22,638	23,878	25,117	26,407	27,696	28,985	30,275	31,564
18,809	20,049	21,289	22,529	23,769	25,009	26,298	27,588	28,877	30,166	31,456
18,701	19,941	21,181	22,421	23,661	24,901	26,190	27,479	28,769	30,058	31,348
18,593	19,833	21,073	22,313	23,553	24,793	26,082	27,371	28,661	29,950	31,239
18,485	19,724	20,964	22,204	23,444	24,684	25,973	27.263	28,552	29,842	31,130
18,376	19,616	20,856	22,096	23,336	24,576	25,865	27,155	28,444	29,734	31,023
18,267	19,507	20,747	21,987	23,227	24,467	25,756	27,046	28,335	29,625	30,914
18,158	19,398	20,638	21,878	23,118	24,358	25,647	26,937	28,226	29,516	30,805
18,049	19,289	20,529	21,769	23,009	24,249	25,538	26,828	28,117	29,407	30,696
17,940	19,180	20,420	21,660	22,900	24,140	25,429	26,719	28,008	29,298	30,587
17,831	19,071	20,311	21,551	22,791	24,031	25,320	26,610	27,899	29,189	30,478
17,722	18,962	20,202	21,442	22,682	23,922	25,211	26,501	27,790	29,080	30,369
17,613	18,853	20,093	21,333	22,573	23,813	25,102	26,392	27,681	28,971	30,260
17,504	18,744	19,984	21,224	22,464	23,704	24,993	26,283	27,572	28,862	30,151
17,395	18,635	19,875	21,115	22,355	23,595	24,884	26,174	27,463	28,753	30,042
17,286	18,526	19,766	21,006	22,246	23,486	24,775	26,065	27,354	28,644	29,933

Digitized by Google

Differenzen für $t_1 = 0,1°$ { 10—20 . . . 0,01069 | 30—40 . . . 0,01088 | 20—30 . . . 0,01076 | 40—50 . . . 0,01090

T =	310	320	330	340	350	360	370	380	390
t' = 10	35,592	36,934	38,275	39,617	40,959	42,357	43,755	45,153	46,551
11	35,485	36,827	38,168	39,510	40,853	42,250	43,648	45,046	46,444
12	35,378	36,720	38,061	39,403	40,746	42,143	43,541	44,939	46,337
13	35,271	36,613	37,954	39,296	40,639	42,036	43,434	44,832	46,230
14	35,164	36,506	37,847	39,189	40,532	41,929	43,327	44,725	46,123
15	35,058	36,399	37,741	39,083	40,425	41,823	43,221	44,618	46,017
16	34,950	36,292	37,633	38,976	40,318	41,716	43,114	44,512	45,910
17	34,843	36,185	37,527	38,869	40,211	41,609	43,007	44,405	45,803
18	34,736	36,078	37,420	38,762	40,104	41,502	42,900	44,298	45,696
19	34,629	35,971	37,313	38,655	39,997	41,395	42,793	44,191	45,589
20	34,523	35,865	37,206	38,548	39,890	41,288	42,686	44,083	45,481
21	34,415	35,757	37,099	38,441	39,783	41,180	42,578	43,976	45,374
22	34,307	35,649	36,991	38,333	39,675	41,073	42,471	43,868	45,266
23	34,200	35,542	36,884	38,226	39,568	40,966	42,363	43,761	45,159
24	34,092	35,434	36,776	38,118	39,460	40,858	42,256	43,653	45,051
25	33,985	35,328	36,669	38,011	39,353	40,750	42,148	43,546	44,944
26	33,877	35,220	36,561	37,903	39,245	40,643	42,041	43,438	44,836
27	33,769	35,112	36,453	37,796	39,137	40,535	41,933	43,331	44,729
28	33,662	35,005	36,346	37,688	39,030	40,428	41,826	43,223	44,621
29	33,554	34,897	36,239	37,581	38,922	40,320	41,718	43,116	44,514
30	33,447	34,789	36,131	37,473	38,815	40,213	41,611	43,008	44,406
31	33,339	34,681	36,023	37,365	38,706	40,104	41,502	42,900	44,298
32	33,230	34,573	35,915	37,257	38,598	39,996	41,394	42,791	44,189
33	33,122	34,464	35,805	37,148	38,490	39,888	41,286	42,683	44,081
34	33,014	34,356	35,698	37,039	38,382	39,779	41,178	42,575	43,973
35	32,906	34,248	35,589	36,932	38,273	39,671	41,069	42,467	43,865
36	32,798	34,140	35,481	36,824	38,165	39,563	40,961	42,358	43,756
37	32,689	34,031	35,372	36,715	38,057	39,455	40,852	42,250	43,648
38	32,581	33,923	35,264	36,607	37,948	39,346	40,744	42,142	43,540
39	32,473	33,815	35,156	36,499	37,840	39,237	40,636	42,033	43,431
40	32,365	33,707	35,048	36,390	37,732	39,130	40,528	41,925	43,323
41	32,256	33,598	34,939	36,281	37,623	39,020	40,419	41,816	43,214
42	32,147	33,489	34,830	36,172	37,514	38,912	40,310	41,707	43,105
43	32,038	33,380	34,721	36,063	37,405	38,803	40,201	41,598	42,996
44	31,929	33,271	34,612	35,954	37,296	38,694	40,092	41,489	42,887
45	31,820	33,162	34,503	35,845	37,187	38,585	39,983	41,380	42,778
46	31,711	33,053	34,394	35,736	37,078	38,476	39,874	41,271	42,669
47	31,602	32,944	34,285	35,627	36,969	38,367	39,765	41,162	42,560
48	31,493	32,835	34,176	35,518	36,860	38,258	39,656	41,053	42,451
49	31,384	32,726	34,067	35,409	36,751	38,149	39,547	40,944	42,342
50	31,275	32,617	33,958	35,300	36,642	38,040	39,438	40,835	42,233

Digitized by Google

Differenzen für $T = 1°$ { 300—350 . . . 0,13418 | 400—450 . . . 0,14572 | 350—400 . . . 0,13978 | 450—500 . . . 0,15197

400	410	420	430	440	450	460	470	480	490	500
47,349	49,406	50,863	52,321	53,778	55,235	56,754	58,274	59,794	61,313	62,833
47,342	49,299	50,756	52,214	53,671	55,128	56,647	58 167	59,687	61,206	62,726
47,335	49,192	50,649	52,107	53.564	55,021	56,540	58.060	59.580	61,099	62,620
47,328	49,085	50,542	51,999	53,457	54.914	56,433	57,953	59,473	60,992	62,513
47,321	48,978	50,435	51,893	53,350	54,807	56,326	57,846	59,366	60,885	62,406
47,311	48,872	50,329	51,786	53,244	54,700	56,220	57,739	59,259	60,779	62,299
47,301	48,765	50,222	51,679	53,137	54,593	56,112	57,632	59,152	60,672	62,192
47,201	48,658	50,115	51,572	53,030	54,486	56,006	57,525	59,045	60,565	62,085
47,094	48,551	50,008	51,465	52,923	54,379	55,899	57.418	58,938	60,458	61,978
46,987	48,444	49,901	51,368	52,876	54,273	55,792	57,311	58,831	60,351	61,871
46,880	48,337	49,794	51,252	52,709	54,166	55,685	57,205	58,725	60,244	61,764
46,772	48,229	49,686	51,144	52,601	54,058	55,578	57.097	58,617	60,136	61,657
46,665	48,122	49,578	51,036	52,493	53.950	55,470	56,989	58,509	60,029	61,549
46,557	48,014	49,471	50 929	52,386	53,842	55,363	56,881	58,402	59,921	61,442
46,450	47,907	49,363	50,821	52 278	53,735	55,255	56,774	58,294	59,814	61,334
46,342	47,800	49,256	50,714	52,171	53,628	55,148	56,667	58,187	59,706	61,226
46,234	47,692	49,148	50,606	52.063	53,520	55,040	56,559	58,079	59,599	61,119
46,127	47,584	49,040	50,498	51,955	53,413	54,933	56,452	57,971	59,491	61,011
46,019	47,477	48,933	50,391	51,848	53,305	54,823	56,344	57,864	59,384	60,904
45,912	47,370	48.825	50,283	51,740	53,197	54,718	56.237	57,756	59,276	60,796
45,804	47,261	48,718	50,176	51.633	53,090	54,610	56,129	57,649	59,169	60,689
45,696	47,153	48,610	50,067	51,524	52,982	54,501	56 021	57,541	59,060	60,580
45,588	47,04	48,501	49,959	51,416	52,873	54,393	55,914	57,432	58,952	60,472
45,479	46,93	48,393	49,851	51,308	52,765	54,285	55.806	57,324	58,844	60,364
45,371	46,82	48,285	49,742	51,199	52,657	54,176	55,693	57,216	58,735	60,255
45,263	46,720	48,177	49,634	51,091	52,548	54,068	55 586	57 108	58,627	60,147
45,154	46,611	48,068	49,526	50,983	52,440	53,960	55,478	56.999	58,519	60,039
45,046	46,503	47,960	49,417	50,874	52,332	53,851	55,370	56,891	58,410	59,931
44,938	46,395	7,852	49,309	50,766	52,224	53,743	55,263	56,783	58,302	59,822
44,830	46,286	7,744	49,201	50.658	52,115	53,635	55,154	56,674	58,194	59,714
44,721	46,178	4,635	49,093	50,550	52,007	53,527	55,047	56,566	58,086	59,606
44,612	46,069	4 526	48,984	50,441	51,898	53,418	54,937	56,457	57,977	59,497
44,503	45,960	47,417	48,875	50,332	51,789	53,309	54,828	56,348	57,868	59,388
44,394	45,851	47,08	48,770	50,223	51,680	53,200	54,719	56,239	57,759	59,279
44,285	45,742	47,0	48,657	50,114	51,571	53,091	54,610	56,130	57,650	59,170
44,176	45,633	47,0	48,548	50,005	51,462	52,982	54.501	56,020	57,541	59,061
44,067	45,524	46,9	48,439	49,896	51,353	52,873	54,392	55 912	57,432	58,952
43,958	45,415	46,87	48,330	49,787	51,244	52,764	54,283	55,803	57,323	58,843
43,849	45,306	46,765	48,221	49,678	51,135	52,655	54,174	55,694	57,214	58,734
43,740	45,197	46,654	8,112	49,569	51,026	52,546	54,065	55.585	57,105	58,625
43,641	45,088	46,545	8,003	49,460	50,917	52,437	53,956	55,476	56,996	58,516

Digitized by Google

Differenzen für $t_{,} = 0,,^{\circ}$ { 10 – 20 . . . 0,01069 | 30 – 40 . . . 0,01083 | 20 – 30 . . . 0,01076 | 40 – 50 . . . 0,01090

T =	510	520	530	540	550	560	570	580	590
$t_{,}$ = 10	64,419	66,004	67,590	69,176	70,762	72,416	74,071	75,726	77,481
11	64,312	65,897	67,483	69,069	70,655	72,309	73,964	75,619	77,274
12	64,205	65,790	67,376	68,962	70,548	72,202	73,857	75,512	77,167
13	64,098	65,683	67,269	68,855	70,441	72,095	73,750	75,405	77,060
14	63,991	65,576	67,162	68,748	70,334	71,988	73 643	75,298	76,953
15	63,884	65,470	67,060	68,641	70,227	71,882	73,537	75,192	76,847
16	63,777	65,363	66,949	68,534	70,120	71,775	73,430	75,085	76,740
17	63,670	65,256	66,842	68,427	70,013	71,668	73,323	74,978	6 633
18	63,563	65,149	66,735	68,320	69,907	71,561	73,216	74,871	76,526
19	63,456	65,042	66,628	68,213	69,800	71,454	73,109	74,764	76,419
20	63,350	64,935	66,521	68,107	69,693	71,347	73,002	74,657	76,312
21	63,243	64,828	66,413	67,999	69,585	71,239	72,894	74,549	76,204
22	63,135	64,720	66,306	67,891	69,478	71,132	72,787	74,442	76,097
23	63,028	64,613	66,198	67,784	69,370	71,024	72,679	74,33	75,989
24	62,920	64,505	66,091	67,676	69,262	70,917	72,572	74,22	75 882
25	62,813	64,398	65,983	67,569	69,155	70,809	72,464	74,11	75,774
26	62,705	64,290	65,876	67,461	69,147	70,701	72,356	74,01	75,666
27	62,598	64,183	65,768	67,354	68,940	70,594	72,249	73,94	75,559
28	62,490	64,075	65,661	67,246	68,832	70,486	72,141	73,96	75,451
29	62,383	63,968	65,533	67,139	68,724	70,379	72,034	7389	75,344
30	62,275	63,860	65,446	67,031	68,617	70,271	71,926	7381	75,236
31	62,166	63,752	65,337	66,923	68,509	70,163	71,818	7473	75,128
32	62,058	63,643	65,229	66,814	68,400	70,055	71,710	7,365	75,020
33	61,950	63,535	65,121	66,706	68,292	69,946	71,601	7,256	74,911
34	61,842	63,427	65,012	66,598	68,184	69,838	71,493	7,148	74,803
35	61,733	63,319	64,904	66,490	68,075	69,730	71,385	8,040	74,695
36	61,625	63,210	64,796	66,381	67,967	69,622	71,277	2,932	74,587
37	61,517	63,102	64,687	66,273	67,859	69,513	71,168	72,823	74,478
38	61,409	62,994	64,579	66,165	67,751	69,405	71 060	72,715	74,370
39	61,300	62,885	64,471	66,056	67,642	69,297	70,952	72,607	74,262
40	61,191	62,777	64,363	65,948	67,534	69,189	70,84	72,499	74,154
41	61,082	62,668	64,254	65,839	67,425	69,080	70,73	72,390	74,045
42	60,973	62,559	64,145	65,730	67,316	68,971	70 6	72,281	73,936
43	60,864	62,450	64,036	65,621	67,207	68,862	70,5	72,172	73 827
44	60,755	62,341	63,927	65,512	67,098	68,753	70,8	72,063	73,718
45	60,646	62,232	63,818	65,403	66,989	68,644	7099	71,954	73,609
46	60,537	62,123	63,709	65,294	66,880	68,535	7190	71,845	73,500
47	60,428	62,014	63,600	65,185	66,771	68,426	7081	71,736	73,391
48	60,319	61,905	63,491	65,076	66,662	68,317	6,972	71,627	73,282
49	60,210	61,796	63,382	64,967	66,553	68,208	6,863	71,518	73,173
50	60,101	61,687	63,273	64,858	66,444	68,099	6,754	71,409	73,064

Digitized by Google

Differenzen für $T = 1^{\circ}$ { 500—550 . . . 0,15857 600—650 . . . 0,17275 / 550—600 . . . 0,16549 650—700 . . . 0,18034

600	610	620	630	640	650	660	670	680	690	700
79,036	80,764	82,491	84,219	85,946	87,674	89,477	91,281	93,084	94,888	96,691
78,929	80,657	82,384	84,112	85,839	87,567	89,371	91,174	92,977	94,781	96,584
78,823	80,550	82,277	84,005	85,732	87,460	89,263	91,067	92,870	94,674	96,477
78,716	80,443	82,170	83,898	85,625	87,353	89,156	90,960	92,763	94,567	96,370
78,609	80,336	82,063	83,791	85,518	87,246	89,050	90,853	92,656	94,460	96,263
78,502	80,229	81,957	83,684	85,412	87,139	88,943	90,746	92,549	94,353	96,156
78,395	80,122	81,850	83,577	85,305	87,032	88,836	90,639	92,442	94,246	96,049
78,288	80,015	81,743	83,460	85,198	86,925	88,729	90,532	92,335	94,139	95,942
78,181	79,908	81,636	83,353	85,091	86,819	88,622	90,425	92,228	94,032	95,836
78,074	79,801	81,529	83,246	84,984	86,712	88,515	90,318	92,121	93,925	95,729
77,967	79,695	81,422	83,150	84,877	86,605	88,408	90,211	92,015	93,818	95,622
77,860	79,587	81,314	83,042	84,769	86,497	88,300	90,103	91,907	93,710	95,514
77,752	79,479	81,207	82,934	84,662	86,390	88,192	89,996	91,799	93,603	95,407
77,644	79,372	81,099	82,827	84,554	86,282	88,085	89,888	91,692	93,495	95,299
77,537	79,264	80,992	82,719	84,447	86,174	87,977	89,781	91,584	93,388	95,191
77,429	79,157	80,884	82,612	84,339	86,067	87,870	89,673	91,477	93,280	95,084
77,322	79,049	80,776	82,504	84,231	85,959	87,762	89,565	91,369	93,172	94,976
77,214	78,941	80,669	82,396	84,124	85,852	87,654	89,458	91,261	93,065	94,869
77,107	78,834	80,561	82,289	84,016	85,744	87,547	89,350	91,154	92,957	94,761
76,999	78,726	80,454	82,181	83,909	85,637	87,439	89,243	91,046	92,850	94,653
76,891	78,619	80,346	82,074	83,801	85,529	87,332	89,135	90,939	92,742	94,546
76,783	78,510	80,238	81,965	83,693	85,421	87,223	89,027	90,820	92,634	94,438
76,675	78,402	80,130	81,857	83,585	85,312	87,115	88,919	90,722	92,526	94,329
76,567	78,294	80,021	81,749	83,476	85,204	87,006	88,810	90,614	92,417	94,221
76,458	78,186	79,913	81,641	83,368	85,196	86,898	88,702	90,506	92,309	94,113
76,350	78,077	79,805	81,532	83,260	84,988	86,790	88,594	90,397	92,201	94,005
76,242	77,969	79,697	81,424	83,152	84,879	86,682	88,486	90,289	92,093	93,896
76,134	77,861	79,588	81,316	83,043	84,771	86,573	88,378	90,180	91,984	93,788
76,025	77,753	79,480	81,208	82,935	84,663	86,465	88,269	90,072	91,876	93,680
75,917	77,644	79,372	81,099	82,827	84,554	86,357	88,161	89,964	91,768	93,571
75,809	77,536	79,264	80,991	82,719	84,446	86,249	88,053	89,856	91,660	93,463
75,700	77,427	79,155	80,882	82,610	84,337	86,140	87,944	89,747	91,551	93,354
75,591	77,318	79,046	80,773	82,501	84,228	86,031	87,835	89,638	91,442	93,245
75,482	77,209	78,937	80,664	82,392	84,119	85,922	87,726	89,529	91,333	93,136
75,373	77,100	78,828	80,555	82,283	84,010	85,813	87,617	89,420	91,224	93,027
75,264	76,991	78,719	80,446	82,174	83,901	85,704	87,508	89,311	91,115	92,918
75,155	76,882	78,610	80,337	82,065	83,792	85,595	87,399	89,202	91,006	92,809
75,046	76,773	78,501	80,228	81,956	83,683	85,486	87,290	89,093	90,897	92,700
74,937	76,664	78,392	80,119	81,847	83,574	85,377	87,181	88,984	90,788	92,591
74,828	76,555	78,282	80,010	81,738	83,465	85,268	87,072	88,875	90,679	92,482
74,719	76,446	78,174	79,901	81,629	83,356	85,159	86,963	88,766	90,570	92,373

Digitized by Google

Differenzen für $t_1 = 0,1°$ { 10—20 . . . $0_{,01069}$ 30—40 . . . $0_{,01083}$ / 20—30 . . . $0_{,01076}$ 40—50 . . . $0_{,01090}$

T=	710	720	730	740	750	760	770	780	790	800
t_1-10	98,573	100,456	102,338	104,221	106,104	108,069	110,034	111 999	113,964	115,930
11	98.466	100,349	102.231	104,114	105,997	107,962	109,927	111.892	113 857	115 823
12	98.359	100.242	102,124	104,007	105.890	107.855	109 820	111,785	113,750	115,716
13	98.252	100.135	102 017	103,900	105,783	107 748	109,713	111,678	113.643	115.609
14	98,145	100,028	101,910	103,793	105.676	107,641	109.606	111,571	113.536	115,502
15	98,039	99,921	101,804	103,686	105.569	107,534	109,499	111,465	113.430	115,395
16	97.932	99,814	101.697	103.579	105.462	107,427	109,392	111,358	113 323	115,288
17	97,825	99,708	101,590	103.472	105,356	107.320	109,285	111.251	113 216	115.181
18	97.718	99,601	101,483	103 365	105.249	107,213	109 178	111,144	113 109	115.074
19	97.611	99,499	101,376	103,258	105,142	107,106	109.071	111,037	113.002	114.968
20	97,504	99.387	101.269	103,152	105,035	107,000	108,965	110,930	112,895	114.861
21	97.397	99,279	101,161	103,044	104,927	106.892	108 857	110 822	112,788	114.753
22	97.289	99.171	101.054	102,936	104,820	106,785	108,749	110.715	112.680	114.646
23	97,182	99,064	100,946	102,829	104,712	106.677	108,642	110.607	112 573	114.538
24	97.074	98.956	100,839	102,723	104,605	106.570	108,534	110,500	112,465	114,430
25	96,967	98.849	100.731	102,614	104 497	106,462	108,427	110,392	112.358	114.323
26	96.859	98,741	100.624	102.506	104 389	106.354	108,319	110,285	112,250	114.215
27	96,752	98,633	100,516	102,399	104.282	106.247	108.212	110 177	112.143	114.108
28	96,644	98,526	100,409	102,291	104 174	106,139	108 114	110 070	112.035	114.000
29	96.536	98,418	100.301	102,184	104.067	106 032	107,997	109 962	111,928	113.893
30	96.429	98,311	100.194	102.076	103,959	105,924	107,889	109,855	111.820	113,785
31	96,320	98,202	100,085	101,968	103.851	105,816	107,781	109,746	111,712	113.677
32	96,212	98.094	99.977	101,859	103 742	105.704	107.672	109.638	111,603	113 568
33	96.104	97.986	99 869	101,751	103 634	105 599	107.564	109.530	111,495	113 460
34	95,995	97 878	99,761	101,643	103.526	105,491	107,456	109.421	111,387	113.352
35	95.887	97,769	99 652	101,535	103,418	105,383	107.348	109 313	111.279	113,244
36	95,779	97,661	99.544	101,426	103,309	105 274	107.239	109,204	111,179	113.135
37	95,670	97.553	99,436	101.318	103,201	105.166	107,131	109,096	111.062	113.027
38	95 562	97.445	99.328	101.209	103,093	105 058	107.023	108 988	110.954	112,919
39	95,454	97,336	99,219	101,101	102.985	104.949	106,914	108 880	110.845	112.811
40	95.340	97,228	99,111	100,993	102,876	104,841	106 806	108,772	110,737	112 702
41	95,237	97,119	99.002	100 884	102.767	104,732	106.697	108.663	110,628	112,593
42	95,128	97,010	98 898	100 775	102.658	104.623	106,588	108,554	110.518	112.484
43	95.019	96.901	98,784	100.666	102.549	104.514	106 479	108.445	110.410	112.375
44	94.910	96,792	98 675	100.557	102.440	104 405	106.370	108 336	110.301	112 266
45	94 801	96 683	98.566	100 448	102.331	104 296	106.261	108 227	110 192	112.157
46	94 692	96.574	98.457	100.339	102 222	104.187	106.452	108.118	110 083	112,048
47	94 583	96.465	98,348	100.230	102 113	104.078	106.043	108.009	109.974	111.939
48	94,474	96,356	98,239	100.121	102 004	103.969	105.934	107 900	109,865	111.830
49	94,365	96,247	98,130	100.012	101.895	103.853	105.825	107.791	109,756	111,721
50	94,256	96.138	98,021	99,903	101,786	103,751	105,716	107,682	109 647	111,612

Digitized by Google

Differenzen für $T = 1^0$ { 700—750 . . . $0_{,18826}$ 800—850 . . . $0_{,8061}$ / 750—800 . . . $0_{,19652}$ 850—900 . . . $0_{,2140}$

810	820	830	840	850	860	870	880	890	900
117,981	120,032	122,083	124,134	126,185	128,325	130,465	132,605	134,745	136,886
117,874	119,925	121,976	124,027	126,078	128,218	130,358	132,498	134,638	136,779
117,767	119,818	121,869	123,920	125,971	128,111	130,251	132,391	134,531	136,672
117,660	119,711	121,762	123,813	125,864	128,004	130,144	132,284	134,424	136,565
117,553	119,604	121,655	123,706	125,757	127,897	130,037	132,177	134,317	136,458
117,445	119,497	121,549	123,599	125,650	127,790	129,930	132,071	134,211	136,351
117,338	119,390	121,442	123,492	125,543	127,683	129,823	131,904	134,104	136,245
117,232	119,283	121,335	123,385	125,437	127,576	129,716	131,857	133,997	136,138
117,125	119,176	121,228	123,278	125,330	127,469	129,609	131,750	133,890	136,031
117,018	119,069	121,121	123,171	125,223	127,362	129,502	131,643	133,783	135,924
116,912	118,963	121,014	123,065	125,116	127,256	129,396	131,536	133,676	135,817
116,804	118,855	120,906	122,957	125,018	127,148	129,288	131,428	133,568	135,709
116,696	118,747	120,798	122,849	124,901	127,040	129,180	131,321	133,461	135,602
116,589	118,640	120,691	122,742	124,793	126,933	129,073	131,213	133,353	135,494
116,481	118,532	120,583	122,634	124,686	126,825	128,965	131,106	133,246	135,387
116,374	118,425	120,476	122,527	124,578	126,718	128,856	130,998	133,318	135,279
116,266	118,317	120,368	122,419	124,470	126,610	128,750	130,890	133,030	135,171
116,158	118,209	120,260	122,311	124,363	126,502	128,642	130,783	132,923	135,064
116,051	118,102	120,153	122,204	124,255	126,395	128,535	130,675	132,815	134,956
115,943	117,994	120,045	122,096	124,148	126,287	128,427	130,568	132,708	134,849
115,836	117,887	119,938	121,989	124,040	126,180	128,320	130,460	132,600	134,741
115,727	117,778	119,829	121,880	123,932	126,071	128,211	130,352	132,492	134,633
115,619	117,670	119,721	121,772	123,823	125,963	128,103	130,244	132,384	134,525
115,511	117,562	119,613	121,664	123,715	125,855	127,995	130,135	132,275	134,416
115,403	117,454	119,505	121,556	123,607	125,747	127,887	130,027	132,167	134,308
115,294	117,345	119,397	121,447	123,499	125,638	127,778	129,919	132,059	134,200
115,186	117,237	119,288	121,339	123,390	125,530	127,670	129,811	131,951	134,091
115,078	117,129	119,180	121,231	123,282	125,422	127,562	129,702	131,842	133,983
114,970	117,021	119,072	121,123	123,174	125,314	127,454	129,594	131,734	133,875
114,861	116,912	118,964	121,014	123,065	125,205	127,345	129,486	131,626	133,767
114,753	116,804	118,856	120,906	122,957	125,097	127,237	129,378	131,518	133,658
114,644	116,695	118,746	120,797	122,848	124,988	127,128	129,269	131,409	133,549
114,535	116,586	118,637	120,688	122,739	124,879	127,019	129,160	131,300	133,440
114,426	116,477	118,528	120,579	122,630	124,770	126,910	129,051	131,191	133,331
114,317	116,368	118,419	120,470	122,521	124,661	126,801	128,942	131,082	133,222
114,208	116,259	118,310	120,361	122,412	124,552	126,692	128,833	130,973	133,113
114,099	116,150	118,201	120,252	122,303	124,443	126,583	128,724	130,864	133,004
113,990	116,041	118,092	120,143	122,194	124,334	126,474	128,615	130,755	132,895
113,881	115,932	117,983	120,034	122,085	124,255	126,365	128,506	130,646	132,786
113,772	115,823	117,874	119,925	121,976	124,116	126,256	128,397	130,537	132,677
113,663	115,714	117,765	119,816	121,867	124,007	126,147	128,288	130,428	132,568

Digitized by Google

Differenzen für $t_1 = 0,1°$ { 10—20 . . . $0,01069$ 30—40 . . . $0,01083$ / 20—30 . . . $0,01076$ 40—50 . . . $0,01090$.

T =	910	920	930	940	950	960	970	980	990	1000
t_1=10	139,118	141,351	143,584	145,817	148,050	150,378	152,707	155,035	157,364	159,693
11	139,011	141,244	143,477	145,710	147,943	150,271	152,600	154,928	157,257	159,586
12	138,904	141,137	143,370	145,603	147,836	150,164	152,493	154,821	157,150	159,479
13	138,797	141,030	143,263	145,496	147,729	150,057	152,386	154,714	157,043	159,372
14	138,690	140,923	143,156	145,389	147,622	149,950	152,279	154,607	156,936	159,265
15	138,584	140,817	143,048	145,282	147,515	149,844	152,172	154,501	156,829	159,158
16	138,477	140,710	142,942	145,175	147,408	149,737	152,065	154,394	156,722	159,051
17	138,370	140,603	142,835	145,068	147,301	149,630	151,958	154,287	156,615	158,944
18	138,263	140,496	142,728	144,961	147,195	149,523	151,851	154,180	156,508	158,837
19	138,156	140,389	142,621	144,854	147,088	149,416	151,744	154,073	156,401	158,730
20	138,049	140,282	142,515	144,748	146,981	149,309	151,638	153,966	156,295	158,624
21	137,941	140,174	142,407	144,640	146,873	149,201	151,530	153,858	156,187	158,516
22	137,834	140,067	142,299	144,532	146,766	149,094	151,422	153,751	156,079	158,408
23	137,726	139,959	142,192	144,425	146,658	148,986	151,315	153,643	155,972	158,301
24	137,619	139,852	142,084	144,317	146,550	148,879	151,207	153,536	155,864	158,193
25	137,511	139,744	141,977	144,210	146,443	148,771	151,100	153,428	155,757	158,086
26	137,403	139,636	141,869	144,102	146,335	148,663	150,992	153,320	155,649	157,978
27	137,296	139,529	141,761	143,994	146,228	148,556	150,884	153,213	155,541	157,870
28	137,188	139,421	141,654	143,887	146,120	148,448	150,777	153,105	155,434	157,762
29	137,081	139,314	141,546	143,779	146,012	148,341	150,669	152,998	155,326	157,655
30	136,973	139,206	141,439	143,672	145,905	148,233	150,562	152,890	155,219	157,547
31	136,865	139,098	141,329	143,563	145,797	148,125	150,453	152,782	155,110	157,439
32	136,757	138,990	141,222	143,455	145,688	148,017	150,345	152,674	155,002	157,331
33	136,648	138,881	141,113	143,346	145,580	147,908	150,237	152,565	154,894	157,223
34	136,540	138,773	141,005	143,238	145,472	147,800	150,129	152,457	154,786	157,115
35	136,432	138,665	140,897	143,130	145,363	147,692	150,020	152,349	154,677	157,006
36	136,324	138,557	140,789	143,022	145,255	147,584	149,912	152,241	154,569	156,898
37	136,215	138,448	140,680	142,913	145,147	147,475	149,804	152,132	154,461	156,790
38	136,107	138,340	140,572	142,805	145,039	147,367	149,696	152,024	154,353	156,681
39	135,999	138,232	140,464	142,697	144,930	147,259	149,587	151,916	154,244	156,573
40	135,891	138,124	140,356	142,589	144,822	147,151	149,479	151,808	154,136	156,465
41	135,781	138,015	140,247	142,480	144,713	147,042	149,370	151,699	154,027	156,356
42	135,673	137,906	140,138	142,371	144,604	146,933	149,261	151,590	153,918	156,247
43	135,564	137,797	140,029	142,262	144,495	146,824	149,152	151,481	153,809	156,138
44	135,455	137,688	139,920	142,153	144,386	146,715	149,043	151,372	153,700	156,029
45	135,346	137,579	139,811	142,044	144,277	146,606	148,934	151,263	153,591	155,920
46	135,237	137,470	139,702	141,935	144,168	146,497	148,825	151,154	153,482	155,811
47	135,128	137,361	139,593	141,826	144,059	146,388	148,716	151,045	153,373	155,702
48	135,019	137,252	139,484	141,717	143,950	146,279	148,607	150,936	153,264	155,593
49	134,910	137,143	139,375	141,607	143,841	146,170	148,498	150,827	153,155	155,484
50	134,801	137,034	139,267	141,499	143,732	146,061	148,389	150,718	153,046	155,375

Digitized by Google

Differenzen für $T = 1°$ { 900— 950 . . . $0_{,22328}$ 1000—1050 . . . $0_{,24277}$ 950—1000 . . . $0_{,23286}$ 1050—1100 . . . $0_{,25303}$

1010	1020	1030	1040	1050	1060	1070	1080	1090	1100
162,120	164,548	166,976	169,403	171,831	174,361	176,892	179,422	181,952	184,483
162,013	164,441	166,869	169,296	171,724	174,254	176,785	179,315	181,845	184,376
161,906	164,334	166,762	169,189	171,617	174,147	176,678	179,208	181,738	184,269
161,799	164,277	166,655	169,082	171,511	174,040	176,571	179,101	181,631	184,162
161,692	164,120	166,548	168,975	171,404	173,933	176,464	178,994	181,524	184,055
161,586	164,013	166,441	168,869	171,297	173,827	176,358	178,887	181,418	183,948
161,479	163,906	166,334	168,762	171,190	173,720	176,251	178,780	181,311	183,841
161,372	163,799	166,227	168,655	171,083	173,613	176,144	178,673	181,204	183,734
161,265	163,692	166,120	168,548	170,976	173,506	176,037	178,566	181,097	183,627
161,158	163,585	166,013	168,441	170,869	173,399	175,930	178,459	180,990	183,520
161,051	163,479	165,907	168,334	170,762	173,292	175,823	178,353	180,883	183,414
160,943	163,371	165,799	168,226	170,655	173,184	175,715	178,245	180,775	183,306
160,836	163,263	165,691	168,119	170,547	173,077	175,607	178,137	180,668	183,198
160,728	163,156	165,584	168,011	170,440	172,969	175,500	178,030	180,560	183,091
160,621	163,048	165,476	167,904	170,332	172,862	175,392	177,922	180,453	182,983
160,513	162,941	165,369	167,796	170,224	172,754	175,285	177,815	180,345	182,876
160,405	162,833	165,261	167,688	170,117	172,646	175,177	177,707	180,237	182,768
160,298	162,725	165,153	167,581	170,009	172,539	175,070	177,599	180,130	182,660
160,190	162,618	165,046	167,473	169,902	172,431	174,962	177,492	180,012	182,553
160,083	162,510	164,938	167,366	169,794	172,324	174,854	177,384	179,915	182,445
159,975	162,403	164,831	167,258	169,686	172,216	174,747	177,277	179,807	182,338
159,867	162,294	164,722	167,150	169,578	172,108	174,638	177,168	179,699	182,299
159,759	162,186	164,614	167,042	169,470	171,999	174,530	177,060	179,591	182,121
159,650	162,078	164,506	166,933	169,362	171,891	174,422	176,952	179,482	182,013
159,542	161,970	164,398	166,825	169,253	171,783	174,314	176,844	179,374	181,905
159,434	161,861	164,289	166,717	169,145	171,675	174,205	176,735	179,266	181,796
159,326	161,753	164,181	166,609	169,037	171,567	174,097	176,627	179,158	181,688
159,217	161,644	164,078	166,500	168,928	171,458	173,989	176,519	179,049	181,580
159,109	161,536	163,965	166,392	168,820	171,350	173,881	176,411	178,941	181,471
158,901	161,428	163,856	166,284	168,712	171,242	173,772	176,302	178,833	181,363
158,893	161,320	163,748	166,176	168,604	171,134	173,664	176,194	178,725	181,255
158,784	161,211	163,639	166,067	168,495	171,025	173,555	176,085	178,616	181,146
158,675	161,102	163,531	165,958	168,386	170,916	173,446	175,976	178,507	181,037
158,566	160,993	163,421	165,849	168,277	170,807	173,337	175,867	178,398	180,928
158,457	160,884	163,312	165,740	168,168	170,698	173,228	175,758	178,289	180,819
158,348	160,775	163,203	165,631	168,059	170,588	173,119	175,649	178,180	180,710
158,238	160,666	163,094	165,522	167,950	170,480	173,010	175,540	178,071	180,601
158,130	160,557	162,985	165,413	167,841	170,371	172,901	175,431	177,962	180,492
158,021	160,448	162,876	165,304	167,732	170,262	172,792	175,322	177,853	180,383
157,912	160,339	162,767	165,195	167,623	170,153	172,683	175,213	177,744	180,274
157,803	160,230	162,658	165,086	167,514	170,044	172,574	175,104	177,635	180,165

Digitized by Google

Differenzen für $t_{,} = 0,1°$	10—20 . . . 0,01069	30—40 . . . 0,01093	Differenzen für $T = 1°$	1100—1150 . . . 0,[illegible]
	20—30 . . . 0,01076	40—50 . . . 0,01090		1150—1200 . . . 0,[illegible]

T =	1110	1120	1130	1140	1150	1160	1170	1180	1190	1200
$t_{,}$=10	187,119	189,755	192,391	195,027	197,663	200,408	203,153	205,898	208,643	211.[illegible]
11	187,012	189,648	192,284	194,920	197,556	200,301	203,046	205,791	208,536	211,[illegible]
12	186,905	189,541	192,177	194,813	197,449	200,194	202,939	205,684	208,429	211.[illegible]
13	186,798	189,434	192,070	194,706	197,342	200,087	202,832	205,577	208.322	211.[illegible]
14	186,691	189,327	191,963	194,599	197,235	199,980	202,725	205,470	208,215	210.[illegible]
15	186,585	189,220	191,856	194,492	197,128	199,873	202,618	205,364	208,109	210.[illegible]
16	186,478	189,113	191,749	194,385	197,021	199,766	202,511	205,257	208,002	210.[illegible]
17	186,371	189,006	191,642	194,278	196,914	199,659	202,404	205,150	207,895	210.[illegible]
18	186,264	188,899	191,535	194,171	196,807	199,552	202,297	205,043	207,788	210.[illegible]
19	186,157	188,792	191,428	194,064	196,701	199,445	202,190	204,936	207,691	210.[illegible]
20	186,050	188,686	191,322	193,958	196,594	199,339	202,084	204,829	207,574	210.[illegible]
21	185,942	188,578	191,214	193,850	196,486	199,231	201,976	204,721	207,466	210.[illegible]
22	185,835	188,470	191,106	193,742	196,379	199,123	201,868	204,614	207,359	210.[illegible]
23	185,727	188,363	190,999	193,635	196,271	199,016	201,761	204,506	207,251	209.[illegible]
24	185,619	188,255	190,891	193,527	196,163	198,908	201,653	204,399	207,144	209.[illegible]
25	185,512	188,148	190,784	193,420	196,056	198,801	201,546	204,291	207,036	209.[illegible]
26	185,404	188,040	190,676	193,312	195,948	198,693	201,438	204,183	206,928	209.[illegible]
27	185,296	187,932	190,568	193,204	195,841	198,585	201,330	204,076	206,821	209.[illegible]
28	185,189	187,825	190,461	193,097	195,733	198,478	201,223	203,968	206,713	209.[illegible]
29	185,081	187,717	190,353	192,989	195,625	198,370	201,115	203,861	206,606	209.[illegible]
30	184,974	187,610	190,246	192,882	195,518	198,263	201,008	203,753	206,498	209.[illegible]
31	184,865	187,501	190,137	192,773	195,410	198,154	200,899	203,645	206,390	209.[illegible]
32	184,757	187,393	190,029	192,665	195,301	198,046	200,791	203,537	206,282	209.[illegible]
33	184,649	187,285	189,921	192,557	195,193	197,938	200,683	203,428	206,173	208.[illegible]
34	184,541	187,177	189,813	192,449	195.085	197,830	200,575	203,320	206.065	208.[illegible]
35	184,432	187,068	189,704	192,340	194,976	197,721	200,466	203,212	205,957	208.[illegible]
36	184,324	186,960	189,596	192,232	194,868	197,613	200,358	203,104	205,849	208.[illegible]
37	184,216	186,582	189,488	192,124	194,760	197,505	200,250	202,996	205,740	208,[illegible]
38	184,108	186,744	189,380	192.016	194.651	197,397	200,142	202,887	205,632	208.[illegible]
39	183,999	186,653	189,271	191,907	194,543	197,288	200,033	202,779	205,524	208,[illegible]
40	183,891	186,527	189,163	191,799	194,435	197,180	199,925	202,671	205,416	208.[illegible]
41	183,782	186,418	189,054	191,690	194,326	197,071	199,816	202,562	205,307	208.[illegible]
42	183,673	186,309	188,945	191,581	194,217	196,962	199,707	202,453	205,198	207.[illegible]
43	183,564	186,200	188,836	191,472	194,108	196,853	199,598	202,344	205,089	207.[illegible]
44	183,455	186,091	188,727	191,363	193,999	196,744	199,489	202,235	204,980	207.[illegible]
45	183.346	185,982	188,618	191,254	193,890	196,635	199,380	202,126	204,871	207.[illegible]
46	183,237	185,873	188,509	191,145	193,781	196,526	199,271	202,017	204,762	207.[illegible]
47	183,123	185,764	188,400	191,036	193,672	196,417	199,162	201,908	204,653	207,[illegible]
48	183,019	185,655	188,291	190,927	193,563	196,308	199,053	201,799	204,544	207.[illegible]
49	182,910	185,546	188,182	190,818	193,454	196,199	198,944	201,690	204,435	207,[illegible]
50	182,801	185,437	188,073	190,709	193,345	196,090	198,835	201,581	204,326	207,071

Digitized by Google

Ergebnisse magnetischer Beobachtungen, ausgeführt in Russland im Sommer 1874.

Von

Smirnow in Kasan.

(Aus dem Russischen übersetzt von K. Belleville, k. b. Premierlieutenant.)

I. Inclination.

Im Jahre 1871 willigte ich auf den für mich schmeichelhaften Antrag des Professors M. A. Kowalski ein, im Laufe von 2 oder 3 Jahren Reisen in das östliche Russland behufs magnetischer Beobachtungen zu machen. Bis zum Beginn der Arbeiten schien es mir, dass man in drei Jahren viele Orte bestimmen könne und dass man jedenfalls für die genaue Darstellung der Vertheilung des Magnetismus nicht allein in dem einen Winkel Russlands, dessen östlichem Theile, sondern im ganzen europäischen Russland genügend sammeln könne. In den 3 Jahren wurde ich jedoch gewahr, dass die Aufgabe, welche mir im Anfange leicht und anziehend schien, bei der Ausführung sich völlig in einem andern, gar nicht anziehenden Lichte zeigte. —

Ich verschweige die personellen Unannehmlichkeiten, ich halte aber nicht für Recht, das zu verhehlen, was auf den Gang der Arbeiten Einfluss hat.

Eine Menge von Abweichungen, nicht allein in den Uralbergen, welche reich an Magneteisenstein sind, sondern auch in der Ebene, wie im Gouvernement Wjatka und den Samarischen Steppen, veranlassten mich dazu, an Orten Beobachtungen zu machen, welche nicht mehr als 10 Werste von einander entfernt waren. In einigen Gegenden wird es, wie erklärlich, schwierig sein, sich einen Begriff von der Vertheilung des Magnetismus auch bei dieser Menge bestimmter Orte zu machen. Wie z. B. soll man die magnetischen Linien im Gouvernement Wjatka und auf den Samarischen Steppen legen. Obgleich im Gouvernement

Digitized by Google

Wjatka 17 Orte bestimmt sind, so zeigen doch die magnetischen Elemente in Jelabuga, Pjany Bor, Sura, Sarapul, Glasow und Morosowk, dass hier die ganze Kraft des Erdmagnetismus sich gegen Norden verringert.

Die östliche Declination ist in Orenburg = 6°,7, in Busuluk = 6°,7, Samara = 9°,8. Auf Grund dieser Zahlen sollte man glauben, dass diese 3 Puncte auf einer isogonischen Linie liegen.

Zu diesem Schlusse kommt Oberst A. A. Tillo durch seine Berechnungen; allein zwischen Samara und Busuluk sind Orte, in welchen die östliche Declination bedeutend geringer ist als 6°,7. In Pawlowk Declin. = 5°,3. Beachtet man noch, dass in Kasan die Declin. = 6°,2, in Simbirsk 4°,8, so zeigt es sich, dass diese Orte zusammengenommen zum Legen der isogonischen Linien in den Samarischen Steppen nicht genügen. Die gefundenen Abweichungen lassen die Genauigkeit der Beobachtungen sehr bezweifeln; um den Zweifeln zu entgehen, scheint es mir gut, bisweilen an den früheren Beobachtungsort oder an einen diesem naheliegenden zurückzukehren, oder gleich ganz entgegengesetzt die Beobachtungen an Orten zu machen, welche von jenen, die zu Zweifeln führten, weit entfernt sind, aber annähernd auf ein und demselben Parallelkreis liegen. Letzteres Mittel schien mir immer das beste, weil auf diesem Wege und ohne Zweifel nur auf diesem allein entschieden werden kann, welche Grössen der magnetischen Elemente als die normalen anzunehmen sind. — Aber durch dieses Mittel entscheiden, heisst: „den Rayon seiner Untersuchungen auf ganz Russland ausdehnen und sich fernerhin nur auf eine kurze Mittheilung der Resultate von Theilen der Beobachtungen bis zum Schluss aller Arbeiten beschränken "

Dank der Mitwirkung des Kasaner Universitätsconseils, der Kasaner Gesellschaft von Naturforschern, der Moskauer Gesellschaft von Freunden der Naturwissenschaft, der Anthropologie und Etnographie und der Gesellschaften der Naturforscher an der Universität in Neurussland und der des St. Wladimir entschloss ich mich, im Jahre 1874 eine neue Serie von Reisen in Russland zu magnetischen Beobachtungen zu unternehmen. Im Sommer 1874 gelang es mir, Beobachtungen zur Bestimmung der Declination und Inclination der Magnetnadel und der Horizontalkraft des Erdmagnetismus an 42 Orten zu machen. Zu den Beobachtungen im Jahre 1874 benützte ich dieselben Instrumente wie in den früheren Jahren.

Digitized by Google

1) Kasan. Neben dem Gemüsegarten der Kreschtschenо-Tatarskoi-Schule.

15. Mai	von 1,0	bis 3,0	U. ab.	Inclination	= 68° 36′,46	Nadel Nr.	17,
— —	—	—			= 32,90	„ „	16,
16. —	2,5	bis 4,7	„ ab.	—	= 35,29	„ „	17,
— —	—	—			= 33,74	„ „	16,
				Mittel	= 68° 34′,55.		

2) Tscheboksary. Vor der Stadt an der Poststrasse nach N.-Nowgorod, gegenüber dem Montur-Depot.

3. Juni	von 10,4 m.	bis 0,6	U. ab.	Incl.	= 69° 3′,99	Nadel Nr.	17,
4. —	10,0 m.	„ 0,2		—	= 4,33	„ „	17,
— —	—	—		—	= 1,64	„ „	16.
				Mittel	= 69° 2′,90.		

Die aus Beobachtung der Magnetnadel Nr. 16 erhaltene Angabe verdoppelnd erhalten wir als

3) Wassil-Sursk. Auf der Höhe; in dem ersten Garten beim Ausgang aus der Stadt nach Kasan, nicht weit von den Kasernen.

7. Juni	von 7,3	bis 9,5	U. m.	Incl.	= 68° 55′,14	Nadel Nr.	17,
— —	—	—			= 48,64	„ „	16,
— —	4,1	bis 5,6		—	= 54,26	„ „	17,
— —	—	—			= 51,51	„ „	16,
				Mittel	= 68° 52′,39.		

4) Nischnij-Nowgorod. Neben dem Frauenkloster; 500 Saschehn in senkrechter Richtung von den Thoren des Klosters.

10. Juni	von 10,2 m.	bis 0,3	ab.	Incl.	= 68° 37′,97	Nadel Nr.	17,
— —	—	—			= 37,25	„ „	16,
11. —	10,0 m.	bis 0,0		—	= 36,20	„ „	17,
— —	—	—			= 35,51	„ „	16,
				Mittel	= 68° 36′,73.		

5) Arsamas. Im Gemüsegarten des Frauenklosters, welcher nach der Golodajewska-Strasse zu liegt.

14. Juni	von 10,5 m.	bis 0,6	ab.	Incl.	= 67° 43′,65	Nadel Nr.	17,
— —	—	—			= 40,42	„ „	16,
15. —	10,0 m.	bis 0,0		—	= 43,18	„ „	17,
— —	—	—			= 42,75	„ „	16,
				Mittel	= 67° 42′,50.		

6) Murom. Auf dem Felde; am Ende der Nikola-Moschaiski-Strasse; unweit vom Jahrmarkt.

16. Juni	von 7,0	bis 8,0	ab.	Incl.	= 67° 46′,80	Nadel Nr.	17,
17. —	4,5	bis 5,4		—	= 46,65	„ „	17,
— —	—	—			= 44,39	„ „	16.
				Mittel	= 67° 45′,56.		

Die aus den Beobachtungen der Nadel 16 erhaltenen Angaben verdoppelnd, haben wir das

Digitized by Google

7) Wantschino bei Jelatma. Auf der Höhe, nahe dem Dorfausgang.

18. Juni	von	6,9	bis	8,9	ab.	Incl. =	67° 32′,90	Nadel Nr. 17,
— —		—		—		=	30,00	„ „ 16,
19. —		0,9	bis	2,8	ab.	— =	32,42	„ „ 17,
— —		—		—		=	30,00	„ „ 16,
						Mittel =	67° 31′,18.	

8) Schilowo. Am Ufer der Oka, gegenüber der Kirche.

21. Juni	von	11,8	bis	1,8	ab.	Incl. =	66° 50′,62	Nadel Nr. 17,
— —		—		—		=	48,55	„ „ 16,
						Mittel =	66° 49′,58.	

9) Rjasan. Auf der Wiese 100 Saschehn vom Dampfboothafen.

22. Juni	von	10,8 m.	bis	0,8	ab.	Incl. =	67° 8′,11	Nadel Nr. 17,
— —		—		—		=	7,88	„ „ 16,
23. —		5,3 m.	bis	7,3 m.		— =	7,37	„ „ 17,
— —		—		—		=	5,74	„ „ 16,
						Mittel =	67° 7′,28.	

10) Staraja Kolomna. An der Chaussee, beim Beginn der Nebenstrasse in das Dorf.

24. Juni	von	7,3 m.	bis	9,4 m.		Incl. =	67° 23′,75	Nadel Nr. 17,
— —		—		—		=	20,17	„ „ 16,
25. —		7,4 m.	bis	9,3 m.		— =	23,00	„ „ 17,
— —		—		—		=	20,76	„ „ 16,
						Mittel =	67° 21′,92	

11) Perowo. Erste Haltestelle von Moskau nach Kasan. Beobachtungspunkt neben der Strasse nach Moskau hinter dem Viehhof.

25. Juni	von	5,4	bis	8,0	ab.	Incl. =	67° 32′,14	Nadel Nr. 17,
— —		—		—		=	30,58	„ „ 16,
26. —		8,4	bis	10,4	m.	— =	33,21	„ „ 17,
— —		—		—		=	31,66	„ „ 16,
						Mittel	67° 31′,90.	

Im Jahre 1826 erhielt		Erman	= 68° 58,3
— 1829	—	Humboldt	= 66° 56,7
— 1867	—	Fritsche	= 68° 27,9
— 1869	—	Wild	= 68° 39,0

Erman machte seine Beobachtungen in Moskau, in Sokolniki, Fritsche und Wild im Garten des astronomischen Observatoriums der Universität. Betrachten wir die in Moskau gemachten Beobachtungen, so bemerken wir nur in den Beobachtungen von Erman und Hum-

Digitized by Google

boldt Uebereinstimmung. Wild und Fritsche machten ihre Beobachtungen an einem und demselben Ort, die Verschiedenheit in ihren Bestimmungen = 11′ kann aber nicht durch die jährlichen Veränderungen erklärt werden, weil der Zwischenraum der Zeit zwischen ihren Beobachtungen weniger als 2 Jahre ist. — Von allen Inclinationsbestimmungen für Moskau sind die meinigen die niedrigsten. Ich bemerkte dies noch in Moskau; allein ich blieb nicht dabei stehen, Beobachtungen an anderen Orten um Moskau zu machen, sondern zog vor, mich weiter gegen Norden von Moskau weg zu begeben. Wenn ich die Moskauer Beobachtungen, alte und neue, mit den von mir in Rjasan (67° 7′,3), Staraja Kolomna (67° 21′,9), Sernuchow (67° 24′,1), Sergijewsk (68° 21′,1), Rjasanzewo (68° 38′,6), Jaroslawl (69° 16′,6), Twer (68° 22′,8) und Klin (68° 34′,6) gemachten vergleiche, so kann ich weder den von Erman und Humboldt, noch den von Fritsche und Wild gemachten Beobachtungen grosse Bedeutung beilegen. Allein in Hinsicht des Widerspruches in dem Resultate meiner Beobachtungen mit den Beobachtungen von Fritsche und Wild, halte ich auch meine Bestimmung noch nicht für endgiltig.

12) Sergijewsk. Auf dem Felde hinter der Meierei, im Süden des Klosters.

29. Juni	von	4,7	bis	6,8	ab.	Incl. =	68° 22′,52	Nadel Nr. 17,
— —		—		—		=	20,31	„ „ 16,
30. —		1,7	bis	3,6	—	=	22,17	„ „ 17,
— —		—		—		=	19,25	„ „ 16,
					Mittel	=	68° 21′,06.	

13) Rjasanzewo. Vor dem Ort. Neben der Scheune am Wege zu dem Bahnhof.

1. Juli	von	2,0	bis	3,9	ab.	Incl. =	68° 38′,32	Nadel Nr. 17,
— —		—		—		=	38,89	„ „ 16,
					Mittel	=	68° 38′,60.	

14) Jaroslawl. Vor der Stadt. Neben dem Moskauer Schlagbaum, auf dem Wall. —

2. Juli	von	11,9	bis	1,2	ab.	Incl. =	69° 18′,23	Nadel Nr. 17,
— —		—		—		=	16,46	„ „ 16,
3. —		2,2	bis	4,1	—	=	16,86	„ „ 17,
— —		—		—		=	14,95	„ „ 16,
					Mittel	=	69° 16′,63.	

Digitized by Google

15) Proschino, Dorf neben der Station Wolg an der Rybinsko-Bologowski-Eisenbahn.

4. Juli	von	1,2	bis	3,2 ab.	Incl. =	69° 33,76	Nadel Nr.	17,
— —		—		—	=	30,78	„ „	16,
5. —		5,7	bis	8,0 ab.	— =	33,66	„ „	17,
— —		—		—	=	30,92	„ „	16,
					Mittel =	69° 32′,28.		

16) Bjeschezk. Auf der Mitte der geraden Linie von dem Kirchhof zum Frauenkloster.

5. Juli	von	4,8	bis	7,0 ab.	Incl. =	69° 32′,40	Nadel Nr.	17,
— —		—		—	=	32,17	„ „	16,
6. —		4,6	bis	6,6	— =	31,88	„ „	17,
— —		—		—	=	31,22	„ „	16,
					Mittel =	69° 31′,92.		

17) Wyschnij-Wolotschok. Neben dem Kirchhof.

7. Juli	von	7,0	bis	9,0 m.	Incl. =	69° 35′,21	Nadel Nr.	17,
— —		—		—	=	34,10	„ „	16,
8. —		9,3	bis	11,2 m.	— =	35,57	„ „	17,
— —		—		—	=	34,42	„ „	16,
					Mittel =	69° 34′,82.		

Am 16. Juli 1828 erhielt Hansteen = 69°51′,6.

Folglich verringerte sich die Inclination in 46 Jahren um 16′,8.

18) Twer. Zwischen dem Bahnhof der Eisenbahn und der Stadt, im Osten der Chaussee nach dem unbebauten Orte Bobrow.

9. Juli	von	6,5	bis	8,6 m.	Incl. =	68° 23′,85	Nadel Nr.	17,
— —		—		—	=	22,30	„ „	16,
— —		1,1	bis	3,0 ab.	— =	23,75	„ „	17,
— —		—		—	=	21,46	„ „	16,
					Mittel =	68° 22′,84.		

Am 18. Juli 1828 erhielt Hansteen = 68° 31′,5.

Folglich verminderte sich die Inclination in 46 Jahren um 8′,7.

19) Klin. Ausserhalb der Stadt, neben dem Garten, welcher an der zum Bahnhof der Eisenbahn und nördlich vom Kirchhof ziehenden Strasse liegt. Der Bahnhof ist im Westen des Beobachtungspunctes.

10. Juli	von	8,3	bis	10,4 m.	Incl. =	68° 36′,30	Nadel Nr.	17,
— —		—		—	=	34,72	„ „	16,
— —		3,4	bis	5,3 ab.	— =	34,99	„ „	17,
— —		—		—	=	32,18	„ „	16,
					Mittel =	68° 34′,55.		

Digitized by Google

20) Serpuchow. Unweit von dem Bahnhof der Eisenbahn, neben dem Walde an der Strasse in die Stadt.

12. Juli von 7,8 bis 10,0 m. Incl. = 67° 22′,92 Nadel Nr. 17,
— — — — = 22,25 „ „ 16,
13. — 1,2 bis 3,0 ab. — = 26,31 „ „ 17,
— — — — = 27,06 „ „ 16,
Mittel = 67° 24′,63.

In der Zeit meines Aufenthalts in Serpuchow war das Wetter beständig trübe und feucht.

21) Tula. Nahe den Militär-Getreidemagazinen.

14. Juli von 3,2 bis 6,3 ab. Incl. = 67° 14′,80 Nadel Nr. 17,
— — — — = 14,99 „ „ 16,
15. — 7,3 bis 9,4 m. — = 12,66 „ „ 17,
— — — — = 12,89 „ „ 16,
— — 3,8 bis 5,0 ab. = 15,40 „ „ 17,
Mittel = 67° 14′,40.

22) Tschern. Neben der Chaussee auf 9 Werste von der Stadt Tschern auf dem Wege nach Charkow.

17. Juli von 10,0 bis 1,8 Incl. = 66° 15′,80 Nadel Nr. 17,
— — — — = 16,59 „ „ — Azim. = + 30°,
— — — — = 15,38 „ „ — — = — 30,
— — — — = 13,03 „ „ 16, — = — 0°,
— — — — = 15,68 „ „ —, — = + 30,
— — — — = 12,32 „ „ — — = — 30°
Mittel = 66° 14′,80.

23) Smjeewka. Von Smjeewka, der Eisenbahnstation, führt ein Weg für Fussgänger in das Dorf Piroschkow. Der Beobachtungsort ist nahe der Scheune an diesem Wege.

18. Juli von 1,4 bis 3,5 ab. Incl. = 65° 48′,36 Nadel Nr. 17,
— — — — = 46,18 „ „ 16,
19. — 7,7 bis 9,5 m. — = 48,31 „ „ 17,
— — — — = 45,55 „ „ 16,
Mittel = 65° 47′,10.

24) Jamskaja Sloboda bei Kursk. Im Innern der Vorstadt, am Wege.

20. Juli von 1,4 bis 3,5 ab. Incl. = 64° 39′,13 Nadel Nr. 17,
— — — — = 39,73 „ „ 16,
Mittel = 64° 39′,43.

25) Krjukowskaja Station.

22. Juli von 7,7 bis 9,7 m. Incl. = 59° 53′,81 Nadel Nr. 17,
— — — — = 52,65 „ „ 16,
Mittel = 59° 53′,21.

Digitized by Google

Da diese Zahl sehr klein ist für die Breite des Beobachtungsortes, machte ich noch unvollständige Beobachtungen an vier verschiedenen Stellen, welche verschieden gegen den Bahnhof der Eisenbahn gelegen waren. Die Ergebnisse dieser Beobachtungen sind folgende:

1) 60° 14,5 3) 59° 45,0
2) 60° 32,6 4) 60° 59,4

Indem ich für solche Ergebnisse keine Erklärung fand, beschloss ich, mich nicht weit von diesem Beobachtungsort in Bjelgorod aufzuhalten.

26) Bjelgorod. a) Auf der süd-östlichen Seite der Stadt auf der Höhe neben den Mühlen, welche gegen Osten von der grossen Strasse nach Charkow liegen.

23. Juli von 8,0 bis 10,0 m. Incl. = 61°26′,22 Nadel Nr. 17,
— — — — = 25,95 „ „ 16,
Mittel = 61°26′,08.

b) Am entgegengesetzten Ende der Stadt neben dem Kirchhof.

24. Juli von 9,5 bis 10,6 m. Incl. = 64°41′,31 Nadel Nr. 17.

Der Boden an ersterem Punkte in Bjelgorod und in Krjukowskaja ist sandig. — Statt die Abweichung in Krjukowskaja aufzuklären versetzten mich die in Bjelgorod gemachten Beobachtungsresultate in völlige Unfähigkeit die in Krjukowskaja und Bjelgorod erhaltenen Abweichungen zu erklären.

27) Charkow. a) Im Gemüsegarten des Gasthauses nahe dem deutschen Kirchhof.

26. Juli von 7,3 bis 10,0 m. Incl. = 63°14′,45 Nadel Nr. 17,
— — — — = 12,67 „ „ 16,
Mittel = 63°13′,56.

b) Im Garten des meteorologischen Observatoriums der Universität.

26. Juli von 5,0 bis 7,0 ab. Incl. = 63°13′,35 Nadel Nr. 17,
— — — — = 13,64 „ „ 16,
Mittel = 63°13′,50
Mittel beider Bestimmungen = 63°13′,53.

28) Losowaja Sewastopolskaja. 100 Saschehn hinter dem Krug.

28. Juli von 8,0 bis 10,5 m. Incl. = 62°33′,37 Nadel Nr. 17,
— — — — = 30,50 „ „ 16,
— — 4,0 bis 6,3 ab. — = 32,60 „ „ 17,
— — — — = 30,51 „ „ 16,
Mittel = 62°31′,74.

Digitized by Google

29) **Aleksandrowsk. Auf der Höhe; hinter den Mühlen.**

29. Juli	von	4,2	bis	5,8	ab.	Incl.	= 61° 46′,11	Nadel	Nr. 17,
30.	—	8,0	bis	10,0	m.	—	= 44,83	„	„ 17,
—	—	—		—			= 44,60	„	„ 16,
—	—	4,3	bis	6,0	ab.	—	= 45,51	„	„ 17,
—	—	—		—			= 43,78	„	„ 16,
						Mittel	= 61° 44′,97.		

30) **Kisiarka bei der Station Melitopol. Im Walde.**

1. August	von	8,5	bis	10,6	m.	Incl.	= 60° 47′,25	Nadel	Nr. 17,
—	—	—		—			= 43,13	„	„ 16,
						Mittel	= 60° 45′,19.		

31) **Taganasch. Hinter dem Krug, in der Richtung zum Zarskij Kurgan.**

3. August	von	6,1	bis	8,2	m.	Incl.	= 59° 48′,04	Nadel	Nr. 17,
—	—	—		—			= 45,20	„	„ 16,
—	—	5,7	bis	7,3		—	= 46,49	„	„ 17,
—	—	—		—			= 42,99	„	„ 16,
						Mittel	= 59° 45′,68.		

32) **Simferopol. — Hinter den Kasernen, am Ende der Vorstadt, an der Strasse zum Militär-Kirchhof.**

5. August	von	5,3	bis	7,5	ab.	Incl.	= 59° 8′,17	Nadel	Nr. 17,
—	—	—		—			= 3,12	„	„ 16,
6.	—	8,0	bis	10,0	m.	—	= 7,43	„	„ 17,
—	—	—		—			= 4,24	„	„ 16,
						Mittel	= 59° 5′,74.		

33) **Sewastopol. Am Nordufer der Bucht, im Norden des Werks Nro. 4.**

8. August	von	2,5	bis	4,7	ab.	Incl.	= 58° 55′,54	Nadel	Nr. 17,
—	—	—		—			= 49,55	„	„ 16,
9.	—	3,5	bis	5,3	ab.	—	= 51,55	„	„ 17.
—	—	—		—			= 48,26	„	„ 15,
						Mittel	= 58° 50′,72.		

34) **Jalta.**

a) 12. August	von	9,7	bis	11,8	m.	Incl.	= 58° 32′,60	Nadel	Nr. 17,
—	—	—		—			= 32,68	„	„ 16,
b) —	—	11,8	bis	1,5	ab.	—	= 35,06	„	„ 17,
—	—	—		—			= 33,50	„	„ 16,
c) 14.	—	11,5	bis	1,3	ab.	—	= 35,21	„	„ 17,
—	—	—		—			= 36,63	„	„ 16,
						Mittel	= 58° 34′,31.		

Alle Beobachtungen wurden an dem Hange jener Höhe gemacht, an deren Fusse das Kompagnie-Gasthaus steht. Ort c, an welchem die

Digitized by Google

Beobachtungen zur Bestimmung der Declination und der Intensität gemacht wurden, liegt im oberen Theile des Gartens des Kompagnie- (Kompaneiskaja) Gasthauses.

35) Feodosija. Auf der Höhe zwischen den Mühlen und der Quarantaine-Anstalt, welche neben dem Hafen der russischen Dampfschiff- und Handelsgesellschaft liegt.

16. August	von	11,9	bis	1,9	ab. Incl.	= 58°59′,10	Nadel Nr.	17,
—	—	—	—		=	52,76	„ „	16,
17.	—	9,4	bis	11,2	m. —	= 59,71	„ „	17,
—	—	—	—		=	55,33	„ „	16,
18.	—	3,2	bis	5,0	ab. —	= 55,88	„ „	17,
—	—	—	—		=	52,08	„ „	16,
					Mittel	= 58°55′,81.		

36) Kertsch. Zwischen der Stadt und dem Dorfe Glinischtschi. 30 Saschehn von dem Zarskij Kurgan. (Kaiser-Grabhügel.)

20. August	von	0,4	bis	2,3	ab. Incl.	= 59° 12′,79	Nadel Nr.	17,
—	—	—	—		=	17,48	„ „	16,
—	—	4,0	bis	5,8	ab. —	= 12,78	„ „	17,
—	—	—	—		=	16,20	„ „	16,
21.	—	3,9	bis	5,7	ab. —	= 12,65	„ „	17,
—	—	—	—		=	14,58	„ „	16,
					Mittel	= 59° 14′,41.		

37) Berdjansk. Neben dem Zollkordon, welcher ausser der Stadt am Meeresufer liegt.

25. August	von	9,4	bis	1,7	ab. Incl.	= 60°36′,35	Nadel Nr.	17,	Azim.	=	— 0°
—	—	—	—		=	36,35	„ „	—	—	=	+ 30°
—	—	—	—		=	36,00	„ „	—	—	=	— 30°
—	—	—	—		=	37,03	„ „	—	—	=	+ 60°
—	—	—	—		=	32,62	„ „	—	—	=	— 60°
—	—	—	—		=	35,46	„ „	16,	—	=	— 0°
26.	—	8,9	bis	10,9	m. —	= 34,67	„ „	17,			
—	—	—	—		=	34,40	„ „	16,			
					Mittel	= 60°34′,57.					

38) Taganrog. Neben dem Kirchhof.

28. August	von	2,5	bis	4,2	Incl.	= 61°5′,77	Nadel Nr.	17,
—	—	—	—		=	0,97	„ „	16,
29.	—	3,7	bis	5,7	—	= 6,98	„ „	17,
—	—	—	—		=	3,00	„ „	16,
					Mittel	= 61°4′,03.		

39) Zymljanskaja. Neben der Mündung des Flüsschens Kumschatka führt eine Strasse auf die Höhe. Der Beobachtungspunkt ist rechts von der Strasse neben der Einbiegung auf die Höhe.

Digitized by Google

5. Sept.	von	10,3	bis	0,7	ab. Incl.	=	61°22′,74	Nadel Nr. 17,
—	—	—	—			=	20,04	„ „ 16,
—	—	3,3	bis	5,2	ab. —	=	22,75	„ „ 17,
—	—	—	—			=	23,10	„ „ 16,
7.	—	0,6	bis	2,5	ab. —	=	22,62	„ „ 17,
—	—	—	—			=	18,75	„ „ 16,
					Mittel	=	61°21′,67.	

40) Zarizyn. In der Sazarizynski-Vorstadt, auf der Ebene, neben dem Gute Bubnowo. Dieser Punkt ist jenem sehr nahe, auf welchem ich meine Beobachtungen im Jahre 1871 machte.

12. September	von	8,8	bis	10,8	m. Incl.	=	62°20′,28	Nadel Nr. 17,
—	—	—	—			=	17,82	„ „ 16,
13.	—	7,7	bis	9,7	m. —	=	21,75	„ „ 17,
—	—	—	—			=	18,87	„ „ 16,
					Mittel	=	62°19′,68.	

Im Jahre 1871 mittlere Incl. aus 3 Beobachtungen 29., 30. und 31. August = 62°20′,8.

41) Selma oder Rownaja kolonija. Auf der Wiese zwischen dem Hafen und der Kolonie.

14. September	von	0,7	bis	3,5	ab. Incl.	=	64°15′,86	Nadel Nr. 17,
—	—	—	—			=	13,65	„ „ 16,
					Mittel	=	64°14′,75.	

42) Saratow. An demselben Ort wie 1871.

17. September	von	0,3	bis	2,3	ab. Incl.	=	64°42′,69	Nadel Nr. 17,
—	—	—	—			=	40,62	„ „ 16,
18.	—	3,2	bis	5,0	ab. —	=	43,97	„ „ 17,
—	—	—	—			=	40,17	„ „ 16,
					Mittel	=	64°41′,86.	

Im Jahre 1871 aus den Beobachtungen am 4., 5. und 15. August erhalten = 64°45′,3.

II. Declination.

Bei der Mehrzahl der Orte machte ich zur Bestimmung des Azimuths des Signals die Beobachtungen mittelst des Polarsterns; an einigen, wenn auch nur wenigen Orten musste ich mich mit den Beobachtungen der Sonne zufrieden geben. In diesem Abschnitt des Rechenschaftsberichts ist da, wo nicht erwähnt ist, aus welchen Beobachtungen die Azimuthe der Signale bestimmt sind, anzunehmen, dass sie aus Beobachtungen mittelst des Polarsternes bestimmt sind.

1) Tscheboksary. Nord.-östl. Azimuth des Kirchhof-Glockenthurms 165° 13′ 7″. Aus der Beobachtung der Sonne.

Digitized by Google

3. Juni	um	9,6	Uhr	morgens	Declination =	− 5° 29′ 12″
—	—	10,4		—	— =	24 17
—	—	10,9		—	— =	32 34
—	—	11,4		—	— =	20 52
—	—	5,4		abends	— =	16 25
5.	—	6,6		m.	— =	23 48
—	—	3,1		ab.	— =	12 21
—	—	3,7		—	— =	11 22
—	—	4,2		—	— =	13 6
Hieraus die mittl. morgdl. am 3. Juni =						24 14
— ab. — — =						16 25
— morg. 5. — =						23 48
— abdl. — — =						12 16
Mittel aus 4 Bestimmungen =						− 5 19 11

2) Wassil-Sursk. Nord-östl. Azimuth des Glockenthurms im Dorfe Worotynzew 228° 7′ 13″.

6. Juni	um	8,3	ab.	Declination =	− 5° 36′ 41″
7.	—	6,6	m.	— =	38 33
—	—	9,3	m.	— =	42 48
—	—	5,9	ab.	— =	30 35
Mittel aus den Abend-Beobachtungen =					5 33 48
— Morgen- — =					5 40 40
Mittel =					− 5 37 14

3) Nischnij-Nowgorod. Nord.-östl. Azimuth des Thurmes der 3 Bischöfe 35° 4′ 43″.

10. Juni	um	2,9	ab.	Declination =	− 4° 44′ 48″
—	—	6,3	ab.	— =	53 16
11.	—	7,6	m.	— =	55 59
—	—	10,7	m.	— =	54 31
Mittel =					− 4 52 8

Am 6. August 1828 erhielt Hansteen Declinat. = − 0° 52′, 6
Veränderung in 45,8 Jahren = − 8° 59′, 5
Jährliche Veränderung = − 5′,23
Am 9. September 1867 erhielt Fritsche Declin. = − 4° 38′, 7

Nach den Beobachtungen von Hansteen und Fritsche übersteigt die jährliche Veränderung der Declin. die meinige, nämlich = − 5′,86.[1])

1) Fritsche zieht bei Bestimmung der jährlichen Veränderung der Declination in N.-Nowgorod noch die von Fuss im Jahre 1839 gemachten Beobachtungen in Betracht; aber die von Fuss erhaltene Declination ist sehr zweifelhaft. (Fuss erhielt im Jahre 1830 Declination = − 0° 8′); darum drückt auch die aus der Verbindung der Beobachtungen von Hansteen, Fuss und Fritsche erhaltene jährliche Veränderung nicht die eigentliche Veränderung aus.

Digitized by Google

Aus den Beobachtungen von Fritsche und den meinigen ist die jährliche Veränderung der Declin. = — 2′,00.

Und also die jährliche Veränderung

zwischen 1828,6 und 1867,7 = — 5′,86
„ 1868,7 „ 1874,4 = — 2′,00

Dieser Gang in den Veränderungen ist analog dem Gang in den jährlichen Veränderungen für Perm.

4) Arsamas. Nord.-östl. Azimuth des Glockenthurms der Feld-Kirche im Dorfe Wyjesdnom. 198° 44′ 1″.

12. Juni	um	6,7	Uhr	ab.	Declination =	— 4° 33′ 1″
13.	—	11,8		m.	— =	33 46
—	—	7,1		ab.	— =	32 5
14.	—	10,0		m.	— =	35 37
—	—	10,5		—	— =	34 0
—	—	11,0		—	— =	32 30
—	—	11,5		—	— =	30 12
—	—	0,0		ab.	— =	30 57
—	—	0,5		—	— =	29 10
—	—	0,8		—	— =	28 44
—	—	6,6		—	— =	33 20
—	—	7,6		—	— =	34 14
—	—	8,2		—	— =	31 15
15.	—	10,0		m.	— =	— 4 34 21

Als Resultat der mittleren Grösse der Declination kombinire ich diese Beobachtungen folgendermassen:

12. Juni	ab.	Declination	=	— 4° 33′ 1″	
13. —	m.	—	=	33 46	
— —	ab.	—	=	32 6	
14. —	m.	—	=	34 48	(aus 2 Beobachtungen)
— —	ab.	—	=	33 47	(„ „ „)
15. —	m.	—	=	34 21	
		Mittel	=	— 4 33 38	

5) Murom. N.-O. Azimuth des Glockenthurmes des Kosma und Demjan 67° 23′ 20″.

17. Juni	um	8,4	m.	Declination	=	— 3° 54′ 33″
— —		11,0	m.	—	=	53 30
— —		2,0	ab.	—	=	43 9
— —		6,7	—	—	=	45 22
— —		7,6	—	—	=	46 13

Mittel aus 2 morgendl. und 2 abendl. (letzten Beobachtungen) = — 3 49 55

6) Wantschino bei Jelatma. N.-O. Azimuth des Glocken-Thurmes Pokrow in der Stadt Jelatma 177° 12′ 7″.

Digitized by Google

15. Juni um	8,6 ab.	Declination	=	— 3° 10′ 23″
16. —	5,2 m.	—	=	3 7 24
— —	7,2 m.	—	=	3 1 42
19. —	10,0 m.	—	=	3 10 43
— —	2,4 ab.	—	=	2 57 21
— —	2,9 —	—	=	2 56 8
— —	3,4 —	—	=	2 56 56
— —	3,9 —	—	=	2 57 43
— —	4,4 —	—	=	2 59 6
— —	4,9 —	—	=	3 0 21
— —	5,4 —	—	=	3 2 26
— —	5,7 —	—	=	— 3 1 17

Als mittleres Resultat nehme ich das Mittel aus

2 morgendl. (um 7 und 10 Uhr)	=	— 3 6 12
5 abendl. (letzten)	=	— 3 0 11
Mittel	=	— 3 3 11

7) Schilowo. N.-O. Azimuth des Glockenthurmes im Dorfe Juschta 328° 53′ 24″.

21. Juni um	7,0 m.	Declination	=	— 3° 28′ 55″
— —	11,1 m.	—	=	27 25
— —	1,6 ab.	—	=	21 55
— —	4,4 —	—	=	23 11
— —	4,9 —	—	=	23 8
— —	5,4 —	—	=	24 13
— —	5,9 —	—	=	25 1
Mittel aus 2 morgendl.			=	— 3 28 10
— — 4 abendl. (letzten)			=	— 3 24 53
Mittel			=	— 3 26 31

8) Rjasan. N.-O. Azimuth des Glockenthurmes der Wosnesenski-Kirche, 194° 10′ 16″.

22. Juni um	10,2 Uhr m.	Declination	=	— 1° 52′ 23″
— —	11,1 m.	—	=	49 23
— —	0,1 ab.	—	=	47 58
— —	1,1 —	—	=	45 38
— —	2,1 —	—	=	44 58
— —	8,3 —	—	=	46 4
23. —	5,3 m.	—	=	51 27
— —	6,3 —	—	=	51 27
— —	6,8 —	—	=	50 14
— —	7,3 —	—	=	50 12
— —	7,8 —	—	=	— 48 46

Mittel aus 4 morgendl. (2 am 22. Juni und die 2 letzteren am 23. Juni) = — 1 50 11

Mittel aus 2 abendl. (2 und 8 Uhr.) = — 1 45 31

Mittel = — 1 47 51

9) Staraja Kolomna. N.-O. Azimuth der Kirche hinter dem Bahnhof 17° 20′ 36″.

Digitized by Google

24. Juni um	10,7	Uhr	m.	Declination	=	− 0° 59′ 46″
— —	4,0		ab.	—	=	56 8
— —	4,6		—	—	=	56 14
— —	5,1		—	—	=	56 19
— —	5,6		—	—	=	55 49
— —	6,5		—	—	=	56 43
— —	7,0		—	—	=	56 38
— —	8,1		—	—	=	56 16
25. —	7,3		m.	—	=	65 34
— —	7,8		—	—	=	66 19
— —	8,3		—	—	=	66 27
— —	9,7		—	—	=	65 2

Mittel aus 3 morgendl. (eine am 24. Juni und 2 am 25. Juni um 8,3 und 9,7 Uhr) = − 0 63 45
Mittel aus 5 abendl. (von 4,0 bis 6,5) = − 0 56 14
Mittel = − 1 0 0

10) Perowo, Meierhof bei Moskau. N.-O. Azimuth des Glocken-Thurmes im Dorfe Karatscharow 249° 55′ 21″.

25. Juni um	7,5	Uhr	ab.	Declination	=	− 1 5 22
— —	8,2		—	—	=	− 1 4 14
				Mittel	=	− 1 4 48

11) Sergijewsk. N.-O. Azimuth des Signals 65° 14′ 40″.

29. Juni um	5,7	Uhr	ab.	Declination	=	− 2° 10′ 10″
— —	8,0		—	—	=	9 36
30. —	7,8		m.	—	=	12 0
— —	9,5		—	—	=	12 0
— —	0,3		ab.	—	=	5 59
— —	4,6		—	—	=	7 11
			Mittel aus 3 abendl.		=	− 2 8 59
			— 2 morgdl.		=	− 2 12 0
				Mittel	=	− 2 10 29

12) Jaroslawl. N.-O. Azimuth des Signals 357° 33′ 27″.

2. Juli um	1,9	Uhr	ab	Declination	=	− 8° 1′ 12″
— —	8,0		—	—	=	10 26
3. —	8,1		m.	—	=	17 43
— —	9,6		—	—	=	17 6
— —	0,5		ab.	—	=	5 0
— —	4,4		ab.	—	=	6 17
			Mittel 2 morgendl.		=	17 24
			— 2 abendl.		=	8 82
				Mittel	=	− 3 12 53

13) Proschino bei der Station Wolg an der Rybinsko-Bologowski-Eisenbahn. N.-O. Azimuth des Glockenthurmes im Dorfe Smenzowa 17° 39′ 44″.

Digitized by Google

4. Juli um	2,9	Uhr	ab.	Declination =	− 2° 1′ 22″
— —	7,6	—	—	=	12 9
5. —	5,3		m.	— =	16 52
— —	7,2		m.	— =	16 34
				Mittel =	− 2 11 14

14) Bjeschezk. N.-O. Azimuth des Glockenthurmes im Dorfe Gradniza 38° 33′ 38″.

6. Juli um	10,2	Uhr	m.	Declination =	− 1° 22′ 42″
— —	11,5	—	—	=	19 8
— —	2,7		ab.	— =	13 36
— —	4,6	—	—	=	16 55
— —	6,3	—	—	=	18 32
		Mittel der 2 morgendl.		=	20 52
		— 2 abendl.		=	17 43
				Mittel =	− 1 19 17

15) Wyschnij Wolotschok. N.-O. Azimuth der Hauptkuppel der Peter- und Pauls-Kirche 219° 49′ 18″.

7. Juli um	11,2	Uhr	m.	Declination =	− 0° 36′ 7″
— —	4,4		ab.	— =	31 21
— —	7,4	—	—	=	36 29
8. —	9,0		m.	— =	39 6
— —	9,5	—	—	=	38 36
— —	10,0	—	—	=	39 9
		Mittel aus 2 abendl.		=	− 0 38 55
		— 4 morgendl.		=	− 0 37 15
				Mittel =	− 0 36 5

Am 6. April 1830 erhielt Hansteen = + 4° 20′, 0
Veränderung in 44,2 Jahren = − 4° 56′, 1
Daraus jährliche Veränderung = − 6′,70

16) Twer. N.-O. Azimuth des Glockenthurmes im Tichwinski-Kloster. 318° 5′ 39″.

9. Juli um	7,5	Uhr	m.	Declination =	+ 0° 22′ 46″
— —	9,5	—	—	=	24 25
— —	0,0		ab.	— =	30 31
— —	1,1	—	—	=	33 38
— —	2,1	—	—	=	34 36
— —	3,1	—	—	=	35 56
		Mittel aus 2 morgendl.		=	23 35
		— — 3 abendl.		=	35 56
				Mittel =	+ 0 29 45

17) Klin. N.-O. Azimuth des Glockenthurmes im Dorfe Demjanowo 138° 52′ 0″.

Digitized by Google

10. Juli um	8,4	Uhr	m.	Declination	=	— 1° 40′ 54″
— —	8,9	—	—		=	40 24
— —	9,4	—	—		=	39 29
— —	11,3	—	—		=	32 2
— —	3,2		ab.	—	=	31 1
— —	3,7	—	—		=	31 1
— —	4,2	—	—		=	32 1
— —	4,9	—	—		=	33 31
	Mittel aus morgendl.				=	— 1 38 12
	—	abendl.			=	— 1 31 55
				Mittel	=	— 1 35 3

18) Tula. N.-O. Azimuth des Glockenthurmes der Kathedrale 30° 53′ 50″.

14. Juli um	7,2	Uhr	ab.	Declination	=	— 1° 19′ 12″
15. —	9,9		m.	—	=	20 24
— —	2,5		ab.	—	=	10 8
— —	3,8	—		—	=	11 0
— —	7,0	—		—	=	19 4
	morgendl. Beobachtungen				=	— 1 20 24
	abendl.		„		=	— 1 14 50
				Mittel	=	— 1 17 37

19) Tschern. N.-O. Azimuth des Signals 227° 56′ 35″. Azimuth bestimmt aus Beobachtungen der Sonne Morgens und Abends.

16. Juli um	11,7	Uhr	m.	Declination	=	+ 0° 0′ 40″
— —	4,8		ab.	—	=	+ 0 1 23
17. —	9,6		m.	—	=	— 0 4 53
— —	2,8		ab.	—	=	+ 0 6 9
— —	3,3	—		—	=	+ 0 4 21
— —	3,8	—		—	=	+ 0 3 25
— —	4,3	—		—	=	+ 0 1 40
	Mittel 2 morgendl.				=	— 0 2 7
	— 2 abendl. um 4,5 ab				=	+ 0 1 31
				Mittel	=	— 0 1 18

20) Smjeewka. N.-O. Azimuth des Glockenthurmes im Dorfe Piroschkowo 234° 38′ 2″.

18. Juli um	1,7	Uhr	ab.	Declination	=	+ 1° 52′ 42″
— —	2,2	—		—	=	53 7
— —	6,0	—		—	=	42 54
19. —	5,7		m.	—	=	37 4
— — um Mittag				—	=	49 37
Mittel aus 2 morgendl. (2 letzte Beobachtungen)					=	43 20
— 2 abendl. (2. und 3. Beobachtung)					=	48 0
				Mittel	=	+ 1 45 40

21) Jamskaja Sloboda bei Kursk. N.-O. Azimuth des Glocken-Thurmes der Sergijewski-Kathedrale 219° 51′ 45″.

Digitized by Google

20. Juli um 7,0 Uhr m. Declination = + 4° 22′ 26″
— — 0,8 ab. — = 34 7
— — 5,4 — — = 27 16

22) Krjukowskaja. N.-O. Azimuth des Glockenthurmes im Dorfe Teterwina 345°52′33″.

22. Juli um 10,5 Uhr m. Declination = — 26° 31′ 47″
— — 0,3 ab. — = — 26 29 18

23) Bjelgorod.

a) Im Süden der Stadt, ausserhalb der Vorstadt auf der Anhöhe neben der Mühle. N.-O. Azimuth des Peter- und Paulthurmes 31° 5′28″. Das Azimuth des Signals ist aus Beobachtungen der Sonne und des Polarsternes bestimmt.

23. Juli um 11,7 Uhr m. Declination = — 28° 30′ 45″
— — 3,8 ab. — = 28 27
— — 7,4 ab. — = 31 13

b) Im Norden der Stadt. Bei dem Kirchhof. Das Azimuth ist aus Beobachtungen der Sonne bestimmt.

24. Juli um 9,2 m. Declination = — 27° 12′ 3″

24) Charkow.

a) In dem Gemüsegarten des Gasthauses neben dem deutschen Kirchhof. N.-O. Azimuth des Glockenthurmes der Kathedrale 223°26′45″.

25. Juli um 6,6 Uhr ab. Declination = — 0° 51′ 47″
26. — 6,5 m. — = 54 36
— — 11,4 m. — = 52 33
— — 2,2 ab. — = 49 36
27. — 10,3 m. — = 53 43
Mittel der 3 morgendl. = — 0 53 37
— 2 abendl. = — 0 50 41
Mittel = — 0 52 9

b) Im Garten des meteorologischen Observatoriums N.-O. Azimuth des Hauseckes der geistlichen Schule. 35°46′50″.

26. Juli um 6,3 Uhr ab. Declination = — 1° 1′ 55″
27. — 8,0 m. — = — 1 7 47
— — 7,3 ab. — = — 1 6 5

Diese Beobachtungen sind weniger genau, als die im Gemüse Garten des Gasthauses, weil das Signal sehr nahe und undeutlich war und die Einvisirung auf dasselbe nicht genau sein konnte.

Ich kann hier nicht umhin, mein Erstaunen auszusprechen über die Vergleichung der Ergebnisse der Declination erhalten in Kursk, Krjukowsk, Bjelgorod und Charkow. Gegenwärtig kann ich nur das Eine hinzufügen, dass für diese Orte auch andere Elemente;

Digitized by Google

Inclination und horizontale Kraft ebenso scharfe Abweichungen zeigen wie die Declination.

25) Losowaja Sewastopolskaja. N.-O. Azimuth des Glocken-Thurmes 11° 41′ 35″.

28. Juli	um	9,6	Uhr	m.	Declination =	+ 1° 8′ 23″
—	—	3,1		ab.	— =	16 9
—	—	6,1		—	— =	12 45
Mittel aus morgendl. und abendl. (6,1) =						+ 1 10 34

26) Aleksandrowsk. N.-O. Azimuth des Thurmes 247° 55′ 18″.

29. Juli	um	6,9	Uhr	ab.	Declination =	+ 2° 2′ 36″
30. —		7,5		m.	— =	5 41
—	—	10,1		m.	— =	6 51
—	—	5,8		ab.	— =	11 39
31. —		6,0		m.	— =	7 50
Mittel aus 3 morgendl. =						6 47
— 2 abendl. =						7 7
Mittel =						+ 2 6 57

27) Kisiarka bei Melitopol. N.-O. Azimuth der Thurmspitze des Bahnhofes 313° 26′ 3″.

1. August	um	8,2	Uhr	m.	Declination =	+ 1° 57′ 49″
—	—	8,5		—	— =	57 49
—	—	9,3		—	— =	58 1
—	—	9,8		—	— =	58 41
—	—	3,8		ab.	— =	59 52
Mittel aus 4 morgendl. =						58 5
— um 3,8 abendl. =						59 52
Mittel =						+ 1 58 58

28) Taganasch. N.-O. Azimuth der rechten Thurmspitze des Bahnhofes 292° 54′ 28″.

2. August	um	7,3	Uhr	ab.	Declination =	+ 2° 45′ 26″
3. —		9,2		m.	— =	40 39
—	—	3,5		ab.	— =	52 11
—	—	4,8		—	— =	48 11
—	—	6,7		—	— =	47 3
Mittel aus morgendl. =						40 39
4 abendl. =						48 13
Mittel =						+ 2 44 26

29) Simferopol. N.-O. Azimuth des Peter- und Paulthurmes 318° 40′ 58″.

5. August	um	7,2	Uhr	ab.	Declination =	+ 2° 48′ 44″
6. —		9,9		m.	— =	48 10
—	—	2,8		ab.	— =	52 37
—	—	4,3		—	— =	51 11
Mittel aus der dreifachen morgendl. und den abendl. =						+ 2 49 30

Digitized by Google

30) Sewastopol. N.-O. Azimuth des Peter- und Paulthurmes $214^0\,30'\,30''$.

8. August	um	2,7	Uhr	ab.	Declination =	+ 3°37′ 26″
— —		4,6		—	— =	33 45
— —		5,6		—	— =	35 35
9. —		8,1		m.	— =	29 46
— —		9,6		m.	— =	31 22
— —		2,9		ab.	— =	37 48
		Mittel aus 2 morgendl.			=	30 34
		Mittel aus 2 abendl. (um 5,0)			=	34 40
					Mittel =	+ 3 32 37

Leider kann ich von den in den Jahren 1859 — 60 von Herrn Dikow an den Ufern des schwarzen Meeres in ziemlicher Zahl ausgeführten magnetischen Messungen nur dessen kurzen Bericht (Morskoi Sbornik 1861. Band LII.) benützen, in welchem weder der Ort der Beobachtung, noch der Monat genau angegeben sind.

In Folge des letzteren Umstandes nehme ich an, dass alle Beobachtungen im Jahre 1859,5 gemacht wurden.

Dikow erhielt 1859,5 Declination = + 4° 31′

Daher die Veränderung der Declination in 15 Jahren = — 0° 58′ und

jährliche Veränderung = — 3′,87

31) Jalta. N.-O. Azimuth des Glockenthurmes $86^0\,24'\,26''$.

12. August	um	6,5	Uhr	ab.	Declination =	+ 2°55′ 21″
13. —		9,8		m.	— =	53 47
— —		10,6		m.	— =	54 58
— —		0,7		ab.	— =	58 32
— —		4,7		ab.	— =	54 27
14. —		7,4		m.	— =	53 11
— —		10,0		m.	— =	52 16
		Mittel aus 4 morgendl.			=	53 33
		— — 2 abendl.			=	54 54
					Mittel =	+ 2 54 13

Dikow erhielt in 1859,5 = + 4° 10′

Veränderung der Declination in 15 Jahren = — 1° 16′

Jährliche Veränderung = — 5′,07

32) Feodosija. N.-O. Azimuth der Kuppel der Kathedrale $263^0\,18'\,17''$.

16. August	um	9,8	Uhr	m.	Declination =	+ 2°21′ 6″
— —		10,3		—	— =	23 1
— —		10,8		—	— =	25 42
— —		1,8		ab.	— =	31 15
— —		6.8		ab.	— =	25 31

Digitized by Google

17. August um	8,5	Uhr	m.	Declination	=	2° 22′ 17″
— . —	11,7		m.	—	=	28 56
— —	5,9		ab.	—	=	25 32
18. —	9,6		m.	—	=	21 41
— —	2,5		ab.	—	=	29 48
— —	4,9		ab.	—	=	25 48
	Mittel aus 6 morgendl.				=	+ 2 23 47
	— — 8 abendl.				=	+ 2 25 37
				Mittel	=	+ 2 24 42

Gautier erhielt im Jahre 1820,5 = + 8° 10′

Dikow „ „ „ 1859,5 = + 3° 32′

Jährliche Veränderung zwischen 1820 und 1859 = — 7′,3

„ „ „ 1859 und 1874 = — 4′,47

33) Kertsch. N.-O. Azimuth der Moschee 238° 39′ 47″.

20. August um	3,3	Uhr	ab.	Declination	=	+ 1° 47′ 18″
— —	6,1		—	—	=	45 55
21. —	9,3		m.	—	=	42 23
— —	11,0		m.	—	=	43 34
— —	3,0		ab.	—	=	39 18
	Mittel aus 2 morgendl.				=	+ 1 43 58
	— — 3 abendl.				=	+ 1 44 10
				Mittel	=	+ 1 44 4

Dikow erhielt 1859,5 = — 2° 56′

Jährliche Veränderung der Declination = — 4′,80

34) Berdjansk. N.-O. Azimuth des Glockenthurmes der Kathedrale 331° 36′ 40″.

23. August um	5,8	Uhr	ab.	Declination	=	+ 1 52 37
24. —	9,5		m.	—	=	49 10
— —	8,0		ab.	—	=	52 57
25. —	9,0		m.	—	=	46 21
— —	2,0		ab.	—	=	54 16
— —	6,1		ab.	—	=	50 59
26. —	8,7		m.	Declination	=	44 22
— —	11,2		m.	—	=	48 24
	Mittel aus 4 morgendl.				=	+ 1 47 4
	— — 3 abendl.				=	+ 1 52 11
				Mittel	=	+ 1 49 37

35) Taganrog. N.-O. Azimuth des Glockenthurmes Nikolaus Tschudotworez 107° 27′ 3″.

28. August um	1,9	Uhr	ab.	Declination	=	+ 0° 34′ 54″
— —	4,5		—	—	=	31 44
— —	5,8		—	—	=	29 18
29. —	9,0		m.	—	=	27 8
— —	11,6		—	—	=	35 18

Digitized by Google

29. August um	2,9	Uhr ab.	Declination	=	+ 0°34′.4″
— —	4,9	—	—	=	30 7
	Mittel aus 2 morgendl.			=	+ 0 31 13 (10,3 m.)
	— — 3 abendl.			=	+ 0 30 23 (5,1 ab.)
			Mittel	=	+ 0 30 48

36) Zymljanskaja Staniza. N.-O. Azimuth der Mühle 235°41′41″, des Glockenthurmes in dem Orte Romanowskaja Staniza 218°10′14″.

2. September um	9,0	Uhr m.	Declination	=	— 1°11′26″
— —	10,6	—	—	=	— 1 3 46
— —	2,5	ab.	—	=	— 0 59 58
4. —	9,3	m.	—	=	— 1 6 24
— —	4,4	ab.	—	=	— 1 0 9
5. —	8,9	m.	—	=	— 1 6 25
— —	9,7	m.	—	=	— 1 4 15
— —	1,0	ab.	—	=	— 0 59 27
— —	2,8	—	—	=	— 0 58 26
— —	5,4	—	—	=	— 1 2 58
7. —	9,0	m.	—	=	— 1 5 55
— —	11,0	—	—	=	— 1 0 17
— —	2,4	ab.	—	=	— 0 58 41
— —	4,9	—	—	=	— 1 1 32
	Mittel aus 7 morgendl.			=	— 1 4 39
	— — 3 abendl.			=	— 1 1 33
			Mittel	=	— 1 3 6

37) Zarizyn. N.-O. Azimuth des Glockenthurmes der leidtragenden Mutter Gottes 29°22′25″.

11. September um	6,3	Uhr ab.	Declination	=	— 2°32′26″
12. —	8,4	m.	—	=	37 20
— —	10,6	m.	—	=	30 29
— —	1,7	ab	—	=	25 33
— —	4,6	—	—	=	27 3
13. —	7,0	m.	—	=	32 34
— —	9,8	—	—	=	34 28
	Mittel aus 4 morgendl.			=	— 2 33 57
	— — 2 abendl.			=	— 29 44
			Mittel	=	— 2 31 51

1871 den 1. September erhielt ich = — 2° 22′,4″
Jährliche Veränderung zwischen 1830 und 1871 = — 6′,18
„ „ „ 1871 und 1874 = — 3′,17

38) Saratow. N.-O. Azimuth des Glockenthurmes der Kathedrale 107° 10′ 59″.

Digitized by Google

17. September	um	2,8	Uhr	ab	Declination	=	— 3° 45′ 26″	
— —		4,6	—	—		=	48 25	
18. —		9,2	m.	—		=	3 54 46	
— —		11,0	—	—		=	52 7	
— —		3,0	ab.	—		=	48 3	
— —		5,3	—	—		=	50 23	
		Mittel aus 2 morgendl.				=	— 3 53 26	
		— — 2 abendl.				=	— 3 49 24	(um 5,0)
					Mittel	=	— 3 51 25	

An demselben Orte erhielt ich 1871 den 13. August = — 3° 39′,3

Jährliche Veränderung zwischen 1830 und 71 = — 5′,47

„ „ „ 1871 und 74 = — 3′,90

Digitized by Google

Elementare Behandlung einiger optischer Probleme.

Von

Prof. Dr. E. Lommel

an der Universität zu Erlangen.

(Hiezu Tafel XIV.)

I. Die kleinste Ablenkung im Prisma.

Die Darstellung, welche dem Satze von der kleinsten Ablenkung in Prismen selbst in unseren besten Lehrbüchern zu Theil wird, lässt immer noch Vieles zu wünschen übrig. Entweder wird der Beweis des Satzes, unter Verweisung auf höhere Rechnung, ganz unterlassen, [1]) oder er stützt sich auf das durch eine nümerische Tabelle erläuterte Gesetz der Abhängigkeit zwischen Einfalls- und Brechungswinkel, [2]) oder es wird der zwar verdienstvolle, aber jedenfalls schwerfällige trigonometrische Beweis von Fr. Eisenlohr reproducirt. [3]) Dass die unten citirten, sowie andere Lehrbücher sich bei Besprechung dieses für die Bestimmung der Brechungsverhältnisse so wichtigen Satzes mit Darstellungsweisen behelfen, welche dem Lernenden volle Befriedigung zu gewähren nicht im Stande sind, erklärt sich aus dem Umstande, dass bis jetzt ein elementarer Beweis, welcher zugleich mathematisch streng, einfach und anschaulich wäre, nicht bekannt geworden ist. Dadurch erscheint die Mittheilung des folgenden synthetischen Beweises, welcher unseres Erachtens diesen Anforderungen vollkommen entspricht, hinlänglich gerechtfertigt.

Bezeichnet man mit i und i' den Einfalls- und den Austrittswinkel, mit r und r' die Winkel, welche der im Prisma verlaufende

1) Mousson, Die Physik auf Grundlage der Erfahrung. 1872.
2) J. Müller, Lehrbuch der Physik und Meteorologie. 1868.
3) Wüllner, Lehrbuch der Experimentalphysik. 1871.

Digitized by Google

Strahl resp. mit den Lothen an der Eintritts- und Austrittsfläche bildet, ferner mit d die Ablenkung, und mit α den brechenden Winkel des Prismas, so hat man bekanntlich

$$r+r'=\alpha \text{ und } d=i+i'-\alpha.$$

Die Ablenkung d wird demnach ihren kleinsten Werth erreichen, wenn die Summe $i+i'$ des Ein- und Austrittswinkel ein Minimum ist.

Um den zum Einfallswinkel $i=AOL$ (Fig. 1) gehörigen Brechungswinkel r zu finden, beschreibe man nach einem bekannten Verfahren um O zwei Kreise mit den Halbmessern 1 und n, unter n das Brechungsverhältniss der Prismensubstanz verstanden. Den ersteren Kreis bezeichnen wir als „Kreis 1", den letzteren als „Kreis n". Zieht man durch den Punct A, wo der eine Schenkel des Winkels i den Kreis 1 trifft, eine Parallele zum anderen Schenkel OL, welche den Kreis n im Puncte B schneidet, so ist BOL der gesuchte Brechungswinkel r.

Macht man nun den Winkel BOB' gleich dem brechenden Winkel α des Prismas, so ist vermöge der Gleichung $r+r'=\alpha$ der Winkel $B'OL$ gleich r', und eine Parallele zu OL, durch den auf dem Kreise n gelegenen Punct B' bis zur Begegnung mit dem Kreise 1 im Puncte A' gezogen, giebt den Winkel $A'OL$ oder i'. Der Winkel AOA' stellt sonach die Winkelsumme $i+i'$ vor.

Sind die beiden Winkel r ungleich, ist z. B., wie in der Figur angenommen wurde, r' grösser als r, so ist auch $A'B'$ grösser als AB. Zieht man jetzt die Sehnen AA' und BB', und durch den Punct A die Gerade AC parallel zu BB', welche $A'B'$ im Puncte C zwischen A' und B' schneidet, so ergibt sich aus dem bei C stumpfwinkeligen Dreieck ACA', dass AA' grösser als AC, d. h. grösser als BB' ist.[1] Die Sehne AA', welche den Winkel $i+i'$ im Kreise 1

1) Aus der Figur leuchtet zwar schon unmittelbar ein, dass $A'B'>AB$, und der Winkel $BB'A'$ ein stumpfer ist. Sollten jedoch für diese beiden Behauptungen schulgerechte Beweise verlangt werden, so lassen sich dieselben in folgender Weise leicht führen.

Man lege das Dreieck ABO derart auf das Dreieck $A'B'O$, dass OB auf OB' fällt, so kommt der Punct A, weil Winkel ABO $(=r)$ kleiner ist als Winkel $A'B'O$ $(=r')$, innerhalb des Dreiecks $A'B'O$ zu liegen; man hat daher $OA'+A'B'>OA+AB$, oder, weil $OA'=OA$, $A'B'>AB$.

Der Winkel $BB'A'$ ist $=BB'O+OB'A'$. Nun ist $BB'O=90^0-\frac{1}{2}\alpha$ und $r'>\frac{1}{2}\alpha$, folglich $BB'A'>90^0$.

Digitized by Google

spannt, ist demnach grösser als die Sehne BB', welche im Kreise n den Winkel α spannt.

Nur in einem einzigen Falle wird die erstere Sehne der letzteren gleich, nämlich wenn $r = r' = \frac{1}{2}\alpha$ und sonach auch $i = i'$ ist, d. h. wenn der Lichtstrahl das Prisma symmetrisch durchläuft. In diesem Falle, welcher in der Figur durch punctirte Linien angedeutet ist, erscheinen nämlich die Sehnen aa' und bb' als gegenüberliegende Seiten des Rechtecks $aa'bb'$.

Die Sehne AA', welche dem Winkel $i+i'$ im Kreise 1 entspricht, hat also ihren kleinsten Werth, wenn der Lichtstrahl symmetrisch durch das Prisma geht. Daraus folgt, dass dieser Winkel selbst, und mit ihm die Ablenkung $d = i+i'-\alpha$, ein Minimum ist bei symmetrischem Durchgang.

In unserer Fig. 1 wurde vorausgesetzt, dass die Winkel i und r, i' und r' dieselbe Seite ihres Einfallslothes wie im Falle der symmetrischen Brechung einnehmen, was sich in der Zeichnung dadurch ausdrückt, dass i und r diesseits (links), i' und r' jenseits (rechts) von OL liegen. Fällt jedoch z. B. der Winkel i (AOL Fig. 2) auf die entgegengesetzte Seite des Lothes (d. h. neigt sich der einfallende Strahl gegen die Spitze des Primas hin), so kommt derselbe auch in der Zeichnung jenseits (rechts) von OL zu liegen und ist alsdann ebenso, wie der Winkel r, negativ zu rechnen. Aber auch jetzt, wie überhaupt in jedem Falle, wird die Winkelsumme $i+i'$ durch den Winkel AOA' (Fig. 2) dargestellt, und unser Beweis gilt ganz in gleicher Weise wie bei der in Fig. 1 zu Grunde gelegten Annahme, dass sämmtliche vier Winkel i, r, i' und r' positiv seien.

Die Methode, welche hier zur Construction der Winkel i, r, i' und r' angewendet wurde, unterscheidet sich von derjenigen, welche Reusch in seiner vortrefflichen synthetischen Darstellung der Brechung und Farbenzerstreuung an ebenen Flächen und in Prismen [1]) benutzt hat, namentlich dadurch, dass sie sich statt zweier nur einer einzigen Projectionsrichtung bedient, und ist ebenso, wie diese, geeignet, über alle Verhältnisse, welche bei der Brechung in Prismen vorkommen können, erschöpfende Rechenschaft zu geben. Um alle möglichen

1) Poggendorff's Annalen, Bd. 117. Reusch giebt daselbst auch einen elementaren Beweis des Satzes vom Minimum der Ablenkung, welchem jedoch der oben gegebene Beweis, mindestens für Lehrzwecke, vorzuziehen sein dürfte.

Digitized by Google

Fälle der Reihe nach zu überblicken, braucht man nur den brechenden Winkel $BOB' = \alpha$ (Fig. 1 und 2) um seine Spitze bei O zu drehen, und bei jeder seiner Lagen die Puncte B und B', wo seine Schenkel auf dem Kreise n aufstehen, parallel der festen Geraden OL auf den Kreis 1 zu projiciren. Als äusserste Lage diesseits OL ergibt sich diejenige, bei welcher die projicirende Linie B_0M (Fig. 2) den Kreis 1 im Endpunct M seines zu OL senkrechten Durchmessers berührt; sie entspricht der streifenden Incidenz ($i = MOL = 90^0$). Dreht man den Winkel aus dieser Lage weiter, bis sein erster (der Eintrittsfläche entsprechender) Schenkel mit OL zusammenfällt, so durchläuft man alle möglichen Fälle vom streifenden bis zum senkrechten Einfallen. Dreht man noch weiter, so werden die Winkel i und r, indem sie auf die entgegengesetzte Seite des Lothes hinübertreten, negativ. Die äusserste mögliche Lage jenseits von OL ist diejenige, bei welcher die den Punct B'_0 des zweiten (der Austrittsfläche entsprechenden) Schenkels Projicirende B'_0M' den Kreis 1 in M' berührt; sie entspricht dem streifenden Austritt. Die Winkel i und r sind als positiv anzusehen, wenn sie diesseits (links) von OL, die Winkel i' und r', wenn sie jenseits (rechts) von OL liegen, d. h. wenn sie auf derselben Seite des Lothes liegen, auf welcher sie sich im Symmetriefalle befinden. Von den Winkelpaaren (i, r) und (i', r') kann immer nur das eine negativ sein, und zwar nur dann, wenn der brechende Winkel des Prismas kleiner als der Grenzwinkel B_0OL ist.

Die Ablenkung stellt sich bei unserer Construction (Fig. 1) dar als die Summe der beiden Winkel AOB ($= i - r$) und $A'OB'$ ($= i' - r'$). Legt man daher (Fig. 2) das Dreieck AOB so an das Dreieck $A''OB''$ an, dass OB längs OB'' und A nach D zu liegen kommt, so ist $A''OD$ der Ablenkungswinkel. Da der Winkel $A''B''O = r$, und der Winkel $DB''O = r'$ ist, so ist der Winkel $A''B''D$ gleich dem brechenden Winkel des Prismas. Man gelangt daher zu folgender, von Radau [1]) angegebener Construction des Ganges eines Lichtstrahles im Prisma: Um einen beliebigen Punct O beschreibe man die Kreise 1 und n; gibt alsdann OA'' die Richtung des einfallenden Strahles an, so ziehe man von dem Puncte A'', wo dieselbe den Kreis 1 trifft, die Gerade $A''B''$ parallel zum Lothe der Eintrittsfläche, und durch den Punct B'', wo sie dem Kreise n begegnet, eine Parallele $B''D$ zum

1) Poggendorff's Annalen, Bd. 118.

Digitized by Google

Lothe der Austrittsfläche, welche den Kreis 1 im Puncte D schneidet. Alsdann gibt OB'' die Richtung des gebrochenen, OD die Richtung des austretenden Strahles und der Winkel $A''OD$ die Ablenkung an. An dieser Construction ändert sich nichts, wenn (wie in Fig. 2, rechts von OL) i und r, und darum auch $i-r$ negativ ist; dann ist der Winkel $AOB=B'OD'$ von $A'OB'$ abzuziehen und die Ablenkung ergibt sich wie vorhin $= A'OD'$.

II. Das achromatische Prisma.

Die soeben angeführte Radau'sche Construction scheint weniger Beachtung gefunden zu haben, als sie ohne Zweifel verdient. Sie führt nämlich mit wahrhaft überraschender Leichtigkeit zur synthetischen Lösung von Problemen, welche analytisch angegriffen ziemlich umständliche Rechnungen erfordern. An dem Beispiel des achromatischen Prismas soll dies gezeigt werden.

Die Aufgabe, um welche es sich handelt, ist folgende: Zu einem gegebenen Prisma soll ein zweites aus anderem Stoffe gefunden werden, welches, in entgegengesetzter Lage mit jenem vereinigt, die Farbenzerstreuung desselben für zwei beliebige homogene Lichtarten wieder aufhebt.

Gegeben sind demnach der brechende Winkel α des ersten Prismas und der Einfallswinkel i an seiner Eintrittsfläche, die Brechungsverhältnisse n' und n'' seiner Substanz (z. B. Crownglas) für zwei homogene Farben (z. B. für die Fraunhofer'schen Linien B und H), ferner die Brechungsverhältnisse m' und m'' derselben Farben für die Substanz (z. B. Flintglas) des zweiten Prismas; gesucht wird der brechende Winkel β des zweiten Prismas.

Um einen beliebigen Punct O (Fig 3) beschreibe man Kreisbogen mit den Halbmessern 1, n', n'', m', m''. Gibt der Radius OA im Kreise 1 die Richtung des einfallenden weissen Lichtstrahles an, so ziehe man durch A die Gerade AB parallel zum Lothe der Eintrittsfläche (nämlich so, dass Winkel $OAB=180^0-i$ wird) des gegebenen Prismas; projicirt man nun die Puncte B und H, wo diese Gerade resp. die Kreise n' und n'' schneidet, durch Parallelen zur Austrittsfläche (d. h. indem man Winkel $ABB'=AHH'=\alpha$ macht) nach B' und H' auf den Kreis 1, so geben OB' und OH' die Richtungen der beiden aus dem ersten Prisma austretenden farbigen Strahlen an, welche für das zweite Prisma als einfallende Strahlen zu betrachten

Digitized by Google

sind. Um dieselben auf ihrem weiteren Gange zu verfolgen, projicire man die Puncte B' und H' parallel dem Lothe der Eintrittsfläche des zweiten Prismas (dessen Richtung gegeben ist) resp. nach b und h auf die Kreise m' und m''. Wäre nun der brechende Winkel β des zweiten Prismas gegeben, so hätte man durch parallele Gerade, welche mit $B'b$ und $H'h$ den Winkel β bilden, die Puncte b und h auf den Kreis 1 zu projiciren, und würde so im Allgemeinen zwei austretende farbige Strahlen erhalten. Sollen sich dieselben zu einem einzigen Strahle vereinigen, wie unsere Aufgabe es verlangt, so müssen sich die Puncte b und h in einem einzigen Puncte Z auf dem Kreise 1 projiciren, d. h. die Projectionsrichtung muss mit der Richtung hb zusammenfallen. Der Winkel $H'hb$ ist demnach der brechende Winkel des Prismas, durch welches das gegebene Prisma achromatisirt wird. Der Radius OZ gibt die Richtung des austretenden farblosen Lichtstrahles an, und der Winkel AOZ ist die Ablenkung, welche er erlitten hat.

Wir haben hier den allgemeineren Fall betrachtet, in welchem die Austrittsfläche des ersten Prismas mit der Eintrittsfläche des zweiten einen beliebigen Winkel $HH'h$ bildet. Gewöhnlich aber nimmt man an, dass die genannten Flächen und demnach auch ihre Lothe miteinander parallel seien. Alsdann vereinfacht sich die Construction, indem man der Puncte B' und H' auf dem Kreise 1 gar nicht bedarf, sondern nur die Puncte B und H parallel dieser Lothrichtung resp. auf die Kreise m' und m'' nach b' und h' zu projiciren braucht, um in $Hh'b'$ den gesuchten brechenden Winkel, in OZ' die Richtung des austretenden Strahles und in AOZ' den Ablenkungswinkel zu haben.

Mit ähnlicher Leichtigkeit lässt sich die in Rede stehende Methode, wie Radau bereits gezeigt hat,[1]) auf die Construction von Prismensystemen ohne Ablenkung (*à vision directe*) anwenden.

III. Elementare Theorie des Regenbogens.

Die Sätze von dem Maximum und Minimum der Ablenkung des in eine durchsichtige Kugel gebrochenen und nach ein- oder mehrmaliger innerer Reflexion wieder austretenden Lichtes, welche der Theorie des Regenbogens zu Grunde liegen, erfahren in den Lehrbüchern ein ähnliches Schicksal, wie der Satz von der kleinsten pris-

1) Poggendorff's Annalen Bd. 118.

Digitized by Google

matischen Ablenkung. Eine möglichst elementar gehaltene Darlegung dieser Sätze, wie ich sie im Folgenden zu geben beabsichtige, dürfte daher nicht überflüssig erscheinen.

In Fig. 4 möge der Kreis den Umriss einer Wasserkugel oder eines Regentropfens darstellen. Ist OS die vom Mittelpunct O der Kugel nach der Sonne gezogene Gerade, so stellt die damit Parallele SA einen beliebigen Sonnenstrahl vor, welcher die Kugel im Puncte A trifft. Zieht man den verlängerten Radius OAL, so ist der Winkel LAS oder der ihm gleiche AOS der Einfallswinkel i des Strahles SA; ein Theil AB dieses Strahles dringt unter dem Brechungswinkel r in die Kugel ein, wird in B, wo er unter dem Einfallswinkel $ABO=r$ die hintere Fläche trifft, theilweise nach innen (nach BC) zurückgeworfen und kehrt endlich, nachdem er im Puncte C durch Reflexion nach innen einen abermaligen Verlust erlitten hat, unter dem Brechungswinkel $MCE=i$ wieder in die Luft zurück. Der Winkel d, um welchen der austretende Strahl CE von der Richtung der directen Sonnenstrahlen abweicht, ergibt sich aus der Zeichnung in bekannter Weise, und zwar findet man

$$d=2\ (2r-i).$$

Nach Maassgabe dieses Ausdruckes wird im Allgemeinen jedes schmale Bündel paralleler Strahlen, welches auf den oberen Theil PA der Kugel trifft, aus deren unterem Theil PC als divergirendes Büschel hervorgehen, welches auf ein entferntes Auge, weil die Mehrzahl seiner Strahlen unwirksam daneben vorbeigehen, nur einen unbedeutenden Lichteindruck hervorbringen kann. Ein merklicher Lichteindruck könnte in einer bestimmten Richtung nur dann wahrgenommen werden, wenn es auf dem Umrisse der Kugel einen Punct gäbe, in dessen Nachbarschaft die einfallenden parallelen Strahlen so gebrochen werden, dass sie, auch nachdem sie die Kugel verlassen haben, noch als paralleles Bündel zusammenhalten.

Um einen solchen Punct, falls er existirt, aufzufinden, betrachten wir einen Strahl, der sehr nahe bei dem Puncte A die Wasserkugel trifft; demselben entspreche der Einfallswinkel $i+\alpha$, welcher um die sehr kleine Grösse α von demjenigen des Strahles SA abweicht. Wird die zugehörige kleine Aenderung des Brechungswinkels mit β bezeichnet, so ist

$$d'=2\ (2r-i)+2\ (2\beta-\alpha)$$

der Werth der Ablenkung für den betrachteten Nachbarstrahl. Ver-

Digitized by Google

gleicht man ihn mit dem obigen Ausdrucke, so erkennt man, dass die beiden benachbarten-Strahlen die nämliche Ablenkung erfahren, wenn

$$\alpha = 2\beta,$$

d. h. wenn die kleine Aenderung des Einfallswinkels beim Uebergange von einem Strahle zum benachbarten doppelt so gross ist, als die zugehörige Aenderung des Brechungswinkels.

Zur Ermittelung der Lage desjenigen Punctes auf dem Umrisse der Kugel, in welchem sich diese Bedingung erfüllt, bedienen wir uns der Fig. 5.

Der kleine der beiden concentrischen Kreise, dessen Radius $= 1$ sei, stellt, wie in der vorigen Figur, den Umriss der Kugel vor. Um den zum Einfallswinkel $AOP = i$ gehörigen Brechungswinkel zu finden, construiren wir um denselben Mittelpunct einen zweiten Kreis vom Radius n, unter n das Brechungsverhältniss der Kugel verstanden. Ziehen wir nun durch A die Gerade QB parallel zu OP, und verbinden wir den Punct B, wo dieselbe den Umfang des Kreises n schneidet, mit dem Mittelpuncte O, so ist BOP der zum Einfallswinkel i gehörige Brechungswinkel r. Die Bogenstücke PA und PC, welche auf dem Kreisumfange vom Radius 1 diesen Winkeln entsprechen, sind als Maasse dieser Winkel zu betrachten. Wiederholt man jetzt für den um das kleine Bogenstückchen $Aa = \alpha$ grösseren Einfallswinkel $aOP = i + \alpha$ die nämliche Construction, indem man qb parallel OP zieht, so gelangt man zu dem Brechungswinkel bOP oder cOP, welcher den vorigen um die kleine Grösse $Cc = \beta$ übertrifft. Die Bogenstückchen Aa und Cc stellen demnach die zusammengehörigen Aenderungen des Einfalls- und des Brechungswinkels vor; sie können als beliebig kleine Stückchen des Kreisumfanges für geradlinig angesehen werden, ebenso wie das Bogenstückchen Bb, welches auf dem Kreise vom Radius n dem kleinen Mittelpunctswinkel $COc = \beta$ entspricht und daher gleich $n\beta$ ist.

Fällt man nun von A und B aus die Senkrechten Ak und Bl, und von O aus die Senkrechte Oq auf die Gerade qb, so sind die Dreieckchen Aka und Blb resp. ähnlich den Dreiecken AQO und BQO. Daraus folgt

$$\frac{Aa}{Ak} = \frac{AO}{AQ} \text{ und } \frac{Bb}{Bl} = \frac{BO}{BQ}$$

oder, wenn man AQ mit u, BQ mit v, ferner die einander gleichen

Digitized by Google

Linienstückchen Ak und Bl mit m bezeichnet und sich erinnert, dass $OA=1$, $BO=n$, $Aa=\alpha$ und $Bb=n\beta$ ist:

$$\frac{\alpha}{m}=\frac{1}{u} \text{ und } \frac{n\beta}{m}=\frac{n}{v},$$

oder auch, weil in der zweiten Gleichung der beiderseits vorkommende Factor n wegfällt:

$$\frac{\alpha}{m}=\frac{1}{u} \text{ und } \frac{\beta}{m}=\frac{1}{v}.$$

Aus diesen beiden Gleichungen ergibt sich nun das Verhältniss der beiden Zuwachse α und β folgermaassen:

$$\frac{\alpha}{\beta}=\frac{v}{u},$$

d. h. die gleichzeitigen Aenderungen des Einfalls- und Brechungswinkels verhalten sich stets zu einander wie BQ zu AQ. Damit also α doppelt so gross sei als β, muss auch BQ doppelt so gross sein als AQ, oder der Punct A muss die Strecke BQ halbiren.

Da nun die Halbirungspuncte sämmtlicher Strecken BQ offenbar auf einer Ellipse liegen, deren grosse Halbaxe $OR=n$ und deren kleine Halbaxe $ON=\frac{1}{2}n$ (s. die rechte Hälfte der Fig. 5) ist, so ergibt sich der Punct A (oder A'), der die verlangte Eigenschaft besitzt, sofort als Durchschnittspunct dieser Ellipse mit dem Kreise 1. Der Einfallswinkel $A'OP'=i_1$ nebst dem zugehörigen Brechungswinkel $B'OP'=r_1$, sowie die halbe Ablenkung $A''OP'=\frac{1}{2}d_1$ lassen sich jetzt unmittelbar aus der Figur entnehmen. Macht man nämlich Winkel $OB'A''=r_1$, so ist

$$A''OP'=B'OP'-B'OA''=r_1-(i_1-r_1)=2r_1-i_1=\tfrac{1}{2}d_1.$$

Sollen diese Winkel durch Rechnung gefunden werden, so hat man die Gleichung $2AQ=BQ$, d. i.

$$2\cos i = n\cos r$$

welche mit dem Brechungsgesetz

$$\sin i = n \sin r$$

combinirt, sofort

$$\sin^2 i = \frac{4-n^2}{3}$$

liefert. [1])

1) Es ist bemerkenswerth, dass für das Brechungsverhältniss $\frac{4}{3}$ der Einfallswinkel und der dreifache Brechungswinkel sich genau zu zwei Rechten ergänzen d. h. es ist $i_1+3r_1=180^0$.

Digitized by Google

Die Strahlen, welche, in unmittelbarer Nähe des soeben bestimmten Punctes A unter sich parallel auf die Kugel fallend, dieselbe auch wieder als paralleles Bündel verlassen, sind noch dadurch vor den übrigen ausgezeichnet, dass ihre Ablenkung die grösste ist, welche die Kugel bei einmaliger innerer Reflexion hervorzubringen vermag. Man kann sich hiervon durch folgende Betrachtung leicht überzeugen. In dem Puncte A, welcher dem Einfallswinkel i_1 entspricht, ist $BQ=2AQ$; für grössere Einfallswinkel ist $BQ>2AQ$, für kleinere aber $BQ<2AQ$. Betrachten wir daher einen grösseren Einfallswinkel $i_1+\iota'$, welchem auch ein grösserer Brechungswinkel $r_1+\varrho'$ entspricht, so ist jedes der kleinen Bogenstückchen α, aus welchen sich der Bogen ι' zusammensetzt, mehr als doppelt so gross, wie das entsprechende der Bogenstückchen β, aus denen sich ϱ' zusammensetzt, weil ja die Strecke BQ hier überall grösser ist als $2AQ$; es ist also $\iota'>2\varrho'$. Die Hälfte der Ablenkung des betrachteten Strahles ist aber

$$\tfrac{1}{2}d'=2r_1+2\varrho'-i_1-\iota' \text{ oder } \tfrac{1}{2}d'=\tfrac{1}{2}d_1+2\varrho'-\iota'.$$

Da nun ι' grösser ist als 2ϱ, so hat man, um $\frac{1}{2}d'$ zu erhalten, von $\frac{1}{2}d_1$ mehr abzuziehen als hinzuzufügen; folglich ist d' kleiner als d_1.

Betrachten wir zweitens einen Strahl, dessen Einfallswinkel $i_1-\iota''$ kleiner ist als i_1 und welchem der Brechungswinkel $r_1-\varrho''$ zugehört, so ergibt sich seine Ablenkung d'' aus der Gleichung

$$\tfrac{1}{2}d''=2r_1-2\varrho''-i_1+\iota'' \text{ oder } \tfrac{1}{2}d''=\tfrac{1}{2}d_1-2\varrho''+\iota''.$$

Da aber, weil hier die BQ kleiner sind als die $2AQ$, auch ι'' kleiner ist als $2\varrho''$, so wird wiederum von $\frac{1}{2}d_1$ ein grösserer Betrag abgezogen als hinzugezählt, und auch d'' ergibt sich kleiner als d_1. Die Ablenkung d_1, welche die beim Austritt parallelen Strahlen erleiden, ist also in der That ein Maximum.

In Fig. 5 ist die Bestimmung des Punctes A nur für ein einziges Brechungsverhältniss n durchgeführt; für ein anderes Brechungsverhältniss müsste man nach denselben Regeln einen andern Kreis n' nebst der zugehörigen Ellipse construiren, und würde sich z. B. überzeugen, dass die Ablenkung der wirksamen Strahlen für das weniger brechbare rothe Licht grösser ist, als für das stärker brechbare violette.

Hiermit sind nun die Grundlagen gegeben, auf welchen die Erklärung des ersten Regenbogens beruht.

Für den zweiten Regenbogen können nach dem Vorausgegangenen einige kurze Andeutungen genügen. Da die Ablenkung, welche ein

Digitized by Google

Strahl nach zweimaliger innerer Reflexion erlitten hat, bekanntlich durch

$$d = 180^\circ - 2(3r - i)$$

ausgedrückt ist, muss für parallel austretende Strahlen die Bedingung

$$\alpha = 3\beta$$

erfüllt sein. Ihr wird genügt in dem Puncte des Kreises 1, für welchen $BQ = 3AQ$ oder $n \cos r = 3 \cos i$ ist; man findet diesen Punct mit Hilfe einer Ellipse, deren grosse Halbaxe $= n$, deren kleine aber $\frac{1}{3}n$ ist. Durch ein dem obigen ganz ähnliches Verfahren lässt sich alsdann zeigen, dass die Ablenkung, welche diesem Einfallspunkte entspricht, die kleinste ist, welche bei zweimaliger innerer Reflexion stattfinden kann.

Ueberhaupt lässt sich erkennen, dass bei m-maliger innerer Reflexion der Einfallspunct der „wirksamen" Strahlen der Bedingung $\alpha = (m+1)\beta$ oder $n \cos r = (m+1) \cos i$ genügen muss und constructiv mittels einer Ellipse gefunden wird, deren Halbaxen n und $\frac{n}{m+1}$ sind.

Digitized by Google

Neue Studien über die Ströme der Electrisir-Maschinen.

Von

Professor Fr. Rosetti.

In den „Atti dell' Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Vol. III 1874" hat Herr Prof. Rosetti seine „Nuovi Studii sulle Correnti delle Macchine Elettriche" veröffentlicht und daraus die folgenden Schlussfolgerungen gezogen.

1. Bei gleich bleibendem hygrometrischen Stande wächst die Stromintensität beinahe, aber nicht ganz genau, in geradem Verhältnisse mit der Drehungsgeschwindigkeit der Scheibe. Die Stromstärke wächst etwas schneller als die Drehungsgeschwindigkeit. (Kohlrausch hat die genaue Proportionalität angegeben; aber er hatte bei seinen Versuchen keine Vorrichtung, um die Drehungsgeschwindigkeit zu messen.)

2. Das Verhältniss zwischen der Drehungsgeschwindigkeit und der Stromstärke ist nicht, wie dies Kohlrausch meinte, von dem Feuchtigkeitsgrade der umgebenden Luft unabhängig, sondern variirt ziemlich stark, so zwar, dass bei wachsender Feuchtigkeit auch die Grösse jenes Verhältnisses wächst, d. h. die Zahl der Scheibendrehungen in jeder Sekunde soll grösser werden an einem feuchten als an einem trockenen Tage, wenn eine bestimmte Stromstärke erzeugt werden soll.

3. Die nützliche Arbeit — d. h. die Arbeit, welche dazu dient, um die Maschine, bei der die Scheibe mit einer gewissen Geschwindigkeit, aber leer rotirt, in den activen Zustand mit derselben Scheibengeschwindigkeit zu bringen, — welche in jeder Sekunde verbraucht wird, ist bei gleichbleibendem Feuchtigkeitsgrade genau der Stromstärke proportional.

4. Das Verhältniss zwischen der verbrauchten Arbeit und der

Digitized by Google

Stromstärke wird geringer, wenn die Feuchtigkeit wächst, so dass um eine bestimmte Stromstärke zu erzeugen, zwar eine grössere Drehungsgeschwindigkeit nothwendig ist, aber nichts destoweniger die verwendete Arbeit kleiner wird. Der Elektromotor (elektrische Erreger) bewährt also mehr Oekonomie an feuchten als an trockenen Tagen.

5. Wenn man, um die Scheibenumdrehungen hervorzubringen, einen Rotationsapparat verwendet, und wenn man jenes Gewicht, welches nöthig ist, um eine bestimmte Drehungsgeschwindigkeit bei activem Zustande der Maschine zu erhalten, Totalgewicht nennt, Partialgewicht aber jenes Gewicht, mit welchem man die gleiche Geschwindigkeit erreichen kann, wenn die Maschine unactiv ist, und endlich, wenn man das wirksame oder nützliche Gewicht die Differenz der beiden ersteren nennt, so ergibt sich, dass in derselben Versuchsreihe das nützliche Gewicht bei irgend einem Werthe des Totalgewichtes d. h. bei irgend einer Stromstärke beinahe unverändert bleibt.

6. Das nützliche Gewicht ändert sich mit dem hygrometrischen Zustande der umgebenden Luft: es ist grösser bei trockener, kleiner bei feuchter Luft.

7. Auch die Distanz zwischen den beiden Scheiben (der festen und der beweglichen) übt einen Einfluss auf die Leistung des Elektromotors. Wächst die Distanz, so werden die Stromstärke und die nützliche Arbeit kleiner.

8. Der Elektromotor von Holtz hat ebenso wie die Volta'schen Ketten eine bestimmte elektromotorische Kraft und einen innern Widerstand; beide bleiben unverändert, so lange die Drehungsgeschwindigkeit und die Feuchtigkeit unverändert bleiben, allein sobald die eine von diesen variirt, ändert sich auch die eine oder andere von den ersteren.

9. Die elektromotorische Kraft der Holtz'schen Maschine bleibt bei allen Geschwindigkeiten constant, so lange der Feuchtigkeitsgrad constant ist.

10. Die elektromotorische Kraft variirt mit dem hygrometrischen Zustande und zwar so, dass sie bei Vergrösserung des Feuchtigkeitsgrades kleiner wird.

11. Der innere Widerstand des Elektromotors bleibt bei constant bleibender Drehungsgeschwindigkeit auch constant, welches auch der Feuchtigkeitsgrad sein mag.

Digitized by Google

12. Der innere Widerstand ändert sich mit der Aenderung der Geschwindigkeit; er wird kleiner, wenn die Drehungsgeschwindigkeit zunimmt, und zwar vermindern sich die Werthe des Widerstandes schneller als die Werthe der Geschwindigkeit wachsen.

13. Die nützlichen Gewichte stehen in geradem Verhältnisse mit den elektromotorischen Kräften.

14. Bei dem Holtz'schen Elektromotor sind die den verschiedenen Feuchtigkeitsgraden zugehörigen elektromotorischen Kräfte sehr gross im Vergleiche mit den elektromorischen Kräften der energischeren Volta'schen Erreger. Man hat für den Holtz'schen Elektromotor:

bei 0,69 relativer Feuchtigkeit $E = 433000$ Siemens $\times$ Weber,
„ 0,35 „ „ $E = 599000$ „ „
während für Daniell's Electromotor $E = 11,57$ „ „
während für Grove's Electromotor $E = 19,98$ „ „

Die grösste elektromotorische Kraft der Holtz'schen Maschine ist 51860 Mal grösser als die elektromotorische Kraft des Daniell'schen Erregers und 30030 Mal grösser als jene des Grove'schen Erregers.

15. Die den verschiedenen Drehungsgeschwindigkeiten zugehörigen inneren Widerstände der Holtz'schen Maschine sind ausserordentlich gross. Der kleinste innere Widerstand, welcher der Geschwindigkeit von 8 Umdrehungen per Sekunde — der grössten praktisch anwendbaren — zugehört, ist gleich 570 Millionen Siemens Einheiten, während bei 2 Umdrehungen per Sekunde der Widerstand gleich 2810 Millionen Siemens Einheiten wird.

16. Die Ströme der Elektrisirmaschinen befolgen das Ohm'sche Gesetz ebensogut wie jene, welche von anderen Erregern erzeugt werden. Wenn man also in der äusseren Leitung einer Elektrisirmaschine solche Widerstände einschaltet, welche nicht zu klein sind im Vergleiche zu dem sehr grossen inneren Widerstand des Elektromotors, so muss man Verminderungen in der Stromstärke wahrnehmen, wie es das Ohm'sche Gesetz verlangt. Gauss und Poggendorff konnten solche Verminderungen nicht bemerken, weil sie zu kleine äussere Widerstände einschalteten; diese Verminderungen wurden aber beträchtlich, sobald man einen Wasser-Rheostaten mit sehr grossem

Digitized by Google

Widerstande gebrauchte. Es ist somit die Richtigkeit und Brauchbarkeit des Ohm'schen Gesetzes auch für die Ströme der Elektrisir-Maschinen bewiesen.

17. Geschieht die Bewegung des Rotationsapparates durch die Schwere eines bestimmten Gewichtes, so wird man bemerken, dass wenn man nach und nach den äusseren Widerstand vergrössert, auch in diesem Falle die Stromstärke vermindert wird; der Widerstand adaptirt sich von selbst den von dem vergrösserten Widerstande begehrten Bedingungen, so dass die Drehungsgeschwindigkeit und somit auch die Fallhöhe des Gewichtes per Sekunde sich vermindert und daher auch analog wie bei den Volta'schen Ketten die ausgegebene Arbeit etwas kleiner wird.

18. Wenn man bei jedem Versuche die nützliche Arbeit per Sekunde durch die Totalwärme dividirt, welche von dem entwickelten Strome erzeugt werden konnte (diese Wärme durch die Joule'sche Formel berechnet), so erhält man eine fast constante Zahl. Der mittlere Werth von 17 Versuchen gab die Zahl 428, welche beinahe identisch mit dem Werthe 425 — dem mechanischen Aequivalent der Wärme-Einheit — ist.

Digitized by Google

Kleinere Mittheilungen.

Ueber den Spiegelhebel.

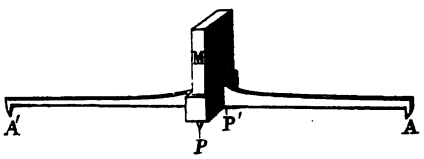
Von M. A. Cornu.

(D'Almeida's Journal de Physique. Janvier 1875.)

Die Nothwendigkeit geringe Längen in absolutem Maasse zu messen, hat mich auf eine Vorrichtung gebracht, die sich in einer grossen Anzahl von Fällen mit Erfolg anwenden lässt; ich will sie Spiegelhebel nennen und im Folgenden die Anwendung desselben zum Messen geringer Dicken beschreiben.

Denken wir uns einen Wagbalken (Figur 1), der auf einer Schneide oder noch besser auf zwei Spitzen P, P' aufliegt und an jedem seiner Enden eine Spitze A und A' trägt. In seiner Mitte trägt er einen Planspiegel, der parallel zur Verbindungslinie der beiden Spitzen P, P' und senkrecht zur Verbindungslinie der beiden anderen Spitzen A, A' aufgesetzt ist. Er ist

Fig. 1.

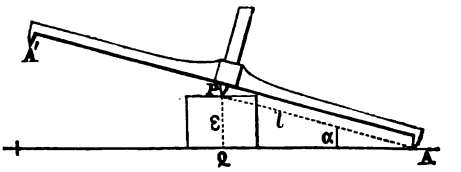


im labilen Gleichgewichte, wenn die Linie AA' horizontal steht; man richtet das Mittelstück so ein, dass der Schwerpunct so nahe als möglich mit der Achse AA' zusammenfällt.

Es sei der Hebel auf eine Ebene aufgesetzt und die vier Spitzen der Art regulirt, dass sie alle zugleich auf der Ebene aufsitzen. Bringen wir nun unter die Spitzen P, P' eine dünne Platte mit parallelen Flächen (Fig. 2), deren Dicke man bestimmen will, so wird

Digitized by Google

Fig. 2.



der Hebel nicht mehr auf den vier Spitzen aufsitzen, man wird ihn um die Achse PP' umkippen können.

Beobachtet man den Winkel, um welchen der Hebel bei dieser Drehung geneigt wird, (was mittelst eines Fernrohres und einer im Spiegel reflectirten Scala leicht geschehen kann), so kann man bei bekannter Länge des Hebels die verlangte Dicke ε der Platte finden. Denn in dem Dreiecke PAQ hat man

$$\sin PAQ = \frac{\varepsilon}{l},$$

wo l die halbe Länge des Hebels bezeichnet.

Beim Umkippen des Hebels wird dieser Winkel verdoppelt, die Reflexion verdoppelt ihn ebenfalls, so dass man das Vierfache des Winkels PAQ beobachtet.

Wenn die Dicke in Bezug auf die halbe Länge des Hebels gering ist, so kann man die Sinus und Tangenten mit den Bogen vertauschen und kann dann schreiben

$$\varepsilon = l\alpha,$$

wo α der vierte Theil des an der Scala abgelesenen Winkels ist, oder man hat

$$\frac{n - n'}{4D} = \alpha,$$

wo n und n' die äussersten im Fernrohre anvisirten Theilstriche und D die Distanz des Spiegels von der Scala bezeichnet.

Die beschriebene Beobachtung setzt voraus, dass die vier Spitzen in einer Ebene gelegen seien; man erreicht dies leicht, wenn man für A, A' die Spitzen von zwei Schrauben mit geringer Ganghöhe nimmt und dieselben so lange ein- und ausschraubt, bis das Umkippen des auf einer Ebene aufgesetzten Hebels immer kleiner und kleiner wird.

Allein man kann diese Regulirung mit Hilfe einer vorausgehenden Beobachtung umgehen. Denn nehmen wir an, die Linie AA' liege über der Rotationsachse PP' in einer Distanz h; kippt man dann

Digitized by Google

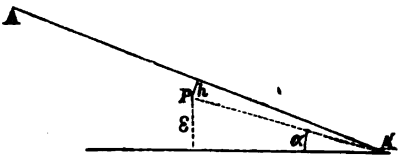
den Hebel auf einer Ebene um, so wird man einen Drehungswinkel α_0 beobachten, für welchen

$$\sin \alpha_0 = \frac{h}{l} \text{ oder einfach } \alpha_0 = \frac{h}{l}$$

ist, woraus man die Grösse h berechnen kann.

Will man nun eine andere Dicke ε (Fig. 3) messen, so entspricht die Winkelverstellung des Hebels der Summe des Winkels α_0 und des Winkels α, den man gemessen hätte, wenn h Null wäre.

Figur 3.



Man muss also von der Differenz $n - n'$ der bei der Messung an der Scala gemachten Ablesungen die Differenz $n_0 - n_0'$, die man bei der Anfangsbeobachtung mit dem Hebel allein erhalten hat, abziehen und hat alsdann

$$\varepsilon = l \cdot \frac{(n - n') - (n_0 - n'_0)}{4D}.$$

Der Apparat hat vor dem gewöhnlichen Sphärometer den Vorzug grosser Einfachheit und den, dass er absolute Messungen auszuführen gestattet.

Das vervollständigte Kathetometer.

Von F. W. Breithaupt und Sohn.

(Hiezu Tafel XV.)

Zu der bekannten Construction des Kathetometers wurden nachfolgende Vervollständigungen hinzugefügt, welche theils zur feineren Angabe des Apparates beitragen, theils die Berichtigung der einzelnen Theile zu einander gestatten und die sich an den von uns schon mehrfach gelieferten Kathetometern bestens bewährt haben.

Digitized by Google

Die feststehende Centralaxe, um welche sich die lange Büchse mit Prisma dreht, lässt sich durch eine besondere Cylinderlibelle von 10 Sekunden Angabe senkrecht stellen; letztere ist desshalb an jener Büchse unabhängig von anderen Theilen befestigt, damit der bei feineren Messungen erforderliche verticale Stand der Axe leicht beobachtet werden kann, um so mehr da alle anderen Prüfungen auf das richtige Einspielen dieser Libelle basiren. Die Verticalstellung der Axe wird ebenso wie bei einem Nivellir-Instrumente hergestellt und etwaige Abweichungen der Libelle werden halb an der Correctionsschraube derselben, und halb durch die Stellschrauben des Dreifusses berichtigt.

Das Prisma, dessen eingelegte Silberscala von 1 Meter Länge durchweg in Millimeter getheilt und mit einem Nonius für $1/20^{mm}$ versehen ist, lässt sich in eine senkrechte und parallele Lage zur Drehungsaxe bringen. Die zu diesem Zwecke von uns besonders construirte Anlege- oder Setzlibelle, welche an einem Winkel angebracht und drehbar ist, wird an die Fläche und Kanten des Prisma's angelegt und nach Erforderniss derselben das Prisma berichtigt, welches seitlich und hinten bezügliche Stellschrauben besitzt; bei dieser Correction ist auf die genaue senkrechte Stellung der Drehungsaxe, mittelst ihrer Libelle, wohl zu achten.

Nachdem die Fernrohrlibelle zuvor durch Umlegen geprüft und justirt ist, wird die rechtwinkelige Lage des Fernrohres zum Prisma hergestellt und zwar durch Zug- und Druckschrauben, die dem Fernrohrträger ein geringes Heben und Senken gestatten. Ist dies geschehen, so wird bei einer Drehung des ganzen Instrumentes um seine Centralaxe sowohl, als auch bei Auf- und Abbewegung des Schiebers die Blase der Fernrohrlibelle unverändert in der Mitte bleiben. Eine sehr scharfe Probe besteht darin, dass man ein entfernt liegendes Object mit dem Fernrohr einvisirt, letzteres dann in seinen Lagern umlegt, und den Apparat um 180° dreht, wonach das vorige Object vom Ocularkreuz wieder geschnitten werden muss, was bei einem exact gearbeiteten und gut rectificirten Instrumente erwartet werden darf.

Das im Ocular befindliche unveränderliche Kreuz ist auf Glas geschnitten, um hygroscopische und sonstige Störungen zu verhindern. Um die rechtwinkelige Lage des Fernrohres herzustellen, kann man den Träger auch an einem Ende zwischen Spitzen legen und am anderen Ende eine Elevationsschraube anbringen. Das Wesentliche

Digitized by Google

der für die vorgedachte Correction in Anwendung zu bringenden Setz- oder Anlegelibelle besteht einfach darin, dass die Libellenaxe mittelst der in der Figur ersichtlichen Correctionseinrichtung *a* genau gegen die Anlegefläche zu justiren ist. Die Prüfung geschieht durch Umsetzen des Winkels im senkrechten Sinn, wobei sich die Libelle zwischen ihren Spitzen umdreht. Verlässt hiernach bei gehörigem Anlegen die Blase die Mitte, so wird die Hälfte dieser Abweichung durch die Stellschrauben des Dreifusses und die andere durch die erwähnte Correctionsvorrichtung *a* beseitigt. Es bleibt jedoch zu erwähnen, dass vor obiger Prüfung zunächst die Parallelität der Libellenaxe gegen ihre Aufhängepuncte zu untersuchen ist, welches durch Umsetzen zwischen ihren Spitzen zu erreichen steht, und wird hierbei eine etwaige Abweichung der Blase zur Hälfte durch die Justirschraube *b* und zur anderen Hälfte durch die Vorrichtung *a* entfernt. Schliesslich ist noch die Prüfung und Berichtigung der Libelle in seitlicher Richtung vorzunehmen, welches in bekannter Weise durch die Schraube *c* geschieht. Diese Setz- oder Anlegelibelle dürfte sich auch zu anderen Zwecken z. B. beim Montiren von Maschinen etc. empfehlen. Was die eigenthümliche Construction der erwähnten Setzlibelle — die Aufhängung zwischen Spitzen — im Allgemeinen betrifft, so ist dieselbe von dem von uns vor längeren Jahren construirten Compensations-Niveau abgeleitet (s. Dingler's polytechn. Journal Bd. CLIV S. 401). In welcher Weise dieses Princip von anderen mechanischen Werkstätten verwerthet und theils als eigene Erfindung dargestellt wird, zeigt ein Artikel in diesem Repertorium Bd. IX S. 127 unter Hinzufügung einer der Construction ganz widersinnigen Einrichtung beziehungsweise Vereinfachung.

Cassel im Juni 1875.

Fr. Breithaupt.

Ein optischer Apparat.

Von E. Mach in Prag.

Herr Professor Mach theilte der Wiener Academie (Deren Anzeiger 1875 Nro. IV) mit, dass er bei Gelegenheit von Versuchen über die Doppelbrechung des Quarzes durch Druck, die er mit Herrn

Digitized by Google

Studiosus Merten angestellt hat, auf die Construction eines Apparates verfallen ist, welcher für manche Untersuchungen grosse Bequemlichkeit bietet.

Denkt man sich das mit einem kleinen achromatischen Prisma fest verbundene Ocularnicol eines Polarisationsapparates um seine Längsachse rasch gedreht, so erscheint jeder Punct des Objecttisches dem Beobachter als Kreis. Liegt z. B. ein senkrecht zur Achse geschnittener Quarz, der bis auf eine kleine Stelle durch einen schwarzen Schirm verdeckt ist, auf dem Objecttisch, so sieht der Beobachter einen Ring, in welchem alle den verschiedenen Azimuthen des Oculares entsprechenden Farben nebeneinander und zugleich erscheinen. Man kann dann z. B. auf einen Blick sehen, dass bei rechts drehendem Quarz der ganze Farbenkreis sich im Sinne des Vorzeigers dreht, wenn man den Quarz senkrecht auf die Achse drückt. Da sich nun die virtuellen Bilder dieses Apparates leicht in reelle verwandeln und auf einen Schirm projiciren lassen, so eignet er sich auch zur objectiven Darstellung vieler Erscheinungen z. B. der verschiedenen Polarisationsarten des Lichtes.

Man kann statt des achromatischen Prisma auch ein Prisma mit kleiner Dispersion anwenden und erhält dann eine übersichtliche spectrale Auflösung vieler Polarisationserscheinungen.

Ein rotirendes Nicol ist schon von Dove zu einem anderen Zwecke angewendet worden und Stefan hat mit Hilfe eines Kegelspiegels die Dispersion der Polarisationsebene im Quarz demonstrirt. Doch möchte der hier beschriebene Apparat schönere und exactere Bilder geben.

Versuche über anomale Dispersion mit Hilfe der Interferenz, angestellt im Prager physikalischen Institute.

Von G. v. Osnobischin.

(Wiener Academ. Anzeiger 1875 Nr. VII und X.)

Lässt man den einen der beiden interferirenden Strahlen durch eine Platte von normaler Dispersion hindurchtreten, so verschwindet im Allgemeinen die Interferenz wegen ungleicher Intensität der Strahlen in der Nähe der absorbirten Stellen des Spectrums, also

Digitized by Google

gerade dort, wo die Anomalie hervortreten sollte. Man kann aber die Interferenz wieder zum Vorschein bringen, indem man den stärkeren Lichtstrahl, ohne einen neuen Gangunterschied einzuführen, abschwächt. Bei manchen Versuchen gelingt dies einfach dadurch, dass man directes Sonnenlicht etwas seitwärts in die Apparate eintreten lässt.

Man kann aber auch polarisirtes Licht anwenden, den einen Strahl durch einen rechten, den andern durch einen linken Quarz von gleicher Dicke treten lassen, und die Interferenzerscheinung durch ein Nicol betrachten. Hiebei kann man durch Drehen des Nicols die Gleichheit der Strahlen an jeder beliebigen Stelle des Spectrums wieder erreichen.

Es wurden Versuche angestellt:

1) Mit den Billet'schen Halblinsen, bei Einschaltung einer Fuchsinplatte vor die eine Hälfte.
2) Mit einer Doppelspalte vor dem Objectiv eines Beugungs-Fernrohres bei Bedeckung der einen Spalte durch Fuchsin.
3) Mit den Jamin'schen Platten. Zwischen denselben befinden sich zwei gleiche, gleichmässig verdickbare Platten, von welchen die eine aus dem blossen Lösungsmittel, die andere aus dem Lösungsmittel und Fuchsin besteht. Der eine Strahl geht durch die Fuchsinlösung, der andere durch eine gleich dicke Schicht des blossen Lösungsmittels.
4) Endlich wurde auch eine Art Reversions-Refractometer angewandt, der auf dem Principe der Talbot'schen Streifen beruht.

Mehrere dieser Versuche bringen unmittelbar zur Anschauung, dass diejenigen Strahlen, welchen nach den Versuchen von Christiansen und Kundt die grössten Brechungsexponenten für Fuchsin zukommen, in demselben auch am meisten verzögert werden.

Der anschaulichste Versuch ist folgender: Mit dem Apparat 2 visirt man bei verticaler Doppelspalte einen hellen Punct an und setzt vor das Ocular ein Prisma[1] mit horizontaler brechender Kante. Es erscheint ein Streifensystem, welches von vollkommener verticaler Symmetrie, z. B. oben roth, unten violett ist, und dessen Streifen im Violett convergiren. Wird die Fuchsinplatte vor die linke Spalte gesetzt, so wird das Streifensystem nicht allein nach links verschoben, sondern auch S förmig gekrümmt, indem die Verschiebung für jede Stelle des Spectrums verschieden ist.

Die Erscheinung wird besonders schön und scharf, wenn man

Digitized by Google

die Breite der unbedeckten Spalte variabel macht und durch Verengerung die Intensitätsgleichheit der interferirenden Lichter herstellt. Es gelingt auch bei Beleuchtung des Newton'schen Glases durch eine Spalte, Abblendung des Oberflächenlichtes und spectrale Auflösung anomal gekrümmte und geknickte Interferenzstreifen wahrzunehmen, wenn man eine Fuchsinlösung zwischen die Gläser gebracht hat.

Die schon von Christiansen angewandte Methode der totalen Reflexion wurde modificirt. Betrachtet man eine lange horizontale Spalte durch ein total reflectirendes Prisma von verticaler brechender Kante und löst die Spalte durch ein Prisma mit horizontaler brechender Kante auf, so erscheint das Spectrum durch eine schiefe, dem Newton'schen „blauen Bogen" entsprechende Grenzcurve in einen dunkleren und helleren Theil zerschnitten. Beim Bedecken der reflectirenden Fläche mit Fuchsinlösung besteht aber diese Grenzcurve aus zwei von einander getrennten Aesten und hat ganz das Ansehen der Kundt'schen Dispersionscurve, die man durch Kreuzung eines Primas von normaler mit einem Prisma von anomaler Dispersion erhält. Dieselben Curven erhält man auch, soweit die Absorption nicht hinderlich ist, nach Newton's Verfahren im durchgelassenen Licht.

Nach dem erwähnten Verfahren lassen sich noch viele andere Erscheinungen demonstriren, z. B. die eigenthümliche relative Anomalie, welche bei der totalen Reflexion aus Flintglas in Cassialöl auftritt und die man combinirt mit einer normalen totalen Reflexion zur Herstellung homogenen Lichtes verwenden kann.

Es mag noch erwähnt werden, dass das Verschwinden mancher Fraunhofer'scher Linien bei dem Kundt'schen Verfahren sich einfach aus dem Umstande erklärt, dass Prismen von anomaler Dispersion zugleich beugende Spalten darstellen, welche für verschiedene Farben sehr ungleiche Breite haben. Die Annahme eines unbestimmten Brechungsexponenten wird dadurch unnöthig.

Ueber einen Schulapparat zur Bestimmung des mechanischen Wärme-Aequivalents.

Von H. J. Puluj in Fiume.

(Wiener Academ. Anzeiger 1875 Nr. X.)

Der Apparat ist von sehr einfacher Construction und besteht im Wesentlichen aus einem calorimetrischen und einem dynamometrischen

Digitized by Google

Theile, welche mit einer Schwungmaschine, wie sie in einem jeden physikalischen Cabinete vorkommt, passend verbunden werden.

Den calorimetrischen Theil des Apparates bilden zwei ineinander passende abgestutzte Hohlkegel aus Gusseisen, von denen der innere nicht ganz bis an den Boden des äusseren reicht und aus demselben etwas herausschaut. Der äussere Kegel kann in der verticalen Spule der Schwungmaschine coaxial festgeklemmt werden. Der innere Kegel enthält Quecksilber. Wird die Schwungmaschine in Bewegung gesetzt und der innere Kegel fest gehalten, so wird durch Reibung der Mantelflächen Wärme erzeugt.

Zur Messung der in Wärme umgesetzten Arbeit dient eine Vorrichtung, welche eine umgekehrte Anwendung des Prony'schen Zaumes ist. An den Holzdeckel des inneren Kegels ist ein leichter Holzbalken horizontal angeschraubt. Durch den Balken und Deckel geht eine Bohrung und dient zur Aufnahme des Thermometers. In einiger Entfernung vom Balken befindet sich in gleicher Höhe mit demselben eine fixe Rolle, über welche ein Faden, an dem eine Schale hängt, geschlungen und an dem Ende eines Balkenarmes befestigt ist. Der zweite Balkenarm dient als Gegengewicht. Wird die Schwungmaschine in Bewegung gesetzt, so reibt die Mantelfläche des äusseren Kegels an der des inneren und sucht den mit dem letzteren fest verbundenen Balken im Sinne der Bewegung zu drehen. Bei einer gewissen Belastung wird der horizontale Theil des Fadens mit der Achse des Balkens einen rechten Winkel einschliessen. Aus der Länge des Balkenarmes, Grösse der Belastung und Anzahl der Umdrehungen lässt sich die in Wärme umgesetzte Arbeit und aus dem Wasserwerthe des Calorimeters und der Temperaturzunahme auch die erzeugte Wärmemenge berechnen.

Die Mittheilung enthält auch die Entwickelung der Theorie des Apparates mit Berücksichtigung der vom Calorimeter ausgestrahlten Wärme, und schliesslich die numerische Berechnung der Werthe des mechanischen Wärmeäquivalentes aus 28 Versuchen. Der Mittelwerth jener Zahlen 425,2 mit dem mittleren Fehler $\pm$ 5,4 ist in bester Uebereinstimmung mit dem Joule'schen Resultate 424,9 und ist nicht nur als eine neue Bestätigung desselben, sondern auch als Maass der Genauigkeit zu betrachten, mit welcher die Versuche mit Hilfe dieses einfachen Apparates ausgeführt werden können. Die Versuche nehmen

Digitized by Google

auch sehr wenig Zeit in Anspruch. Der eigentliche Versuch dauert 30—60 Secunden, wesshalb auch der Apparat für Vorlesungszwecke empfehlenswerth sein dürfte.

Exner. Ueber den Durchgang der Gase durch Flüssigkeitslamellen.
(Wiener Academ. Anzeiger 1874 Nr. XXIV.)

Dass Gase eine Seifenblase zu durchdringen im Stande sind haben schon Draper und Marianini gezeigt, ohne jedoch quantitative Bestimmungen anzustellen oder überhaupt auf die Ursachen des Phänomens zurückzugehen. In der vorliegenden Arbeit sind nun quantitative Bestimmungen in dieser Hinsicht angestellt und zwar mit Luft, Leuchtgas, N, O, H, CO_2, H_2S und NH_3. Dieselben ergaben das Gesetz, dass die Diffusionsgeschwindigkeiten der Gase proportional seien dem Ausdrucke $\frac{C}{\sqrt{\delta}}$, wo C den Absorptionscoëfficienten des Gases für die Flüssigkeit, aus welcher die diffundirte Lamelle besteht, und δ die Dichte des Gases bedeutet. Für die Diffusionsgeschwindigkeiten der untersuchten Gase — die der Luft gleich 1 gesetzt — wurde durch Beobachtung gefunden:

N	= 0,86	CO_2	= 47,1
O	= 1,95	H_2S	= 165
Leuchtgas	= 2,27	NH_3	= 46000
H	= 3,77		

Innerhalb dieser ausserordentlich weiten Grenzen zwischen 0,86 und 46000 stimmen die Beobachtungen vollkommen mit der Formel $\frac{C}{\sqrt{\delta}}$ überein. Es wurden auch noch Versuche angestellt zur Ermittelung der absoluten Geschwindigkeit der Diffusion. Diese ergaben z. B. für die Diffusion von H in Luft durch eine Seifenlamelle, dass in einer Minute gleichzeitig $1{,}88^{cc}$ H und $0{,}50^{cc}$ Luft den Quadratcentimeter der Lamelle durchdringen.

Digitized by Google

Ueber Kältemischungen im Allgemeinen und speciell über jene aus Schnee und Schwefelsäure.

Von Prof. Pfaundler in Innsbruck.

In der Einleitung dieser der Wiener Academie (Anzeiger 1875 Nr. IX) mitgetheilten Abhandlung bespricht der Verfasser den Mangel quantitativer Angaben über die Effecte der gebräuchlichen Kältemischungen, sowohl hinsichtlich des erreichbaren Temperaturminimums als insbesondere der Mengen von Wärme, welche sie zu absorbiren vermögen. Er wendet sich dann zur Berechnung einer der bekannteren dieser Mischungen, nämlich der aus Schnee und Schwefelsäure, für welche die nöthigen Daten aus zwei vorausgegangenen Untersuchungen des Verfassers zur Verfügung standen.

Der erste Abschnitt ist den Mischungen aus Schnee und Monohydrat gewidmet. Die Gleichungen für die Wärme-, resp. Kältemengen und für die Temperaturen der Mischungen nach den verschiedenen Verhältnissen werden entwickelt und durch deren Differentiation die Orte und Grössen der Maxima der Wärme- und Temperatur-Entwickelung bestimmt. Ebenso wird jenes Verhältniss ermittelt, wo keine Temperaturänderung eintritt. Dann wird gezeigt, wie die Temperaturminima und damit die Kältemengen durch die Erstarrungstemperaturen der Mischung bedingt sind.

Es ergibt sich hieraus für diese Materialien ein erreichbares Temperaturminimum von — 22° C. Der Verfasser untersucht dann die Mischungen mit Schneeüberschuss, deren Temperaturen in einem ziemlich verwickelten Zusammenhange zu den Mischungsverhältnissen stehen. Die Rechnung führt aber zu dem practisch interessanten Resultate, dass gerade diese Mischungen, obwohl etwas weniger tief reichend, bei weitem die vortheilhafteren zu Abkühlungszwecken sind.

In dem zweiten Abschnitte wird gezeigt, dass die vortheilhafteste Säure für die Kältemischungen, die von der Formel

$$S\,O_4\,H_2 + 2.87\,H_2\,O$$

sei, deren Procentgehalt 66,19 beträgt.

Auch für diese Säure werden die Wärme- und Temperaturgleichungen für ihre Mischungen mit Schnee abgeleitet und unter Beiziehung der Gleichung für die Erstarrungstemperatur das Temperaturminimum zu — 37° C. berechnet, welches einem Gemische von 1 Theil Säure und 1,097 Theilen Schnee zukommt. Auch hier zeigt sich dann,

Digitized by Google

dass die Mischungen mit Schneeüberschuss für practische Zwecke eine hervorragende Bedeutung haben, indem ihre Abkühlungswerthe weitaus grösser sind als die anderen Gemische von tieferer Temperatur.

Im dritten Abschnitte werden die Ergebnisse der Theorie in eine practisch handsame Form gebracht und die Benützung einer die Resultate umfassenden Tabelle an mehreren Beispielen dargelegt.

Einige mitgetheilte Versuche zeigen die Uebereinstimmung der theoretisch gewonnenen Resultate mit der Erfahrung.

Im vierten Abschnitte wird auf theoretischem Wege eine eigenthümliche Mischungsmethode von Schnee mit Schwefelsäure abgeleitet, welche zur Erzeugung sehr tiefer Temperaturen, deren untere Grenze sich bis jetzt noch nicht bestimmen lässt, dienen kann. Es werden schliesslich die Grundzüge eines Apparates angedeutet, welcher es ermöglichen soll, solche tiefe Temperaturen auf einfache und continuirliche Weise hervorzubringen. Eine der Abhandlung beigegebene Tafel erläutert die etwas verwickelten Verhältnisse nach graphischer Methode.

Berichtigung.

In der Abhandlung des Herrn Dr. Schreiber über dessen Barothermographen im ersten Hefte ist ein wesentlicher Fehler stehen geblieben, indem es auf Seite 10, Formelsystem 4 heissen muss:

$$Y = -\frac{V}{C_0} \cdot \frac{T}{273} + \frac{l_0 + b_0 - h_0 - y_0}{273} T.$$

Digitized by Google

Ueber Hydrodiffusion.

Von

Jos. May in Wiesbaden.

(Aus dem Jahresberichte des kgl. Realgymnasiums in Wiesbaden.)

(Hiezu Tafel XVI.)

Schichtet man vorsichtig über eine Flüssigkeit eine andere, mit der ersteren mischbare von geringerem specifischen Gewicht, so findet ein allmähliger Uebergang der schwereren Flüssigkeit in die leichtere und umgekehrt statt. Dieser Vorgang, welchen man Diffusion genannt hat, dauert so lange, bis die beiden Flüssigkeiten gleichförmig gemischt sind, Ist die specifisch leichtere Flüssigkeit Wasser, so bezeichnet man den Process mit dem Namen Hydrodiffusion.

§ 1.

Die ersten eingehenden Versuche über Diffusion und speciell über Hydrodiffusion von Salzlösungen hat Graham[1]) angestellt. Er füllte „Solutionsgläser" (Fig. 1), die, um gleiche Gestalt zu erhalten, alle in derselben Form gegossen waren, bis an den Hals mit Salzlösungen, welche nach bekannten Gewichtsverhältnissen hergestellt waren, und brachte sie in grössere, theilweise mit Wasser gefüllte „Wassergefässe". Die Füllung des Halses geschah in folgender Weise. Eine vorher in Wasser getauchte Korkscheibe, die mit einem nach oben gerichteten hölzernen Stielchen versehen war, wurde auf die Lösung gelegt und ein spitzer, mit reinem Wasser gefüllter Schwamm so über das Stielchen gehalten, dass der aus demselben austretende Tropfen das Ende des Stielchens berührte; ein leichter Druck auf den Schwamm genügte, um ein langsames Herabfliessen des Tropfens zu bewirken. Zuletzt wurde das grössere Gefäss mit Wasser gefüllt,

1) Liebig Ann. Bd. 77 pag. 57 u. 129 u. Bd. 80 pag. 197.

Digitized by Google

so dass die Oberfläche desselben etwa einen Zoll höher, als der obere Rand des Solutionsglases lag. Nach einigen Tagen wurde die Diffusion in der Weise unterbrochen, dass das Solutionsglas mit einer Glasplatte verschlossen und aus dem Wassergefäss herausgenommen wurde. Die in das letztere übergegangene Menge von Salz, das Diffusionsproduct, wurde durch Eindampfen und Wägen bestimmt.

Die Resultate, welche Graham aus seinen zahlreichen Versuchen erhielt, sind folgende:

Bei gleichen Solutionsgläsern, welche mit Lösungen desselben Salzes von verschiedener Concentration gefüllt sind, verhalten sich die in gleichen Zeiten sich bildenden Diffusionsproducte wie die Gewichte des anfänglich in den Lösungen enthaltenen Salzes. Bei concentrirteren Lösungen verliert dieser Satz seine Giltigkeit.

Eine Erhöhung der Versuchstemperatur bewirkt eine Vermehrung des Diffusionsproductes.

Die Diffusionsproducte gleich concentrirter Lösungen verschiedener Salze bei gleichen Gefässen, gleicher Zeit und Temperatur sind verschieden. Gewisse isomorphe Salze geben unter gleichen Versuchsbedingungen gleiche Diffusionsproducte.

Diffundiren zwei verschiedene, mit einander gemischte Salzlösungen aus demselben Solutionsglas, so wird die Ungleichheit ihrer Diffusionsproducte vermehrt.

Doppelsalze können bei der Diffusion eine Zersetzung erleiden.

Graham betrachtet die unter gleichen Versuchsbedingungen bei verschiedenen Salzen erhaltenen Diffusionsproducte als ein Maass ihrer Diffusibilität. Das Unzulässige dieser Ansicht haben Beilstein[1]) und Voit[2]) dargethan.

Der erste, welcher den Diffusionsvorgang dem Calcül zugänglich machte und damit neue Anhaltspuncte für die weiteren Untersuchungen über diesen Gegenstand gab, war Fick[3]). Von der Annahme ausgehend, dass die Verbreitung eines gelösten Körpers in dem Lösungsmittel nach denselben Gesetzen vor sich geht, welche Fourier für die Verbreitung der Wärme in einem Leiter aufgestellt hat, gelangte

1) Liebig. Ann. Bd. 99 pag. 167.
2) Pogg. Ann. Bd. 130 pag. 231.
3) Pogg. Ann. Bd. 94 pag. 59.

Digitized by Google

er zu einer der Differentialgleichung für den Wärmestrom in cylindrischen oder prismatischen Stäben analogen für den Diffusionsstrom in cylindrischen oder prismatischen Gefässen[1]):

$$\left(\frac{du}{dt}\right) = k\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right) \ldots (1)$$

worin u die Concentration einer Schichte im Abstand x von der Oberfläche der Diffusionsflüssigkeit, t die seit Beginn des Versuches verflossene Zeit und k eine der Wärmeleitungsfähigkeit entsprechende, für verschiedene Salze verschiedene Werthe annehmende Constante, Diffusionsconstante genannt, bezeichnet.

Eine experimentelle Bestätigung dieser Gleichung und somit auch der oben gemachten Annahme gelang zwar nicht, doch konnte die dem speciellen Fall, dass der Diffusionsstrom zu einem stationären geworden, entsprechende Differentialgleichung in folgender Weise durch das Experiment verificirt werden.

In den Hals von Gefässen, die mit Kochsalz gefüllt waren, kittete er oben und unten offene Röhren und füllte die letzteren mit reinem Wasser. Nachdem er Gefäss sammt Röhre in einen grösseren Behälter gebracht hatte, überliess er den Apparat wochenlang sich selbst und erneuerte nur von Zeit zu Zeit das in dem grösseren Behälter befindliche Wasser.

Die unterste Schichte der Röhre hat in Folge ihrer Berührung mit dem Reservoir von Salzkrystallen fortwährend die Concentration der gesättigten Lösung, die oberste, an das reine Wasser stossende die Concentration Null. Es muss sich also schliesslich ein stationärer Zustand herstellen, der dadurch characterisirt ist, dass jede Schichte im Zeitelement von der vorhergehenden eben so viel Salz empfängt, als sie an die folgende abgibt, so dass die Concentration in allen Schichten von der Zeit unabhängig ist. Dieser Zustand, welcher durch die Gleichung:

$$\left(\frac{du}{dt}\right) = 0,$$

ausgedrückt wird, bleibt, wenn er sich einmal hergestellt hat, bestehen.

---

1) Die Ableitung dieser Differentialgleichung ist in dem folgenden Paragraphen zu finden.

Digitized by Google

Die Differentialgleichung (1) geht in diesem Fall in die Gleichung über:

$$\left(\frac{d^2 u}{dx^2}\right) = 0,$$

deren Integral:

$$u = a x + b \ldots\ldots (2)$$

den Satz ausdrückt: die Concentrationen nehmen von oben nach unten zu wie die Ordinaten einer Geraden.

Aus dem Gewicht, welches ein an dem Balken einer Wage aufgehängtes Glaskügelchen in den verschiedenen Schichten des Diffusionsgefässes zeigte, bestimmte er die specifischen Gewichte desselben und aus diesen ihre Concentrationen mittelst des Erfahrungssatzes, dass die Ueberschüsse der specifischen Gewichte über Eins den Concentrationen proportional sind. Die so berechneten Werthe für die Concentrationen der einzelnen Schichten entsprachen den aus dem obigen Integral hergeleiteten innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler.

Auch eine Bestimmung von k für Kochsalz wurde mit demselben Apparate versucht. Nach eingetretenem Beharrungszustand gilt die Gl. (2). Die Constanten a und b bestimmen sich aus den Bedingungen:

$$u = o \text{ für } x = o,$$
$$u = u_0 \text{ für } x = h,$$

wo u_0 die Concentration der gesättigten Lösung bedeutet, und wir erhalten

$$u = \frac{u_0}{h} x. \ldots (3)$$

Die in einem Zeitelement $d\,t$ durch den Querschnitt q eines cylindrischen oder prismatischen Gefässes strömende Salzmenge $d\,S$ wird den Fourier'schen Hypothesen zufolge nach folgender Formel gefunden:

$$d\,S = k\,q \left(\frac{du}{dx}\right) d\,t.$$

Durch Substitution des aus (3) hergeleiteten Werthes von $\left(\frac{du}{dx}\right)$ und Integration zwischen den Grenzen 0 und T erhalten wir die in der Zeit T durch irgend einen Querschnitt, also auch den obersten fliessende Salzmenge:

$$S = kq \frac{u_0}{h} T.$$

Digitized by Google

Die in dieser Gl. vorkommenden Grössen sind leicht zu ermitteln; S fand er, indem er das nach T in dem äusseren Behälter befindliche Salz durch Abheben, Eindampfen und Füllen mit einer titrirten Silberlösung bestimmte.

Die auf diese Weise berechneten Werthe von k schwanken zwischen beträchtlichen Grenzen, wahrscheinlich weil der bei der Berechnung derselben vorausgesetzte Beharrungszustand noch nicht eingetreten war.

Dies veranlasste Beilstein[1]) nach einem anderen Messungsverfahren die Bestimmung von k für eine Reihe von Salzen zu versuchen.

Er bog eine etwa 3 Zoll lange Glasröhre an ihrem unteren Ende um und schliff sie scharf über der Umbiegung ab; das obere Ende der Röhre zog er etwas aus und rieb einen Glasstöpsel ein. Das so hergestellte „Solutionsglas" (Fig. 2) tauchte er in eine Lösung von bekanntem Procentgehalt, verschloss es mit dem Glasstöpsel, während es noch mit Lösung bedeckt war, hob es heraus, trocknete es sorgfältig mit Fliesspapier ab und befestigte es auf die in der Figur angedeutete Weise in einem mit Wasser gefüllten Behälter. Nach 24 oder 48 Stunden unterbrach er den Versuch, indem er das Gläschen herausnahm, abtrocknete und in einen Porzellantiegel entleerte. Den Procentgehalt der rückständigen Lösung bestimmte er aus den Wägungen des Tiegels vor und nach dem Eindampfen und berechnete die Diffusionsconstante α aus der folgenden Gl.:

$$t=\frac{1}{\alpha f}\cdot\frac{A}{100}\cdot s_1\cdot log\left[\frac{s}{s_1}\cdot\frac{p}{p_1}\cdot\frac{100+p_1}{100+p}\cdot\cdot\cdot\frac{s}{s_1}\cdot\frac{p}{100+p}+\frac{p_1}{100+p_1}\right].$$

Diese Formel, worin t die Versuchszeit, f den Querschnitt, A das Volumen des Gläschens, s und s_1, p und p_1 die resp. specifischen Gewichte und Lösungsdichtigkeiten (Salzmenge auf 100 Theile Wasser) vor und nach der Diffusion bedeuten, ist der Ausdruck der folgenden Annahmen. In dem Solutionsglas stellt sich durch Strömung eine, wenn auch von Zeitelement zu Zeitelement abnehmende, doch in jedem Zeitelement für den Inhalt desselben gleichförmige Dichtigkeit der Lösung her. Die aus einer Schichte in die benachbarte überströmende Salzmenge ist proportional dem Dichtigkeitsunterschied dieser beiden Schichten. (Fourier'sche Hypothese.) Die äusserste Salzschichte des Gläschens stösst stets an reines Wasser.

---

1) Liebig Ann. Bd. 99, pag. 165.

Digitized by Google

Die verschiedenen für die Diffusionsconstante desselben Salzes aus Versuchen von verschiedener Dauer berechneten Werthe zeigen nicht unbedeutende Abweichungen von einander; stets sind die den Versuchen von längerer Dauer entsprechenden Werthe kleiner, als die den kürzeren entsprechenden. Dies muss um so mehr auffallen, als die Beilstein'sche Messungsmethode mit einer Fehlerquelle behaftet ist, die, wie wir sogleich zeigen werden, gerade das gegentheilige Endresultat erwarten lässt.

Das Entfernen des Solutionsgläschens aus der Lösung, das Abtrocknen und Einfügen desselben in den Kork und das Befestigen des letzteren in das Brettchen sind von Schwankungen begleitet, die ein mechanisches Ausspülen eines Theiles der Lösung bewirken. Beilstein schätzt die ausgespülte Lösung auf 0,05 Gr.; nach unserer Erfahrung dürfte sie etwas grösser sein. Dieser Verlust an Lösung verursacht einen Salzverlust, in Folge dessen der Procentgehalt der rückständigen Lösung (p_1) stets zu klein gefunden wird. Der Fehler in der Bestimmung von p_1 wird um so grösser werden, je geringer die schliessliche Dichtigkeit der Lösung ist; er wird also nach 48stündigem Versuch stets grösser als nach 24stündigem werden. Die Werthe von α nehmen aber, wie Beilstein pag. 195 gezeigt hat, in viel rascherem Maasse ab, als die p_1 zunehmen. Daraus folgt, dass sowohl die aus dem 24stündigen, als auch die aus dem 48stündigen Versuche hergeleitete Diffusionsconstante gegen die wirkliche zu gross ist, dass aber die letztere um mehr zu gross ist, als die erstere.

Während nun Beilstein geneigt ist, die oben erwähnten Abweichungen aus der Annahme zu erklären, dass die zweite (Fourier'sche Hypothese) nicht vollständig richtig sei, glauben Wild und Simmler[1]) den Grund derselben in dem Umstande suchen zu müssen, dass bei dem Beilstein'schen Messungsverfahren der ersten Annahme bezüglich der Dichtigkeit im Solutionsglas nicht entsprochen wird.

Welche von den beiden Erklärungen dieser Differenzen die richtige ist, können nur sorgfältige, nach anderen Untersuchungsmethoden angestellte Versuche feststellen.

Mehrere solcher Methoden, die auch, soweit sich dies auf den

1) Pogg. Ann. Bd. 100, pag. 234.

Digitized by Google

ersten Blick entscheiden lässt, sehr geeignet sind, exacte Resultate zu liefern, haben Wild und Simmler[1]) angedeutet.

Von der Fick'schen Differentialgleichung ausgehend, theilen sie ein von Neumann angegebenes Integral desselben mit und zeigen, wie die in demselben vorkommenden Constanten in einzelnen, zur experimentellen Prüfung geeigneten Fällen zu bestimmen sind.

Eine der so erhaltenen Gleichungen soll die Grundlage für unsere experimentelle Untersuchung abgeben; ich werde daher in dem folgenden § eine Ableitung derselben geben, und ich glaube dies um so mehr thun zu müssen, als die citirte Abhandlung die Aufstellung der Differentialgleichung gar nicht und bezüglich der Bestimmung der Constanten nur einige Andeutungen enthält, die blos für den mit der Integration der Gleichung für die Wärmebewegung Vertrauten verständlich sein dürften.

In Schlömilch's Zeitschrift veröffentlichte Beez drei Abhandlungen über Hydrodiffusion. In der ersten[2]) versucht er eine Ableitung der Differentialgleichung aus den folgenden Annahmen. „Der Salzstrom durchfliesst in gleichen Zeiten gleich dicke Schichten; die Menge, welche aus einer Schichte heraustritt, wird also um so grösser sein, je dünner die Schichte ist, also dx umgekehrt proportional. Zwei aufeinanderfolgende Schichten aber von ungleicher Concentration haben das Bestreben, sich chemisch ins Gleichgewicht zu setzen, d. h. so lange auf einander einzuwirken, bis in beiden gleiche Concentration eingetreten ist. Diese Zeit mag nun bei unendlich dünnen Schichten unendlich klein sein, indess wird sie bei verschiedenen Salzen nach dem Grade ihrer Affinität zum Wasser bald einen grösseren, bald einen kleineren Werth haben und wir können sie $= \frac{dt}{\alpha}$ setzen, wenn α einen Factor bedeutet, der proportional der Diffusionsgeschwindigkeit eines Salzes ist, wesshalb wir ihn den Diffusionscoëfficienten des Salzes nennen wollen." Er bezeichnet nun drei auf einander folgende Schichten des Diffusionsgefässes von derselben Dicke dx mit 0, 1, 2 und ihre resp. Querschnitte und Concentrationen mit Q_1, Q, Q^1 und u_1, u, u^1 und behauptet, damit chemisches Gleichgewicht eintrete, fliesse aus 0 in 1 eine Salzmenge:

1) Pogg. Ann. Bd. 100, pag. 217.
2) Schlöm. Zeitschrift f. Math. Bd. 4, pag. 212.

Digitized by Google

$$\left.\begin{array}{l} \alpha \dfrac{Q_1 u_1 - Q u}{2 d x} dt \\ \text{und aus } 1 \text{ in } 2: \\ \alpha \dfrac{Q u - Q_1 u_1}{2 d x} dt \end{array}\right\} (4).$$

Wie der Verfasser zu diesen Ausdrücken gelangt, ist uns ebensowenig wie dem Referenten über diese Abhandlung [1]) verständlich geworden.

Nach unserem Dafürhalten muss, damit sich *0* und *1* chemisch ins Gleichgewicht setzen, aus der ersteren Schichte in die zweite eine Salzmenge:

$$\frac{(Q_1 u_1 - Q u)\, d x}{2} \ldots (5)$$

überströmen. Die in beiden Schichten eintretende Concentration ist dann

$$\frac{Q_1 u_1 + Q u}{2} d x.$$

Dass die Gl. (*4*) in dem vom Verfasser genauer untersuchten Fall, wo $Q_1 = Q$, zur Fick'schen Differentialgleichung führen, darf uns nicht befremden, da sie in diesem Falle nur der Ausdruck der Fourier'schen Hypothesen sind.

Ein Integral dieser Differentialgleichung verschafft sich der Verfasser in folgender Weise. Er entwickelt u nach dem Maclaurin'schen Satz in eine nach steigenden Potenzen von x geordnete Reihe:

$$u = u_0 + x \left(\frac{du}{dx}\right)_0 + \frac{x^2}{1.2} \left(\frac{d^2 u}{dx^2}\right)_0 + \ldots$$

Durch Einführung von zwei willkürlichen Functionen von t, $\varphi(t)$ und $-\psi(t)$, auf welche sich dieses Integral und dessen Abgeleitete nach x reducirt, wenn $x = o$ gesetzt wird, ist er im Stande, in der obigen Reihe alle Differentialquotienten von ungerader Ordnung durch Abgeleitete von $\varphi(t)$ und alle von gerader Ordnung durch Abgeleitete von $\psi(t)$ auszudrücken.

Zur Bestimmung von $\varphi(t)$ benutzte er die schon von Fick gefundene Thatsache, dass, wenn man über eine Salzlösung Wasser schichtet, der Salzgehalt der Trennungsschichte, für welche $x = o$ ist, stets constant und gleich der Hälfte des ursprünglichen Gehaltes

1) Fortschritte d. Phys. im Jahre 1859 dargest. von d. phys. Gesellsch. zu Berlin.

Digitized by Google

u_0 ist. $\psi(t)$ bestimmte er experimentell. Er füllte einen kleinen Glascylinder mit Kupfervitriollösung, verschloss ihn mit einer Glasplatte, setzte ihn in ein grösseres Gefäss mit Wasser und hob die Glasplatte vertikal ab. Nachdem der Diffusionsstrom mehrere Stunden gedauert hatte, verschloss er den Cylinder wieder mit der Glasplatte, hob ihn heraus und wog ihn nach sorgfältigem Abtrocknen. Aus dem Gewichtsverlust, welchen der Cylinder nach der Diffusion zeigte, bestimmte er die ins grössere Gefäss übergetretene Salzmenge.

Nimmt man noch an, dass die aus dem Cylinder diffundirte Salzmenge dem anfänglichen Procentgehalt u_0 proportional ist, und reducirt die bei verschiedenen anfänglichen Concentrationen erhaltenen Diffusionsproducte auf gleiche anfängliche Concentration, so findet man, dass angenähert die diffundirten Salzmengen den Quadratwurzeln aus den Versuchszeiten proportional sind, dass also:

$$S = c\sqrt{t} \quad \ldots\ldots (6).$$

Herr Beez schreibt hier:

$$S = cQu_0\sqrt{t} \quad \ldots (6_1),$$

bedenkt aber nicht, dass er pag. 224

$$c = \frac{u_0}{\sqrt{2\alpha\pi}}$$

bestimmt, dass somit diese beiden Gleichungen den Satz ausdrücken: Die diffundirte Salzmenge ist dem Quadrate der anfänglichen Concentration proportional.

Dieselbe Salzmenge S, fährt der Verfasser fort, ist aber auch gleich derjenigen, welche seit Beginn des Versuches durch die oberste Schichte geflossen ist. Dieselbe ist:

$$S = Qu_0 \int_0^t \left(\frac{du}{dx}\right)_0 dt = Qu_0 \int_0^t \psi(t)dt \qquad (7_1)$$

Diese Gleichung müsste nach der vom Verfasser aufgestellten Gleichung (4) lauten:

$$S = -\frac{\alpha}{2} Q \int_0^t \left(\frac{du}{dx}\right)_0 dt = \frac{\alpha}{2} Q \int_0^t \psi(t)dt \qquad (7)$$

Aus der Combination der Gl. (6_1) und (7_1), bei welcher das zweimal irrthümlich eingeschobene u_0 wegfällt, erhält der Verfasser:

Digitized by Google

$$c\sqrt{t} = \int_0^t \psi(t)\,dt,$$

woraus sich durch Differentiation unmittelbar ergibt:

$$\psi(t) = \frac{c}{\sqrt{t}}.$$

Aus der Combination unserer Gl. (6) und (7) würden wir zwar einen andern Werth von $\psi(t)$ erhalten haben, allein das Endresultat würde doch dasselbe geworden sein, weil c sich anders bestimmt hätte.

Die Constante c bestimmte er für den Fall, dass in demselben Gefäss Wasser über eine Salzlösung geschichtet wurde, aus der Bedingung, dass für $x = \infty$, — die positiven x von der Trennungsfläche nach oben gerechnet —, während t endlich bleibt, die Concentration $u = o$ wird, und für den Fall, welcher zur Ermittelung von $\psi(t)$ benutzt wurde, aus der Bedingung, dass für $x = -\infty$, während t endlich bleibt, die Concentration $= u_0$ wird. Die so erhaltenen Werthe von u:

$$u = \frac{u_0}{2}\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\alpha t \pi}}\int_0^x e^{-\frac{x^2}{2\alpha t}}\,dx\right)$$

$$u = \frac{2u_0}{\sqrt{2\alpha t \pi}}\int_0^x e^{-\frac{x^2}{2\alpha t}}\,dx$$

gelten in Folge der Bestimmung von c nur für Gefässe, die nach beiden, oder nach einer Seite hin sich in's Unendliche erstrecken; sie gelten aber auch, wie sofort einleuchtet, für endliche Gefässe so lange, als der Diffusionsstrom noch nicht an der obersten oder untersten Grenze der Flüssigkeit angelangt ist.

Auch eine experimentelle Prüfung der ersteren dieser Formeln wurde bei einer Kupfervitriollösung vorgenommen. Er bestimmte nach der schon von Fick angewandten Methode die Concentration verschiedener, von der Trennungsfläche um bekannte Strecken abstehender Schichten und berechnete hieraus die Constante α für jede einzelne Schichte.

Wenngleich nun auch die einzelnen für α erhaltenen Werthe nicht unerheblich von einander abweichen, so sind doch die aus

Digitized by Google

mehreren Versuchsreihen gezogenen Mittelwerthe fast zusammenfallend, und es zeigen die mittelst dieser Mittelwerthe berechneten Concentrationen genügende Uebereinstimmung mit den beobachteten.

In einer zweiten Abhandlung [1]) versucht Herr Beez „die Diffusions-Gesetze ohne Hilfe von partiellen Differentialen und ohne experimentelle Bestimmung der im allgemeinen Integral vorkommenden willkürlichen Funktionen aus dem Princip des chemischen Gleichgewichts zu entwickeln", versucht er mit anderen Worten, mittelst der Annahme, dass die aus einer Schichte in die benachbarte in einem Zeitelement überströmende Salzmenge:

$$= \frac{Q\,(u_1 - u)}{2}\,dx \quad \ldots \quad (5)$$

ist, zu Gleichungen zu gelangen, die aus der Annahme hervorgegangen sind, dass dieselbe Salzmenge:

$$= \frac{\alpha Q\,(u_1 - u)}{2\,dx}\,dt \quad \ldots \quad (4)$$

ist.

Der Versuch gelingt offenbar am besten, wenn der Verfasser an irgend einer Stelle von der ersteren der mitgetheilten Gleichungen zu der letzteren übergeht. Wo er diesen Uebergang macht, dürfte nicht schwer aufzufinden sein.

Pag. 333 sagt er: „Wenn aber seit Beginn des Versuches $(2n + 1)$ Zeittheilchen verflossen sind, so werden diese für ein unendliches n einer endlichen Zeit proportional gesetzt werden können, die nach der Stärke der Affinität des Salzes zum Wasser verschieden ist. Man kann daher, wenn man die Dauer eines solchen Zeittheilchens $= k^2$ setzt, wo k als unendlich kleine Grösse anzusehen ist, die verflossene Zeit $(2n + 1)\,k^2$ gleich einer bestimmten Zahl t von endlichen Zeiteinheiten, multiplicirt mit einem constanten Factor α, annehmen. Dieser Factor α ist aber nichts anderes, als der Diffusionscoëfficient, welcher die Geschwindigkeit angibt, mit der das Salz aus einer Schichte in die nächstfolgende überströmt. Es sei daher:

$$(2n + 1)\,k^2 = \alpha t,$$

woraus sich, wenn man 1 gegen $2n$ verschwinden lässt, ergibt:

$$n = \frac{\alpha t}{2k^2}."$$

---

1) Schlöm. Zeitsch. f. Math. Bd. 7, pag. 327

Digitized by Google

Etwas weiter unten fährt der Verfasser fort: „Die $(2r + 1)$te Schichte aber hat dieselbe Concentration als die $(2r)$te, und wir können daher beide als eine einzige Schichte von gleicher Concentration, aber von doppelter Dicke, als bisher, auffassen. Hätten wir nun die Dicke einer bisherigen Schichte k genannt (was uns erlaubt sein muss, da wir über die Theilung des vom Diffusionsstrom durchlaufenen Raumes noch völlig freie Hand haben), so würden wir die Dicke der nunmehrigen Schichten, die wir dx nennen wollen, gleich $2k$ setzen können, oder:

$$k = \frac{dx}{2}.“$$

Substituiren wir diesen Werth von k in die letzte Gleichung und schreiben dt an Stelle von $2\frac{t}{n}$, so erhalten wir:

$$\alpha\, dt = (dx)^2.$$

Die linke Seite dieser Gleichung in den Zähler, die rechte in den Nenner des Ausdrucks (5) gesetzt, gibt richtig den Ausdruck (4).

Es lässt sich nun leicht erweisen, dass die den Uebergang von (5) zu (4) vermittelnde Gleichung nur eine Folgerung aus den Fourier'schen Hypothesen ist, mit anderen Worten, dass Herr Beez die Diffusionsgesetze nicht aus dem Princip des chemischen Gleichgewichts, sondern aus diesem unter Zuhilfenahme der Fourier'schen Hypothesen hergeleitet hat. Nach den letzteren Hypothesen ist die aus einer Schichte in die benachbarte überströmende Salzmenge dS:

$$dS = \alpha \frac{Q\,(u_1 - u)}{dx}\, dt,$$

woraus sich ergibt:

$$\alpha = \frac{dS \,.\, dx}{Q\,(u_1 - u)\, dt}.$$

Nun bedeutet dS eine Salzmenge; u und u_1 bezeichnen Dichtigkeiten, d. h. Salzmengen in der Volumeneinheit. Daraus folgt, dass $\frac{dS}{u_1 - u}$ ein Volumen oder einen Ausdruck dritter Dimension in Bezug auf eine Strecke darstellt. Wenn wir nun noch berücksichtigen, dass Q ein Ausdruck zweiter Dimension in Bezug auf eine Strecke ist, so sehen wir, dass der Diffusionscoëfficient α gleich dem Quadrat

Digitized by Google

einer Strecke, dividirt durch eine Zeit, ist, dass also, wenn wir die erstere Grösse mit dx, die letztere mit dt bezeichnen:

$$\alpha = \frac{(dx)^2}{dt}.$$

Die dritte von Beez veröffentlichte Abhandlung[1]) enthält neben der Entwicklung eines allgemeinen Integrals der Fick'schen Differential-Gleichung die Bestimmung der in demselben vorkommenden Constanten für vier besondere, zum Theil schon von Wild und Simmler behandelte Fälle. Zugleich zeigt dieselbe, wie aus den allgemeinen, für begrenzte Cylinder und Prismen geltenden Integralen die vom Verfasser früher entwickelten, für einseitig oder beiderseitig unbegrenzte Gefässe geltenden hergeleitet werden können. Ausser diesen, theilweise durch neue Betrachtungsweisen gewonnenen Resultaten liefert die Arbeit noch einige schätzenswerthe Beiträge zur Kenntniss des Diffusionsstromes; sie enthält den analytischen Nachweis, dass für reelle t und x nur reelle u der Fick'schen Differentialgleichung genügen, dass u für $t = \infty$ sich einem constanten Werth ohne Ende nähert, dass in dem pag. 194 betrachteten Fall die Concentration der Trennungsschichte stets $= \frac{u_0}{2}$ bleibt, und dass in dem pag. 193 erörterten Fall die Menge des aus dem Gefäss geflossenen Salzes der Quadratwurzel aus der Diffusionszeit proportional ist. Auf die am Schluss angefügte Betrachtung, welche den Werth der verschiedenen Integrale zur Ermittelung der Diffusionsconstanten festzustellen sucht, werde ich geeigneten Orts nochmals zurückkommen.

Eine Reihe von Versuchen zur Bestimmung der Diffusionsconstanten des Rohr- und Traubenzuckers wurde von Voit[2]) angestellt. Die Methode, die er dabei verfolgte, war der zweiten von Wild und Simmler vorgeschlagenen nachgebildet. In ein Kästchen, welches aus planparallelen Glasplatten zusammengesetzt war, wurde bis zu einer bestimmten Marke destillirtes Wasser, und dann mittelst eines feinen bis auf den Boden des Kästchens gehenden Trichters die Zuckerlösung eingefüllt, bis diese gerade an die erwähnte Marke reichte. Nach passenden Zeiträumen wurde die Concentration in verschiedenen Abständen von der Oberfläche der Diffusionsflüssigkeit mit

1) Schlöm. Zeitschrift f. Math. Bd. 10, pag. 358.
2) Pogg. Ann. Bd. 130, pag. 227 u. pag. 393.

Digitized by Google

Hülfe eines Saccharimeters, welches an dem Schlitten eines Kathetometers befestigt war, bestimmt, und aus den gewissen Schichten entsprechenden Concentrationen die Berechnung der Diffusionsconstanten nach einer von Wild angegebenen Formel ausgeführt.

Die auf diese Weise für die Diffusionsconstante des Rohr- und Traubenzuckers erhaltenen Werthe schwanken zwischen bedeutenden Grenzen. Dass aber diese Schwankungen keineswegs auf ein Nichtvorhandensein der Diffusionsconstante oder, was dasselbe ist, auf die Unhaltbarkeit der Fourier'schen Annahmen hindeuten, dass sie vielmehr in der Methode selbst begründet sind, zeigt Voit in folgender Weise. Er stellte die einzelnen Versuche graphisch dar, indem er die Concentrationen als Abscissen und die ihnen entsprechenden Abstände von der Oberfläche als Ordinaten annahm. So erhielt er für jede Versuchsreihe eine Reihe von Curven, welche zeigten, wie sich die Concentration in einer bestimmten Höhe mit der Zeit und zu einer bestimmten Zeit mit der Höhe ändert. Da nun die Concentration der Mittelschichte stets gleich $\frac{u_0}{2}$ ist, so sollten sich alle Curven in einem Puncte schneiden. Es ist dies aber in keiner Zeichnung wirklich der Fall. Näherungsweise schneiden sich die Curven wohl in einem Puncte; dieser ist aber eine beträchtliche Strecke unterhalb des Punctes, wo sie sich der Theorie zufolge schneiden müssten. Diese Erscheinung wird in der folgenden Bemerkung ihre Erklärung finden.

Die Menge des in dem Diffusionskasten enthaltenen Zuckers ist während der ganzen Beobachtungsdauer constant. Da nun die Fläche, welche irgend eine der Concentrationscurven aus dem Coordinatenraum ausschneidet, der in der Lösung befindlichen Zuckermenge proportional ist, so sollte auch diese constant bleiben. Eine Berechnung der Fläche wurde vorgenommen und es ergab sich, dass die Zuckermenge sich anfänglich aus den Versuchen zu klein berechnet, dass sie dann wächst und erst nach einiger Zeit mit der wirklichen übereinstimmt. Das regelmässige Wachsen der Zahlen kann nicht in der Ungenauigkeit der Beobachtung liegen, sondern nur darin beruhen, dass die Angaben des Saccharimeters im Moment der Mischung unrichtig sind. Beim Beginn der Versuche, wenn die Concentrationsunterschiede der einzelnen Schichten noch grösser sind, gibt das Saccharimeter einen viel zu kleinen Zuckergehalt an, und erst, wenn die Mischung eine ziemlich vollständige ist, werden die Angaben desselben richtiger.

Digitized by Google

Will man also genaue Werthe für die Diffusionsconstante erhalten, so muss man entweder an den mit dem Saccharimeter an einem beliebigen Tage beobachteten Concentrationen eine durch das Experiment zu ermittelnde Correctur anbringen oder erst abwarten, bis die Saccharimeterangaben richtig sind, was man daraus erkennt, dass die aus allen Beobachtungen eines Tages gefolgerte Zuckermenge wenigstens näherungsweise mit der beim Beginn der Diffusion gefundenen Menge übereinstimmt.

Voit schlug den letzteren Weg ein und fand, dass die Diffusionsconstante für Rohrzucker bei einer Temperatur von 14—15° C. = 0,3144 und für Traubenzucker bei derselben Temperatur = 0,3180 ist.

In Maxwell's Theory of Heat[1]) finden wir, dass W. Thomson ebenfalls Versuche über Diffusion nach der folgenden Methode angestellt hat. In ein Gefäss, welches eine Salzlösung und darüber destillirtes Wasser enthielt, brachte er eine Reihe von Glaskugeln, deren specifische Gewichte zwischen denen der Lösung und des Wassers lagen. Anfangs schwammen die Kugeln sämmtlich in der Trennungsfläche der beiden Flüssigkeiten; aber sobald die Diffusion begann, trennten sie sich von einander und zeigten durch ihre Stellung das specifische Gewicht der Flüssigkeit in verschiedenen Tiefen an. Um nun die Concentration der Lösung an irgend einer Stelle zu ermitteln, brauchte er nur die Kugel, die an derselben schwamm, in eine vorher gewogene Wassermenge zu bringen und das Salz zu bestimmen, welches er dem Wasser zusetzen musste, damit die Kugel in demselben schwamm.

Ob W. Thomson bei seinen Versuchen blos die Ermittelung der Diffusionsgesetze im Auge hatte, oder ob er auch die Bestimmung der Diffusionsconstanten versucht hat, konnten wir aus der betreffenden Stelle nicht ersehen, und die Originalabhandlung konnten wir uns nicht verschaffen. Jedenfalls dürften, wenn nach dieser Methode eine Bestimmung der Constanten versucht wurde, die für dieselben erhaltenen Werthe nicht sehr übereinstimmend gewesen sein, denn etwas weiter unten[2]) wünscht Maxwell exacte Bestimmungen der Diffusionscoëfficienten der Salze als wichtige Data für die Moleculartheorie dieser Körper.

§ 2.

Schon am Eingang der Abhandlung wurde erwähnt, dass, wenn man in einem Gefäss destillirtes Wasser über eine Salzlösung giesst,

1) Third edition, pag. 254.

2) pag. 259.

Digitized by Google

ein Ueberströmen der Salztheilchen in das destillirte Wasser stattfindet. Jedenfalls wird dieses Ueberströmen des Salzes aus einer Schichte in die benachbarte durch den Concentrationsunterschied derselben bedingt, denn es hört ganz auf, sobald dieser Null wird, und wird um so stärker, je grösser dieser wird. Die einfachste Annahme über die Menge des aus einer Schicht in die darauffolgende übertretenden Salzes ist, dass dieselbe dem Concentrationsunterschied der beiden Schichten proportional ist.

Da nun diese Annahme einer der von Fourier über Verbreitung der Wärme in Leitern aufgestellten und mit so viel Erfolg auf die Wärmeerscheinungen angewandten Hypothesen entspricht, so verfiel, wie bereits erwähnt wurde, Fick auf den glücklichen Gedanken, die sämmtlichen Fourier'schen Hypothesen über den Wärmestrom auf den Diffusionsstrom zu übertragen und gelangte so zu einer Differential-Gleichung der Diffusionsbewegung, deren Ableitung uns sogleich beschäftigen soll.

Nehmen wir der Einfachheit halber an, wir hätten ein bis zu einer gewissen Höhe mit Salzlösung und von da ab mit Wasser gefülltes Gefäss von constantem Querschnitt, — also ein prismatisches oder cylindrisches, — genau vertical gestellt. Nachdem Diffusion eingetreten ist, ist die Concentration u, d. h. die Quantität (Gewicht) Salz, welche in der Volumeneinheit enthalten ist, in jeder Horizontalschichte des Diffusionsgefässes constant und variirt blos mit der Entfernung x dieser Schichte von der Oberfläche der Diffusionsflüssigkeit und mit der Zeit t; es ist also:

$$u = f(x,t).$$

Die den Fourier'schen Hypothesen entsprechenden über den Diffusionsstrom lauten: die Salzmenge dS, welche im Zeitelement durch irgend eine Horizontalschichte x fliesst, ist proportional dem in gleichem Zeitmoment stattfindenden Unterschied der Concentration in dieser und der nächst benachbarten, um die unendlich kleine Grösse dx davon abstehenden Schichte, proportional der Grösse q des Querschnittes des Gefässes und der Grösse dt des Zeitelements, endlich umgekehrt proportional der Entfernung dx der beiden Schichten, somit gleich:

$$dS = kq\left(\frac{dx}{du}\right)dt, \quad (1)$$

wo k eine blos von der Natur des Salzes abhängende Constante bedeutet.

Digitized by Google

Pag. 188 wurde bereits gezeigt, dass diese Gleichung nach eingetretenem Beharrungszustand in die folgende übergeht:

$$S = kq \frac{u_0}{h} T, \ldots (2)$$

aus welcher wir die nachstehende Definition von k herleiten können: Die Diffusionsconstante k repräsentirt diejenige Salzmenge, welche beim stationären Zustand in der Zeiteinheit durch die Einheit des Querschnittes fliessen würde, wenn auf die Längeneinheit ein Concentrationsunterschied gleich Eins vorhanden wäre.

Nach diesen vorbereitenden Erklärungen gehen wir zur Herleitung der Differentialgleichung der Diffusionsbewegung über und bezeichnen zu diesem Zweck vier aufeinanderfolgende, von oben nach unten gerechnete, um dx von einander abstehende Querschnitte des Diffusionsgefässes durch M, N, O, P. Die Concentration sei zur Zeit t von M bis N gleich u, von N bis O gleich $u + \left(\frac{du}{dx}\right) dx = u'$ und von O bis P gleich $u' + \left(\frac{du'}{dx}\right) dx$.

Die Concentration u der zwischen M und N liegenden Schichte erfährt in dem Zeitelement dt eine Aenderung gleich $\left(\frac{du}{dt}\right) dt$; die Salzmenge dieser Schichte von dem Volumen qdx wird sich also in dieser Zeit um:

$$\left(\frac{du}{dt}\right) dtqdx \ldots (3)$$

vermehren.

Diese Salzvermehrung tritt dadurch ein, dass in dem Zeitelement dt bei N mehr Salz einströmt, als bei M abfliesst. Die bei N einströmende Salzmenge ist aber nach den Fourier'schen Hypothesen:

$$= kq \left(\frac{du'}{dx}\right) dt,$$

und die bei M abfliessende:

$$= kq \left(\frac{du}{dx}\right) dt.$$

Der Unterschied der beiden Salzmengen gibt die in der zwischen M und N gelegenen Schichte eintretende Zunahme an Salz:

$$= kq \left[\left(\frac{du'}{dx}\right) - \left(\frac{du}{dx}\right)\right] dt = kq \left(\frac{d^2u}{dx^2}\right) dx\, dt \ldots (4)$$

Digitized by Google

Aus der Gleichsetzung der beiden Ausdrücke (3) und (4) entsteht die schon mehrfach erwähnte Differentialgleichung:

$$\left(\frac{du}{dt}\right) = k\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right) \ldots \quad (5)$$

Das von Neumann angegebene particuläre Integral dieser Differentialgleichung ist:

$$u = e^{-m^2kt}(A \operatorname{Cos} mx + B \operatorname{Sin} mx), \quad (6)$$

worin A, B und m Constante sind, deren Bestimmung wir für folgenden Fall versuchen wollen.

Ein kleiner Cylinder mit Salzlösung steht vertikal in dem oberen Theil eines grösseren, mit Wasser gefüllten Behälters. Die Salzlösung diffundirt in die darüber befindliche Wasserschichte, fällt aber vermöge ihres specifischen Gewichtes sofort auf den Boden des äusseren Gefässes.

An dem oberen Rand des Gläschens haben wir daher stets reines Wasser oder die Concentration Null d. h.

$$\text{für } x = o \text{ ist } u = o,$$

und am Boden desselben tritt kein Salz aus, d. h.

$$\left(\frac{du}{dx}\right)_{x=h} = o.$$

Aus diesen beiden Bedingungen folgt:

$$A = o;\ \operatorname{Cos} mh = o, \text{ also } m = \frac{2p+1}{2h}\pi, \quad (7)$$

wo p alle Werthe von o bis ∞ annehmen kann.

Die Constante B bestimmt sich in folgender Weise. Es sei:

$$X = \alpha \operatorname{Sin} mx,$$

worin α irgend eine Constante bedeutet. Nach Multiplication der Gl. (5) mit Xdx und Integration zwischen den Grenzen o und h erhalten wir:

$$\left(\frac{d\int_o^h Xu\,dx}{dt}\right) = k\int_o^h \left(\frac{d^2u}{dx^2}\right) Xdx. \quad (8)$$

Durch zweimalige theilweise Integration findet man:

$$\int_o^h \left(\frac{d^2u}{dx^2}\right) Xdx = \left[X\left(\frac{du}{dx}\right)\right]_o^h - \left[u\frac{dX}{dx}\right]_o^h + \int_o^h u\frac{d^2X}{dx^2}dx,$$

oder mit Berücksichtigung der folgenden vier Gleichungen:

Digitized by Google

$$\left(\frac{du}{dx}\right) = o \text{ für } x = h,$$
$$X = o \quad „ \quad x = o,$$
$$\frac{dX}{dx} = o \quad „ \quad x = h,$$
$$u = o \quad „ \quad x = o,$$

$$\int_o^h \left(\frac{d^2u}{dx^2}\right) X dx = \int_o^h u \frac{d^2X}{dx^2} dx.$$

Nun ist aber:

$$\frac{d^2X}{dx^2} = -\alpha m^2 \operatorname{Sin} mx = -m^2 X,$$

also auch:

$$\int_o^h \left(\frac{d^2u}{dx^2}\right) X dx = -\left(\frac{2p+1}{2h}\pi\right)^2 \int_o^h X u dx. \qquad (9)$$

Durch Combination von (8) und (9) erhalten wir:

$$\frac{d\int_o^h X u dx}{dt} = -\left(\frac{2p+1}{2h}\pi\right)^2 k \int_o^h X u dx,$$

woraus sich durch Integration ergiebt:

$$\log \int_o^h X u dx = -\left(\frac{2p+1}{2h}\pi\right)^2 kt + C,$$

oder:

$$\int_o^h X u dx = De^{-\left(\frac{2p+1}{2h}\pi\right)^2 kt}. \qquad (10)$$

Die Constante D bestimmt sich aus der Bedingung, dass beim Beginn des Versuches die Concentration im ganzen Gläschen constant, dass also für $t = o$ der Werth von u gleich u_0 ist:

$$D = u_0 \int_o^h X dx.$$

Digitized by Google

Gl. (10) wird somit:

$$\int_o^h X u dx = u_0 e^{-\left(\frac{2p+1}{2h}\pi\right)^2 kt} \int_o^h X dx,$$

woraus sich nach Substitution der Werthe von X und u und mit Berücksichtigung, dass

$$\int_o^h (\mathrm{Sin}\, m x)^2 dx = \frac{h}{2},$$

der folgende Werth von B ergibt:

$$B = \frac{2u_0}{h} \int_o^h \mathrm{Sin} mx dx, = \frac{4u_0}{(2p+1)\pi} \ldots (11)$$

Die Werthe für A, B und m aus (7) und 11 in (6) gesetzt, erhalten wir für die Concentration u an irgend einer Stelle des Gläschens:

$$u = \frac{4u_0}{\pi} \sum_{p=o}^{p=\infty} \frac{1}{2p+1} \cdot e^{-\left(\frac{2p+1}{2h}\pi\right)^2 kt} \mathrm{Sin} \frac{(2p+1)\pi}{2h} x. \quad (12)$$

Den Salzverlust des Gläschens oder die Salzmenge Q_0, welche in der Zeit T (vom Anfang des Versuchs an gerechnet) durch den obersten Querschnitt geflossen ist, findet man nach Gl. (1):

$$Q_0 = kq \int_o^T \left(\frac{du}{dx}\right)_{x=o} dt,$$

$$= \frac{2u_0\, kq}{h} \int_o^T \sum_{p=o}^{p=\infty} e^{-\left(\frac{2p+1}{2h}\pi\right)^2 kt} dt,$$

$$= \frac{8u_0\, qh}{\pi^2} \left[\sum_{p=o}^{p=\infty} \frac{1}{(2p+1)^2} - \sum_{p=o}^{p=\infty} \frac{1}{(2p+1)^2} e^{-\left(\frac{2p+1}{2h}\pi\right)^2 k\bar{T}} \right].$$

Digitized by Google

Nun ist aber:

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \ldots = \frac{\pi^2}{8},$$

also auch:

$$Q_0 = u_0 q h \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{p=0}^{p=\infty} \frac{1}{(2p+1)^2} e^{-\left(\frac{2p+1}{2h}\pi\right)^2 k T} \right].$$

Die Glieder der unendlichen Reihe convergiren sehr rasch, und da wir über die Grössen h und T verfügen können, so lässt es sich so einrichten, dass schon das zweite Glied neben dem ersten verschwindet und dann haben wir:

$$Q_0 = u_0 q h \left[1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-\left(\frac{\pi}{2h}\right)^2 k T} \right],$$

woraus folgt:

$$k = \frac{4h^2}{\pi^2 T} \left[\log\left(\frac{8}{\pi^2}\right) - \log\left(1 - \frac{Q_0}{u_0 q h}\right) \right]. \quad (13)$$

Zur Bestimmung von k brauchen wir also nur die Höhe des Gläschens, die Dauer des Versuches und das Verhältniss des während des Versuches ausgetretenen Salzes zu dem anfänglichen Salzgehalt zu kennen.

Wie schon pag. 194 erwähnt wurde, leitete Beez aus der Gl. (12) die folgende her, welche nur so lange gilt, als der Diffusionsstrom noch nicht die untere Grenze des Gefässes erreicht hat:

$$u = \frac{u_0}{\sqrt{kt\pi}} \int_0^x e^{-\frac{x^2}{4kt}} dx.$$

Aus dieser ergibt sich mit Berücksichtigung von (1):

$$Q_0 = 2q \frac{u_0}{\sqrt{\pi}} \sqrt{kT}, \text{ oder: } k = \frac{Q^2{}_0 \pi}{4 u^2{}_0 q^2 T}. \quad (14)$$

Herr Beez vergleicht die beiden Formeln (13) und (14) zur Berechnung von k und glaubt der letzteren ihrer Einfachheit und Genauigkeit wegen den Vorzug geben zu müssen.

Digitized by Google

Worin die grössere Genauigkeit der Formel (14) bestehen soll, konnten wir nicht ergründen. Nach unserem Dafürhalten sind beide Formeln gleich ungenau, weil sie nicht allgemein gültig sind; die erstere ist es erst von einem bestimmten Zeitmoment an, die letztere ist es blos bis zu einem solchen. Der Zeitpunkt, wann die eine Formel ihre Gültigkeit erlangt, die andere verliert, lässt sich nicht a priori bestimmen und muss, falls man bezüglich der Richtigkeit der Resultate sicher sein will, für jedes Salz besonders ermittelt werden.

Ein Vorzug der Formel (14) scheint darin zu liegen, dass sie schon nach kürzeren Versuchen die Berechnung von k gestattet. Allein bei kürzeren Versuchen erhält man auch kleinere Q_0, und ein Fehler in der Bestimmung desselben um 1 Mlgr., — ein Fehler, der, wie wir sehen werden, immer möglich ist, — wird schon k um ein Beträchtliches fehlerhaft machen.

Exacte Resultate können nur aus Versuchen von grösserer Dauer gewonnen werden. Schreitet man zur Berechnung derselben, so hat man, falls man Cylinder von hinreichender Länge angewandt hat, die Wahl zwischen den Formeln (13) und (14). In beiden Formeln kommt die übergetretene Salzmenge, die Versuchszeit und eine Dimension des Gläschens vor; sie unterscheiden sich nur dadurch von einander, dass die erstere noch die anfängliche Salzmenge des Gläschens $u_0\, q\, h$, die letztere die anfängliche Concentration u_0 enthält. $u_0\, q\, h$ lässt sich, wie aus dem folgenden § hervorgehen wird, leicht und genau bestimmen; u_0 wird wegen der eintretenden Contraktion [1]) stets etwas fehlerhaft gefunden. Mit Rücksicht hierauf möchten wir uns eher für die erstere Formel entscheiden.

Natürlich kann nun, nachdem wir uns aus sachlichen Gründen für Formel (13) ausgesprochen haben, die von Herrn Beez hervorgehobene Einfachheit von Formel (14), in Folge deren wir bei der Berechnung eines jeden Versuchs einige Minuten Zeit sparen würden, nicht mehr in Betracht kommen.

---

1) Die Grösse dieser Contraktion kann man aus dem folgenden Beispiel, welches den neuesten Untersuchungen über die Dichtigkeit der Salzlösungen bei verschiedenen Concentrationen von P. A. Favre und C. A. Valson (Compt. rend. T. LXXIX, p. 968.) entnommen ist, bemessen. Das Aquivalent von wasserfreiem schwefelsauren Zink hat ein Volumen von 23,7 CC.; wenn man es in einem Liter Wasser auflöst, beträgt das Volumen nur noch 997 CC., so dass einzig durch Auflösung eine Zusammenziehung des ganzen Volumens um 26,7 CC. erfolgt.

Digitized by Google

§ 3.

Soll ein Apparat zur Bestimmung der Diffusionsconstanten nach der am Schlusse des vorigen §. entwickelten Formel (13) exacte Resultate geben, so muss er vor Allem folgenden zwei Bedingungen genügen: er muss ein regulirbares, keine Störungen des Diffusionsvorganges veranlassendes Ein- und Ablassen des Ausspülwassers und genaue Horizontalstellung des oberen Randes des Solutionsglases gestatten. Diesen beiden Anforderungen glauben wir bei dem von uns hergestellten Apparat in folgender Weise entsprochen zu haben. Das Ein- und Ablassen des Wassers geschieht mittelst einiger Handgriffe an Theilen des Apparates, die in keiner starren Verbindung mit dem Diffusionsgefäss stehen, und das Solutionsglas ist beim Einsetzen in das Diffusionsgefäss mit einer planparallelen Glasplatte verschlossen, welche das Aufsetzen einer Dosenlibelle erlaubt. Doch eine vollständige Beschreibung des Apparates wird ein besseres Urtheil über die Brauchbarkeit desselben geben.

Eine Glasflasche A (Fig. 3) hat drei Hälse B, C, D; B dient zur Aufnahme eines Thermometers, C zu der eines Trichters; D ist durch einen von zwei Glasröhren E_1, E_2 durchsetzten Stöpsel verschlossen. Diese Glasröhren sind ausserhalb der Flasche A etwas zur Seite gebogen und stehen durch zwei, mittelst der Quetschhähne F_1, F_2 verschliessbare Gummischläuche G_1, G_2 mit den an den Wänden der beiden Diffusionsgefässe K_1, K_2 angekitteten Hebern H_1, H_2 in Verbindung. Die Heber sind (*Fig. 4*) nochmals besonders gezeichnet; aus dieser Zeichnung ist zugleich ersichtlich, wie dieselben an den ausserhalb der Diffusionsgefässe befindlichen Enden durch Quetschhähne I_1, I_2 verschlossen werden können. An die Wand eines jeden Diffussionsgefässes ist ausserdem noch eine bis auf den Boden desselben reichende, unten in eine feine Spitze ausgezogene Glasröhre angekittet; dieselbe steht durch einen Gummischlauch L mit dem Becherglas M in Verbindung. In jedem Diffusionsgefäss befindet sich ein hölzernes, mit Blei ausgegossenes Stativ N für das Solutionsglas.

Bei der Herstellung der Solutionsgläser waren wir besonders darauf bedacht, dass sie, wie es die Fick'sche Differentialgleichung verlangt, überall gleichen Querschnitt hatten. Wir wählten desshalb aus einer Reihe von Röhren eine genau cylindrische aus, die, wie uns Spiegelungsversuche zeigten, keine Unebenheiten im Innern hatte. Von

Digitized by Google

dieser sprengten wir mehrere Stücke, schliffen sie senkrecht zur Achse ab und kitteten mattgeschliffene Glasplatten als Böden daran.

Bei den mit diesem Apparat angestellten Versuchen verfuhren wir in folgender Weise. Zuerst stellten wir uns eine Lösung von bekanntem Salzgehalt her, füllten damit zwei Solutionsgläser und verschlossen diese durch mattgeschliffene Glasplatten. Diese Glasplatten, welche auf die oberen Ränder der Solutionsgläser so gut passten, dass man die letzteren ohne Gefahr umdrehen konnte, ermöglichten ein genaues Wägen der gefüllten Gläser. Das vorher bestimmte Gewicht der Solutionsgläser nebst Deckel von dem der gefüllten Gläser abgezogen gab das Gewicht der Lösung, aus welcher leicht die Grösse $u_0\ q\ h$ bestimmt werden konnte.

Nachdem wir das Solutionsglas — wir werden von jetzt ab nur noch den einen der symmetrischen Theile des Apparats berücksichtigen — auf das Stativ des Diffusionsgefässes gebracht und letzteres so lange justirt hatten, bis die auf die Deckelplatte des Solutionsglases aufgesetzte Libelle genaue Horizontalstellung anzeigte, befestigten wir mittelst einer Feder von dünnem Messingblech auf den Deckel eine ebenso grosse Korkscheibe, an welche ein zu einer Schlinge gebogener, feiner Draht befestigt war.

Nun wurden die sämmtlichen Quetschhähne des Apparates geschlossen und A mit Wasser gefüllt. Ein Oeffnen des Quetschhahnes F_1 bewirkte ein Ueberströmen des Wassers aus A in K_1. Nachdem K_1 bis an den Deckel des Solutionsglases gefüllt war, wurde F_1 geschlossen, der Schlauch L angesogen und in das ebenfalls mit Wasser gefüllte Becherglas M gebracht. Aus diesem floss nun ein durch Heben und Senken von M leicht regulirbarer Strom in das Diffusionsgefäss und verursachte ein allmähliches Steigen des Flüssigkeitsniveaus in demselben. Nach einiger Zeit trennte sich die Deckelplatte langsam von dem Solutionsglas und stieg mit der äusseren Flüssigkeit vertikal in die Höhe.

Hatte der Versuch so lange gedauert, dass man einen Einfluss der vom Boden des äusseren Gefässes ausgehenden Diffusion befürchten musste, so musste das Ausspülwasser abgelassen werden. Dies bewerkstelligten wir durch die folgenden Manipulationen. Nachdem wir die mit dem Kork versehene Deckelplatte durch vorsichtiges Ziehen an einem Seidenfaden, der an der oben erwähnten Schlinge befestigt war, langsam an die Wand des Diffusionsgefässes gebracht hatten, senkten

Digitized by Google

wir etwas das Becherglas M und leiteten dadurch einen langsamen Strom aus dem Diffusionsgefäss in das Becherglas ein. War in Folge dieses Abfliessens das Niveau der äusseren Flüssigkeit und mit diesem die Deckelplatte schon unter den oberen Rand des Solutionsglases gesunken, so wurde der Quetschhahn I_1 geöffnet und ein rasches Abströmen durch den stets gefüllten Heber bewirkt. Die Deckelplatte konnte nun leicht aus dem Diffusionsgefäss entfernt werden.

Das abermalige Füllen des äusseren Gefässes geschah durch Schliessen von I_1, — A wurde stets gefüllt gehalten — Oeffnen von F_1, Ansaugen von L u. s. w.

Nach beendigtem Versuch musste noch die übergetretene Salzmenge Q_0 bestimmt werden. Dies geschah in folgender Weise. Nachdem das Wasser des Diffusionsgefässes abgelassen und ein Theil der rückständigen Lösung aus dem auf dem Stative stehenden Solutionsglas mit einer Pipette in ein Kochfläschchen übergeführt worden war, wurde das Solutionsglas entfernt und der Rest der Lösung nach mehrmaligem sorgfältigen Ausspülen mit destillirtem Wasser in das Fläschchen entleert. Das Kochfläschchen wurde aus später hervortretenden Gründen mit einem von zwei gebogenen Glasröhren durchsetzten Stöpsel verschlossen und konnte nun als Spritzflasche benutzt werden. Aus dem Gewicht der gefüllten und leeren Flasche bestimmte sich das Gewicht der eingefüllten Lösung. Zwei Portionen derselben, deren Gewicht durch den Gewichtsverlust der Spritzflasche angegeben wurde, wurden in zwei Platintiegel gespritzt und eingedampft. Das Gewicht dieser Abdampfprodukte liefs auf die Salzmenge nach der Diffusion schliessen; aus dieser und $u_0\ q\ h$ konnte nun leicht Q_0 berechnet werden.

Hatte man nun noch auf den Beginn und das Ende des Versuches und auf die Dauer der einzelnen Unterbrechungen geachtet, so hatte man alle zur Bestimmung von k erforderlichen Grössen.

Unser Untersuchungsverfahren ist mit einer Reihe von Fehlerquellen behaftet, deren Einfluss jetzt beiläufig abgeschätzt werden soll.

Die Bestimmung von $u_0\ q\ h$ und Q_0 geschieht aus Wägungen von Flüssigkeiten, die wegen der eintretenden Verdunstung stets mehr oder minder fehlerhaft sind. Wenn man aber bedenkt, dass eine Verdunstung von 5 Mlgr. bei einer 5-prozentigen Lösung $u_0\ q\ h$ und Q_0 erst um 0,25 Mlgr. fehlerhaft finden lässt, und dass so starke Verdunstungen bei unsern Wägungen geradezu unmöglich sind, weil bei den-

Digitized by Google

selben die Flüssigkeit mit der äusseren Luft entweder gar nicht, oder nur durch zwei feine Oeffnungen communicirt, so wird man sich eine ungefähre Vorstellung von dem aus dieser Quelle stammenden Fehler machen können.

Bei dem Aufsteigen der Deckelplatte beobachteten wir stets, dass dieselbe einen Theil der Salzlösung aus dem Solutionsglas mitnahm. Versuche mit einer concentrirten Lösung von übermangansaurem Kali zeigten uns immer ein schmales, die Mitte der Oeffnung des Solutionsglases mit der Mitte der Deckelplatte verbindendes Band, dessen Ausdehnung und geringe Färbung uns auf den geringen Einfluss dieser Fehlerquelle schliessen liess. Bei diesen Versuchen hatten wir zugleich Gelegenheit zu beobachten, dass bei vorsichtigem Ein- und Ablassen des Ausspülwassers niemals Salzlösung verloren ging.

Ein weiterer Fehler ist in dem Abdampfen der Lösung begründet. Um uns einen Begriff von der Grösse desselben zu verschaffen, haben wir stets zwei Portionen der Lösung eingedampft und aus jedem Abdampfprodukt den Salzgehalt der Lösung berechnet. Beim schwefelsauren Kali zeigten die beiden so erhaltenen Werthe im Maximum einen Unterschied von 1 Mlgr. Bei anderen sich leicht zersetzenden oder verflüchtigenden Salzen dürfte der Unterschied etwas grösser ausfallen.

Nach der soeben ausführlich beschriebenen und bezüglich ihrer Fehlerquellen untersuchten Methode wurden am Schluss des Sommersemesters noch einige Versuche ausgeführt. Trotzdem dass sich bei der Berechnung derselben ergab, dass sie zur Bestimmung von k ungeeignet waren, werde ich wenigstens einen derselben mittheilen, einmal um ein Bild von dem ganzen Rechnungsverfahren zu geben, und dann um das über den Einfluss der zuletzt betrachteten Fehlerquelle Gesagte bestätigen zu können.

Die zu Grund gelegte Längen-, Zeit- und Gewichtseinheit ist der Centimeter, der Tag und das Gramm. Die Temperatur des zu dem Versuch benutzten Kellerraums schwankte während desselben zwischen 15^0 und $15{,}7^0$ C.

7,19871 Gr. [1]) schwefelsaures Kali lösten wir in 150,159 Gr. Wasser auf und füllten mit dieser Lösung ein 5,34 Cmtr. hohes Solutionsglas.

1) Die sämmtlichen mitgetheilten Gewichte sind mit Rücksicht auf die Fehler des Gewichtsatzes und die verdrängte Luft corrigirt; bei letzterer Correktur ist die Volumenänderung durch die Wärme vernachlässigt.

Digitized by Google

Das Gewicht der eingefüllten Lösung bestimmte sich aus der Gewichts-Differenz zwischen dem leeren und gefüllten Gefäss gleich 63,8766 Gr. Hieraus ergiebt sich $u_0\, q\, h = 2{,}92219$ Gr. Nachdem der Versuch 1,7389 Tage gedauert hatte, wurde die rückständige Lösung in das Kochfläschchen gefüllt und ihr Gewicht gleich 70,3290 Gr. gefunden.

Von dieser Lösung wurden 23,6526 Gr. und 15,5707 Gr. in zwei Platintiegel gespritzt und eingedampft. Die Abdampfprodukte wogen 0,75123 Gr. und 0,49438 Gr., woraus sich die ganze Salzmenge der rückständigen Lösung gleich 2,23372 Gr. und 2,23299 Gr. berechnete. Mit Berücksichtigung des Mittelwerthes dieser beiden Zahlen 2,23335 finden wir $Q_0 = 0{,}68884$ Gr.

Durch Einführung der für $u_0 q h$, Q_0, T und h gefundenen Werthe in der Formel:

$$k = \frac{4h^2}{\pi^2 T}\left[\log\left(\frac{8}{\pi^2}\right) - \log\left(1 - \frac{Q_0}{u_0 q h}\right)\right]$$

erhalten wir für die Diffusionsconstante des schwefelsauren Kalis bei einer Temperatur von 15—16° C. den Werth 0,3897.

Die eben benutzte Formel wurde, wie man sich erinnern wird, aus der Gl.:

$$Q_0 = u_0 q h\left[1 - \frac{8}{\pi^2}\sum_{p=0}^{p=\infty}\frac{1}{(2p+1)^2}\, e^{-\left(\frac{2p+1}{2h}\pi\right)^2 k T}\right]$$

dadurch hergeleitet, dass in ihr alle Glieder der unendlichen Reihe vom zweiten ab vernachlässigt wurden. Daraus folgt, dass sie nur auf Versuche angewandt werden darf, in welchen die Grössen h und T so gewählt sind, dass in der unendlichen Reihe alle Glieder vom zweiten ab gegen das erste verschwinden. Um zu entscheiden, ob dies bei unserem Versuche der Fall war, haben wir das erste und zweite Glied berechnet. Die für dieselben gefundenen Werthe 0,94305 und 0,06555 zeigen, dass die Anwendung der obigen Formel unstatthaft war, und dass der aus derselben entwickelte Werth von k zu verwerfen ist.

Um einen Anhaltspunkt für die weiteren Versuche zu gewinnen, haben wir unter der Annahme, der eben gefundene Werth für k sei richtig, berechnet, bei welcher Versuchszeit das zweite Glied der un-

Digitized by Google

endlichen Reihe kleiner als 0,001 würde, und gefunden, dass dieses erst nach etwa 15,5 Tagen der Fall sein würde. Wir hätten nun mit Berücksichtigung dieses Resultates einen neuen Versuch anstellen und mit Benutzung des aus demselben entspringenden Werthes von k nochmals den Einfluss des zweiten Gliedes prüfen müssen.

Leider war dies dem Verfasser nicht mehr vergönnt. Schon in den ersten Tagen der Herbstferien wurde er von einem heftigen Catarrh befallen, welcher ihn während des Wintersemesters seine Lehrthätigkeit einzustellen und ein milderes Klima aufzusuchen zwang.

Hoffentlich wird er unter Einfluss des letzteren bald genesen und so im Stande sein, die unterbrochene Untersuchung von Neuem wieder aufzunehmen.

Vernex-Montreux, den 6. Februar 1875.

Digitized by Google

Ueber die Gestalt und die Lage der Interferenzstreifen in Jamin's Interferenzapparat.

Von

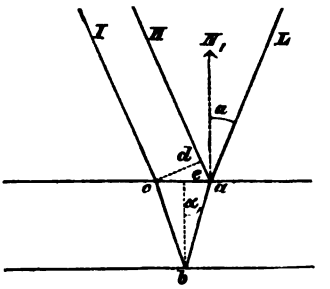
D. Bobylew in St. Petersburg.

Bei der Beschreibung seines Refractometers und bei der Erklärung der in demselben erzeugten Interferenzstreifen, drückt sich Jamin mehrfach unrichtig aus; so sagt er z. B. auf pag. 539 des III. Theiles seines bekannten Lehrbuchs, die Streifen seien horizontal und verschöben sich selbst parallel, wenn der bewegliche Spiegel um die senkrechte Achse gedreht werde; ferner behauptet er pag. 545, dass bei einer Drehung desselben Spiegels um die horizontale Achse die Streifen nicht verschoben werden, sondern nur in der Breite zu- oder abnehmen. In Wirklichkeit werden aber die Streifen nie horizontal, ja sie können sogar vertikal gestellt werden; auch die übrigen citirten Angaben sind nicht richtig. Diese Unrichtigkeit in den Angaben veranlasste mich die Erscheinung geometrisch genauer zu untersuchen und ich glaube diese Untersuchung bietet genug Interesse um die Resultate derselben bekannt machen zu dürfen.

In Jamin's Apparat wird in der Regel die Interferenzerscheinung zwischen Strahlen zweiter Ordnung beobachtet, d. h. zwischen solchen Strahlen, welche eine zweimalige Reflexion erlitten haben, das eine Mal an der Vorderfläche des ersten Spiegels, das zweite Mal an der Hinterfläche des zweiten, oder auch umgekehrt. Alle übrigen Strahlen, die auch mit einander interferiren können, heissen Strahlen höherer Ordnung und sollen hier nicht weiter berücksichtigt werden.

Digitized by Google

Fig. 1.



Ein jeder Strahl L (Fig. 1), welcher auf den ersten Spiegel, dessen Normale N sei, fällt, theilt sich: in den Strahl II, welcher von der Vorderfläche des Spiegels reflectirt wird, ferner in den Strahl I, der eine Reflexion an der Hinterfläche erleidet und dann schliesslich noch in eine ganze Reihe von Strahlen, welche sich im Innern des Glases, an beiden Grenzflächen desselben, vielfach spiegeln, die wir aber, wie gesagt, nicht weiter untersuchen wollen.

Es hält nicht schwer den Gangunterschied zwischen den Strahlen I und II zu bestimmen.

Vom Punkte a bis zur Linie cd durchläuft der Strahl I im Glase den Weg abc, der Strahl II in der Luft den Weg ad; es bleibt daher der Strahl I hinter II zurück um den Weg:

$$n.2.\overline{ab} - \overline{ad} \text{ in der Luft,}$$

wo n den Brechungsexponenten bezeichnet. Nun ist aber:

$$\overline{ab} = \frac{\overline{eb}}{\text{Cos}\,\alpha_1} = \frac{D}{\text{Cos}\,\alpha_1},$$

wenn wir mit D die Dicke der Platte oder des Spiegels bezeichnen; ferner ist:

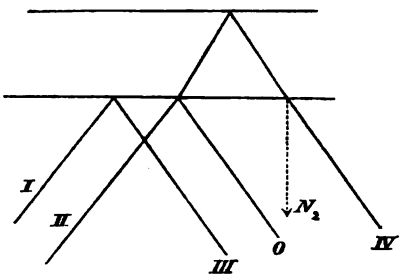
$$\overline{ad} = \overline{ac}.\,\text{Sin}\,\alpha = \overline{ac}\,n.\,\text{Sin}\,\alpha_1 = 2.\,\overline{ae}.\,n.\,\text{Sin}\,\alpha,$$
$$= 2.D.\,tg\alpha_1\,.\,n.\text{Sin}\,\alpha, = \frac{2.D.n.\text{Sin}^2\,\alpha_1}{\text{Cos}\,\alpha_1}$$

Daher wird der Gangunterschied zwischen den Strahlen I und II ausgedrückt durch:

$$n.2.\overline{ab} - \overline{ad} = 2.\,D.\,n.\,\text{Cos}\,\alpha_1 = 2.\,D.\,\sqrt{n^2 - \text{Sin}^2\,\alpha}.$$

Digitized by Google

Fig. 2.



Fällt nun der Strahl *I* auf den zweiten Spiegel unter dem Einfaltswinkel β, so giebt er nach der Reflexion an der Vorderfläche den Strahl *III* (Fig. 2), der Strahl *II* hingegen, nach einer Reflexion an der Hinterfläche den Strahl *IV*. Um den Gangunterschied zwischen diesen zwei reflectirten Strahlen zu erhalten wollen wir den Strahl *O* zu Hülfe ziehen. Zwischen *O* und *III* besteht offenbar derselbe Gangunterschied wie zwischen *I* und *II*, wovon man sich leicht überzeugt; der Unterschied aber zwischen *O* und *IV* beträgt

$$-2.D.\sqrt{n^2-\mathrm{Sin}^2\beta}.$$

Folglich beträgt der gesuchte Gangunterschied zwischen *III* u. *IV*

$$2D.(\sqrt{n^2-\mathrm{Sin}^2\alpha}-\sqrt{n^2-\mathrm{Sin}^2\beta}) \quad . \quad . \quad . \qquad (1)$$

Wir wollen nun annehmen, dass die reflectirenden Flächen des ersten Spiegels senkrecht stehen und dass der zweite Spiegel um zwei Axen drehbar sei, von denen die eine senkrecht, die zweite hingegen horizontal und den reflectirenden Flächen parallel gerichtet sei. Der erste Spiegel werde von diffussem Tageslichte oder von einer künstlichen Lichtquelle so beleuchtet, dass auf jeden Punct der Spiegelfläche Lichtstrahlen in allen möglichen Richtungen auffallen. Ein jeder von allen Strahlen nun, welche den ersten Spiegel unter ein und demselben Einfallswinkel z. B. α treffen, gibt nach der Reflexion je zwei Strahlen und alle solche Strahlenpaare werden von dem zweiten Spiegel unter demselben Winkel z. B. β reflectirt. Aus dem Ausdrucke (1) sieht man, dass für die zwei Strahlen aller solchen Paare ein und derselbe Gangunterschied besteht.

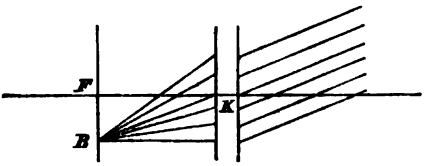
Die Interferenzstreifen sieht man schon mit blossem Auge, sie werden aber viel schöner sichtbar bei Anwendung eines Fernrohrs von

Digitized by Google

schwacher Vergrösserung und grossem Gesichtsfelde[1]). Am besten sieht man die Interferenzerscheinung, wenn man durch das Ocular auf die Focalfläche des Objectivs einstellt, genau so wie man nach Fraunhofers Methode die Beugungserscheinungen in einem Diffractionsgitter beobachtet.

Bei solcher Einstellung des Fernrohrs werden alle einander parallelen Strahlenpaare in einem Puncte B (Fig. 3) der Focalfläche des Objectivs zusammentreffen;

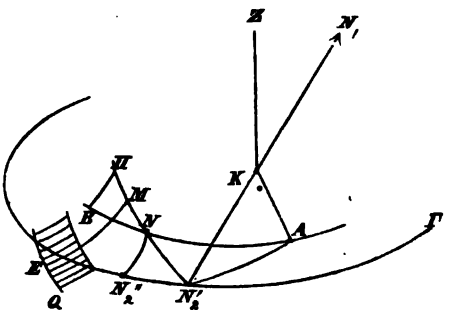
Fig. 3.



in diesem Puncte interferiren denn auch die Strahlen eines jeden Strahlenpaares und offenbar werden alle Paare genau in demselben Interferenzzustande sein. Was die Lage des Punctes B in der Focalfläche anbetrifft, so findet man sie, wenn man aus dem zweiten Knotenpuncte K des Objectives die Linie KB den auf das Objectiv fallenden Strahlen parallel zieht.

Nach Allem, was wir auseinandergesetzt haben, können wir nun die Interferenzerscheinung folgendermassen construiren.

Fig. 4.



Um den Punct K denken wir uns eine Kugel vom Halbmesser KF — die Brennweite des Objectivs — gezogen. Durch denselben Punct K legen wir die Richtung KZ (Fig. 4) parallel zur verticalen Drehaxe des zweiten Spiegels; ferner eine horizontale Ebene, welche

1) Ein solches Fernrohr ist an dem Apparate des physicalischen Cabinets der Universität in St. Petersburg angebracht.

Digitized by Google

die Kugel im grössten Kreise Γ schneidet, und endlich die Richtung KN_1 parallel zur Normale des ersten Spiegels. Stände der zweite Spiegel dem ersten völlig parallel, so wäre seine Normale KN_2' der ersten KN_1 gerade entgegengerichtet. Wir wollen indessen annehmen, dass der zweite Spiegel aus dieser Lage abgelenkt sei und zwar dadurch, dass er um die vertikale Axe um den Winkel μ gedreht sei, welcher durch den Bogen $N_2' N_2''$ gemessen wird, um die Horizontalaxe aber um den Winkel $\delta = N_2'' N$, so dass der Punkt N den Durchschnitt der Normale des zweiten Spiegels und der Kugel bedeutet.

Es leuchtet nun ein, dass alle Strahlen, welche beim Auffallen auf den ersten Spiegel mit dessen Normale N_1 den gleichen Winkel α bilden, nach der Reflexion und beim Auffallen auf den zweiten Spiegel mit der Richtung KN_2' denselben Winkel α bilden werden. Ziehen wir demnach die Linie AK parallel zu diesen auf den zweiten Spiegel fallenden Strahlen, welche mit KN_2' den Winkel $\alpha = AN_2'$ bilden, so wird der Einfallswinkel β dieser Strahlen auf den zweiten Spiegel durch den Bogen AN ausgedrückt werden. Verlängern wir nun den Bogen AN über N hinaus und tragen wir auf ihm den Bogen $NB = \beta$ auf, so erhalten wir den Punct B, in welchem sich alle diejenigen Strahlen treffen, welche den ersten Spiegel unter dem Einfallswinkel α, den zweiten aber unter dem Winkel β treffen.

Betrachten wir die Erscheinung durch ein Fernrohr, so übersehen wir einen Theil der von uns construirten Kugel und zwar denjenigen, welcher mit der Focalebene des Objectives innerhalb des Gesichtsfeldes beinahe zusammenfällt; diejenigen Puncte B, welche innerhalb Q liegen, haben eine reelle Bedeutung, die übrigen hingegen nur eine theoretische, was uns indessen nicht abhalten soll, unsere Betrachtungen auf alle Theile der Kugel auszudehnen.

Wir wollen nun zuerst die Gestalt und die Lage des Interferenzstreifens vom Gangunterschiede $= 0$ untersuchen.

Aus dem Ausdrucke (1) sieht man, dass diesem Streifen diejenigen Lagen von B entsprechen, für welche $\alpha = \beta$ ist. Der besseren Anschaulichkeit wegen wollen wir nun folgende Hülfsconstruction vornehmen. Wir verlängern den Bogen $N_2' N$ über den Punct N hinaus und tragen auf ihm den Bogen $N\Pi = N_2' N$ auf, alsdann verbinden wir den auf solche Weise bestimmten Punct Π durch einen grössten

Digitized by Google

Kreisbogen ΠB mit B. Da die sphärischen Dreiecke NAN_1' und $NB\Pi$ einander gleich sind, so ist

$$\Pi B = N_1' A = \alpha.$$

Durch diese Construction finden wir dann, dass der Interferenzstreifen 0 durch die geometrische Lage des Punctes B bestimmt wird, welcher, am grössten Bogen gezählt, von den Punkten Π und N gleich weit absteht; dieses aber ist der grösste Kreis EM, welcher den Bogen ΠN halbirt und auf ihm senkrecht steht.

Wenden wir uns nun zu den übrigen Interferenzstreifen. Nehmen wir den grössten Kreis EM, d. h. den Interferenzstreifen für einen Gangunterschied $= 0$ als Aequator an, den grössten durch Π und N gezogenen Kreis als ersten Meridian und bezeichnen wir die Breite des Punctes B mit φ, die Länge hingegen mit ψ und die Bogenlänge ΠN mit h, so erhalten wir, nach den bekannten Gleichungen der sphärischen Trigonometrie

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Cos}\alpha &= \operatorname{Sin}\frac{h}{2}\cdot\operatorname{Sin}\varphi + \operatorname{Cos}\frac{h}{2}\operatorname{Cos}\varphi.\operatorname{Cos}\psi \\ \operatorname{Cos}\beta &= -\operatorname{Sin}\frac{h}{2}\cdot\operatorname{Sin}\varphi + \operatorname{Cos}\frac{h}{2}\operatorname{Cos}\varphi.\operatorname{Cos}\psi \end{aligned}\right\} \quad \ldots (2)$$

wo $$\operatorname{Cos} h = \operatorname{Cos}\mu.\operatorname{Cos}\delta.$$

Der Interferenzstreifen für einen Gangunterschied von m halben Wellenlängen $\left(= m\frac{\lambda}{2}\right)$ wird gegeben durch den Ausdruck:

$$\frac{m\lambda}{4.D} = \sqrt{n^2 - \operatorname{Sin}^2\alpha} - \sqrt{n^2 - \operatorname{Sin}^2\beta} \quad \ldots (3)$$

Nehmen wir vor der Hand $n = 1$ an, wie es auch Jamin thut, so wird die Gleichung für diesen Streifen:

$$\frac{m\lambda}{4D} = \operatorname{Cos}\alpha - \operatorname{Cos}\beta,$$

welchem Ausdrucke man nach Gleichung (2) folgende Gestalt geben kann:

$$\operatorname{Sin}\varphi = \frac{m\lambda}{4D}\cdot\frac{1}{2\operatorname{Sin}\frac{h}{2}}$$

oder auch

$$\varphi = \operatorname{Arc.Sin}\left(\frac{m\lambda}{4D}\cdot\frac{1}{2\operatorname{Sin}\frac{h}{2}}\right) \quad \ldots (4)$$

Hieraus sieht man dann, dass die Interferenzstreifen für verschiedene Gangunterschiede mit verschiedenen Breitengraden zusammenfallen.

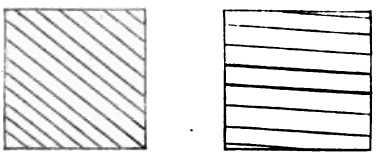
Digitized by Google

Was die Entfernung dieses Parallels vom Aequator anbetrifft, oder mit andern Worten, die Breite der Streifen ist um so grösser, je geringer h ist oder der ihm gleiche Winkel NN_2'.

Nach diesen Betrachtungen kann man sich nun leicht davon Rechenschaft ablegen, wie sich die Interferenzstreifen ändern, wenn der zweite Spiegel geneigt wird.

1. Wir nehmen an der Winkel μ sei null. Dann geht der erste Meridian durch die Verticale KZ, aber weder Aequator noch Parallelkreise sind horizontal. Verringert man nun den Winkel δ, so breiten sich die Interferenzstreifen aus und zugleich nimmt ihre Neigung gegen die Horizontale ab. Sie werden schliesslich horizontal, sobald der Grenzwerth 0 erreicht ist, dann aber sind die Interferenzstreifen unendlich breit.
2. Als zweite Annahme sei $\delta = 0$, μ aber veränderlich. In dieser Voraussetzung ist der erste Meridian horizontal, der Aequator und alle Parallelkreise aber senkrecht und wir erblicken in Q, dem Gesichtsfelde des Fernrohrs, senkrechte Interferenzstreifen von grossem Gangunterschiede; wird nun der Winkel μ verringert, d. h. dreht man den Spiegel um seine verticale Axe, so nehmen die Streifen an Breite zu und verschieben sich selbst parallel. Diese Erscheinung ist besonders schön zu sehen, wenn der erste Spiegel durch eine Natriumflamme beleuchtet wird.

Fig. 5.



3. Sind weder μ noch δ null, so sind die Streifen gegen die Horizontale geneigt, was man schon bei Anwendung von weissem Licht sehr gut sehen kann. Die Fig. 5, rechter Hand, zeigt die Erscheinung der farbigen Interferenzstreifen, wie man sie gewöhnlich beobachtet; das die Figur begrenzende Rechteck stellt das Gesichtsfeld des Fernrohrs dar, wie es bei dem oben erwähnten Apparat angebracht ist; der obere und untere Rand des Sehfeldes stehen horizontal. Vergrössert man den Winkel μ ohne δ zu ändern, d. h. dreht man den zweiten Spiegel nur um die Verticalaxe, so senken sich alle Interferenzstreifen,

Digitized by Google

wobei ihre Neigung gegen den Horizont zunimmt, und sie werden zugleich immer enger, da der Winkel h wächst. Die linke Seite der Fig. 5 zeigt diese Streifen höherer Ordnung im Natriumlicht, wie man sie bei Neigung des Spiegels statt der auf der rechten Seite dargestellten farbigen Streifen sieht. Bei entgegengesetzter Drehung des Spiegels heben sich alle Streifen. Aendert man den Winkel δ ohne μ zu verändern, so erweitern sich die Streifen oder aber sie verengen sich, wobei übrigens auch der Aequator seine Lage nicht beibehält.

Die reellen Interferenzstreifen werden, wie wir gesehen haben, durch die Gleichung

$$\frac{m\lambda}{4D} = \sqrt{n^2 - 1 + \mathrm{Cos}^2\alpha} - \sqrt{n^2 - 1 + \mathrm{Cos}^2\beta}$$

ausgedrückt. Führt man hier die Werthe von Cos α und Cos β aus Gleichung (2) ein und lässt die Wurzelzeichen verschwinden, so erhält man:

$$\left(4\ \mathrm{Sin}^2\ \varphi\,.\,\mathrm{Sin}^2\ \frac{h}{2} - J^2\right)\left(\mathrm{Cos}^2\varphi\,.\,\mathrm{Cos}^2\psi\,.\,\mathrm{Cos}^2\frac{h}{2} - \frac{J^2}{4}\right) = J^2(n^2-1)\ \ldots \qquad (5)$$

wo zur Abkürzung $\frac{m\lambda}{4D}$ durch J bezeichnet ist. Setzt man Cos φ Cos ψ = Cos γ, so kann man dieser Gleichung auch die folgende Gestalt geben:

$$\varphi = \mathrm{Arc.\ Sin}\left\{\frac{J}{2\,\mathrm{Sin}\frac{h}{2}}\left(\frac{n^2-1}{1 + \mathrm{Cos}^2\gamma\,\mathrm{Cos}^2\frac{h}{2} - \frac{J^2}{4}}\right)^{1/2}\right\}\ \ldots \qquad (6)$$

Hier bedeutet γ die Winkelentfernung des Punktes B von M. Ist $n = 1$, so verwandelt sich dieser Ausdruck in (2).

Die durch die Gleichungen (5) und (6) ausgedrückten Curven fallen nicht mehr mit den Parallelkreisen zusammen; sie schneiden zwar den ersten Meridian unter rechtem Winkel, steigen aber dann zu den Polen auf, indem sie immer steiler und steiler werden. Ausserdem sind die Interferenzstreifen, selbst die auf dem ersten Meridiane, breiter als solche, die man für $n = 1$ erhalten würde.

Ich beabsichtige nicht hier auf eine genauere Untersuchung über die Gestalt dieser Curven einzugehen und will nur noch Einiges darüber hinzufügen, wie man den Jaminschen Apparat einzustellen hat, um die Lage und Verschiebung der Streifen am besten zu sehen.

Digitized by Google

Der dem physicalischen Cabinet in St. Petersburg gehörende Apparat besteht aus einem Stativ, welches den horizontalen optischen Tisch trägt, d. h. die mit einer Nuth versehene Messingschiene; in dieser Nuth lassen sich folgende 4 Stücke verschieben und nach Belieben festklemmen: 1) der erste Spiegel mit einem Cylinderglas, 2) ein Stativ für einen Glaskasten, 3) ein Jaminscher Compensator und 4) der zweite Spiegel mit seinem Beobachtungsfernrohre. Die Dicke der Spiegel beträgt 18 Mm. und die Rückseiten derselben sind belegt. Da es uns nur darum zu thun ist die Gestalt und die Verschiebung der Interferenzstreifen zu untersuchen, so können die in 2) und 3) aufgeführten Stücke fortgelassen gedacht werden. Beseitigen wir vor der Hand auch noch die Cylinderlinse und das Fernrohr, stellen wir vor den ersten Spiegel in einer Entfernung von etwa 0,5 Meter eine durch Natrium gefärbte Gasflamme und blicken wir in den zweiten Spiegel, wobei der erste zur Rechten vom Beobachter bleibt, so sehen wir drei Bilder der Flamme, von welchen das mittlere das hellste ist. Das am meisten zur Rechten erscheinende Bild wird von zweien gebildet, die sich decken, und besteht aus Strahlen zweiter Ordnung, das mittlere besteht aus drei Bildern und aus Strahlen dritter Ordnung, das linke endlich besteht gleichfalls aus drei Bildern, die aus Strahlen vierter Ordnung entstehen. Die Strahlen dieser höheren Ordnungen interferiren gleichfalls, diese Interferenzstreifen bilden Curven derselben Gestalt, wie die zweiter Ordnung, wobei die Curven der vierten Ordnung mit denen der zweiten zusammenfallen. Damit ein möglichst grosser Theil des Gesichtsfeldes hell beschienen sei, müsste der Gasbrenner dem ersten Spiegel möglichst nahe gerückt werden, da aber bei grosser Nähe die Streifen unruhig werden, so stellt man vor den ersten Spiegel eine Cylinderlinse und entfernt die Lichtquelle so weit, dass die ganze Oberfläche des Cylinderglases, die man nun im zweiten Spiegel dreifach sieht, gleichmässig erleuchtet erscheint. Schon mit blossem Auge sind nun die Streifen gut sichtbar, will man aber diejenigen der zweiten Ordnung recht deutlich sehen, so muss man sie durch ein Fernrohr mit schwacher Vergrösserung betrachten, welches nur ein kleines Objectiv hat und so eingestellt wird, dass nur die Streifen zweiter Ordnung sichtbar werden. Will man hingegen die Streifen aller Ordnungen sehen, so ist es besser, das Fernrohr fortzunehmen und statt seiner ein sphärisches biconvexes Glas mit grosser Brennweite vor den zweiten Spiegel zu stellen, wobei das Auge in der Focalebene des Glases sein muss.

Digitized by Google

Bei solcher Aufstellung der Apparate sieht man folgendes: In der Mitte befindet sich ein helles Rechteck — das Bild dritter Ordnung der Cylinderlinse, rechts neben demselben steht ein zweites Rechteck in gleicher Höhe aber geringerer Breite als das mittlere, es ist dies ein Theil des Bildes vierter Ordnung (durchs Fernrohr gesehen ist dieses Bild vierter Ordnung gleichfalls zur Rechten); links endlich befindet sich ein Theil des Bildes zweiter Ordnung. Die Interferenzstreifen gehen als ein System gekrümmter, beinahe paralleler Linien durch alle drei Bilder; während sie aber im zweiten und vierten scharf begrenzt erscheinen, zeigen sie sich im dritten verwaschen. Stellt man die Streifen so, dass sie als System paralleler fast horizontaler Geraden erscheinen, so kann man, wenn man die Flamme durch Schliessen der Seitenöffnungen weiss macht, sehr leicht den Nullstreifen und die farbigen aufsuchen.

Digitized by Google

Zur Theorie der Galvanometer.

Von

H. Weber in Braunschweig.

(Vom Herrn Verfasser aus Poggendorff's Annalen freundlichst mitgetheilt.)

Unter allen galvanischen Messinstrumenten nimmt das Galvanometer den ersten Platz ein; es ist daher geboten, die Theorie dieses wichtigen Instrumentes so weit, als es nur immer möglich ist, auszubilden. Wenn man auch, zum Theil auf rein empirischem Wege, dahin gelangt ist, Galvanometer von grosser Empfindlichkeit herzustellen, so leisten doch diese Instrumente weniger als sie den aufgewandten Mitteln nach leisten könnten. Denn schwerlich wird es auf dem Wege der Empirie gelingen, gerade diejenigen Verhältnisse ausfindig zu machen, die in einem gegebenen Falle die günstigsten sind.

In früherer Zeit wandte man bei Construction von Galvanometern seine Aufmerksamkeit vorzugsweise dem Tangentengesetz zu. Dasselbe spielt aber jetzt, wo beinahe alle Messungen mit Spiegel und Scale ausgeführt werden, nur eine untergeordnete Rolle, während an der Empfindlichkeit der Instrumente um so höhere Anforderungen gestellt werden. In den Schriften der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen[1]) hat mein Onkel die Construction von Galvanometern, welche das Maximum der Empfindlichkeit besitzen, behandelt. Die dort angestellten Betrachtungen beziehen sich auf den Fall, dass der Zwischenraum zwischen Nadel und Windungen ein so grosser sei, dass man die Dimensionen der Nadel gegen die Entfernung der Windungsschicht als sehr klein ansehen kann. Bei practischen Anwendungen pflegt man aber gerade umgekehrt den Abstand der Nadel von den Windungsschichten klein zu machen, um dadurch einen höheren Grad von Empfindlichkeit zu erreichen. In den folgenden Unter-

1) Abhandl. der königl. Gesellsch. der Wissensch. zu Göttingen, Bd. 10. S. 32.

Digitized by Google

suchungen habe ich daher auf den Abstand der Pole der Galvanometernadel Rücksicht genommen.

Der Multiplicator eines Galvanometers besteht aus einer Reihe von Umwindungen, welche zusammen eine Spirale bilden. Man kann sich denselben jedoch, ohne dass dadurch die Wirkung auf die Nadel merklich geändert wird, aus einer Reihe von Windungen, von in sich geschlossenen Ringen bestehend denken, welche neben einander und über einander liegend die Nadel symmetrisch umschliessen. Für die Empfindlichkeit des Galvanometers würde es von Vortheil sein, wenn die Umwindungen jeder folgenden Schicht in die Rillen der vorhergehenden eingelegt werden könnten. Das ist aber nur dann practisch ausführbar, wenn jede Schicht von der nämlichen Seite aufgewickelt wird und das Ende jeder Schicht mit dem Anfange der nächstfolgenden durch einen besonderen Verbindungsdraht verbunden wird, der entweder ausserhalb um den Multiplicator oder durch den für die Nadel freigelassenen Raum zu führen wäre. Durch Störung der Symmetrie wird aber der hierdurch gewonnene Vortheil reichlich aufgewogen und desshalb soll im Folgenden angenommen werden, dass die Ringe sowohl horizontale als auch vertikale Schichten bilden. Den galvanischen Strom betrachten wir als in der Axe jedes Drahtes strömend und der Querschnitt des Multiplicatorringes sei aus practischen Gründen ein Rechteck. Die Curve, welche jeder Stromring bildet, die Stromcurve des Galvanometers, ist an sich willkürlich und kann aus Zweckmässigkeits-Rücksichten verschieden angenommen werden. Doch hat sich in dieser Beziehung die Praxis schon lange für zwei Arten entschieden, wonach die Stromcurve entweder aus einem Kreise oder aus zwei parallelen Stücken, welche durch Halbkreise verbunden sind, zusammengesetzt ist. Die letztere Form habe ich schon früher einer genaueren Untersuchung unterworfen [1]), auf welche ich mich im Folgenden beziehen werde. Ehe auf diese beiden Arten specieller eingegangen wird, sollen diejenigen Betrachtungen vorausgeschickt werden, welche für jede beliebige Stromcurve Geltung haben, indem nur vorausgesetzt wird, dass der Multiplicator aus einem System ähnlicher die Nadel symmetrisch umschliessender Ringe besteht.

Theorie der Galvanometer mit beliebiger Stromcurve.

Die Construction eines Galvanometers kann an verschiedene Be-

1) Pogg. Annal. Bd. CLIV.

Digitized by Google

dingungen geknüpft sein, durch welche mannigfache Aenderungen bedingt werden. In dieser Beziehung hat man folgende fünf Fälle zu unterscheiden:

1) Es ist freie Disposition gegeben, sowohl in Betreff des Querschnittes, als der Länge des Galvanometerdrahtes.
2) Es ist das Gewicht des Galvanometerdrahtes gegeben.
3) Es ist der Querschnitt des Drahtes gegeben.
4) Es ist die Länge des Drahtes gegeben.
5) Es ist sowohl der Querschnitt, als die Länge des Drahtes gegeben.

Der wichtigste Fall ist der zuerst genannte, weil bei ihm die Mittel gegeben sind, die äusserste Grenze der Empfindlichkeit zu erreichen und er soll daher hier zuerst und am eingehendsten behandelt werden.

Ist freie Disposition über Länge und Querschnitt des zu verwendenden Drahtes gegeben, so lässt sich die Aufgabe, ein Galvanometer von grösster Empfindlichkeit zu construiren, in allgemeinster Form auf folgende Weise aussprechen:

Es ist eine elektromotorische Kraft E und eine Kette von dem Widerstande w gegeben, es soll ein Galvanometer construirt werden, welches bei Einschaltung in die Kette das Maximum der Empfindlichkeit besitzt.

Es sei l die Länge und q der Querschnitt des von der Umspinnung freien Galvanometerdrahtes, k der specifische Widerstand, wobei k, da das Metall (Kupfer) als gegeben betrachtet wird, eine gegebene Grösse ist. Es ist alsdann die Intensität des Stromes in der Kette bei Einschaltung des Galvanometers

$$i = \frac{E}{w + \frac{l}{q} k}.$$

Wir nehmen ferner an, dass die Mitte der Nadel mit der Mitte des für die Nadel freigelassenen Raumes zusammenfalle, und dass die magnetische Axe den Windungsebenen parallel sei. Um das Drehungsmoment, welches eine beliebige Windung auf die Nadel ausübt, zu bestimmen, denken wir uns die zur magnetischen Axe senkrechte, durch die Nadelmitte gehende Ebene construirt. Diese Ebene schneidet die betrachtete Windung in zwei Puncten. Bezeichnen wir den Abstand dieser Puncte von einer durch die magnetische Axe gelegten

Digitized by Google

zu der Windungsebene senkrechten Ebene mit z und den Abstand der Windungsebene von der Nadelmitte mit y, so ist das Drehungsmoment das Product aus dem magnetischen Moment m der Nadel in eine Function dieser Grössen, welche von der Form der Stromcurve abhängig ist. Wir bezeichnen daher das Drehungsmoment einer Windung durch

$$i \cdot mf(y \cdot z).$$

Ist nun ferner $2h_1$ die Breite, h die Höhe des Multiplicatorquerschnittes, und bedeuten Δy und Δz den horizontalen und verticalen Abstand der Drahtaxen zweier nebeneinander und übereinander liegenden Windungen, so ist das Drehungsmoment des ganzen Multiplicators

$$D_0 = \frac{Em}{w + \frac{l}{q}k} \cdot \frac{1}{\Delta y \, \Delta z} \int_{-h_1}^{h_1} dy \int_a^{a+h} f(y, z) \, dz \quad . \quad . \quad . \quad (1),$$

wie ich in der vorhin erwähnten Abhandlung nachgewiesen habe. Hierin bedeutet a den Abstand der Berührungsfläche der der Nadel zunächst liegenden Windungsschicht von der Nadelmitte, gemessen in der durch die Nadelmitte senkrecht zur magnetischen Axe gelegten Ebene.

In dem besonderen Falle, wo zwischen den einzelnen Windungsschichten nicht besondere isolirende Schichten eingeführt werden, wie dies z. B. bei Inductionsrollen zu geschehen pflegt, wo vielmehr der durch Umspinnung isolirte Draht sich unmittelbar berührt, sind Δy und Δz einander gleich, was im Folgenden vorausgesetzt werden soll.

Der Raum, welchen der Multiplicatordraht einnimmt, die zwischen den Windungen befindlichen Zwischenräume mit eingeschlossen, heisse Multiplicatorraum. Der Querschnitt des Multiplicatorraumes ist dann ein Rechteck, dessen Flächeninhalt gleich $2hh_1$ ist. Offenbar ist dieser Raum ausser von h und h_1, auch noch von der Form der Stromcurve abhängig, und ich werde ihn daher allgemein durch $\varphi(h, h_1)$ bezeichnen, wo die Art der Funktion von der Stromcurve bestimmt wird.

Es ergiebt sich nun leicht, dass immer, welche Form auch die Stromcurve besitzen möge

$$l \Delta y \, \Delta z = \varphi(h, h_1),$$

dass ferner, wenn Q den als kreisförmig angenommenen Querschnitt

Digitized by Google

des übersponnenen Drahtes bezeichnet, unter der gemachten Voraussetzung, dass sich die Drahtwindungen unmittelbar berühren,

$$\Delta y \Delta z = \frac{4}{\pi} Q \quad . \quad . \quad . \qquad (2)$$

ist. Demnach hat man die Beziehung

$$\varphi(h, h_1) = \frac{4}{\pi} lQ \quad . \quad . \quad . \qquad (3),$$

durch welche der Multiplicatorraum mit der Länge und dem Querschnitte des übersponnenen Drahtes verknüpft ist.

Es sei ferner δ die Dicke der Umspinnung, so findet zwischen dem Querschnitt Q des übersponnenen Drahtes und dem Querschnitt q des von der Umspinnung freien Drahtes die Beziehung statt

$$Q = q\left(1 + \frac{\delta\sqrt{\pi}}{\sqrt{q}}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

Führen wir nun in den Ausdruck (1) für das Drehungsmoment für $\Delta y \Delta z$ und l ihre Werthe aus (2) und (3) ein, und drücken Q durch q aus, so erhalten wir für das Drehungsmoment des ganzen Multiplicators den Ausdruck

$$D_0 = \frac{Emq}{\frac{4}{\pi} w q^2 \left(1 + \frac{\delta\sqrt{\pi}}{\sqrt{q}}\right)^2 + k\varphi(h, h_1)} \int_{-h_1}^{h_1} dy \int_{a}^{a+h} f(y, z)\, dz \qquad (5).$$

Demnach ist das Drehungsmoment nur eine Function von den Grössen q, h und h_1, da a durch den für die Nadel frei zu lassenden Raum bestimmt ist[1]).

Die Empfindlichkeit eines Galvanometers ist mit dem Drehungsmoment proportional, welches dasselbe auf die in der Normallage sich befindende Nadel ausübt. Soll daher das Galvanometer das Maximum der Empfindlichkeit besitzen, so müssen die Grössen q, h, h_1 so gewählt werden, dass D_0 ein Maximum wird. Da q, h und h_1 gänzlich

1) Die Dicke δ der Umspinnung setze ich hierbei für Drähte von verschiedenem Querschnitt als constant voraus. Nach einer Erkundigung bei der Drahtfabrik J. C. Vogel in Berlin werden bestimmte Principien hinsichtlich der Dicke der Umspinnung für verschiedene Drahtsorten nicht eingehalten. Wenn nun auch δ bei dickeren Drähten im Allgemeinen etwas grösser sein mag, so wird man doch immer δ für Dicken innerhalb gewisser Grenzen als constant ansehen können. Soll die Dicke, was nur in wenig Fällen nöthig ist, in Rechnung gezogen werden, so ist dieselbe für diejenige Drahtsorte, welche sich bei Vernachlässigung der Umspinnung für das Galvanometer ergiebt, durch Versuche besonders auszumitteln.

Digitized by Google

von einander unabhängig sind, so sind dieselben so zu wählen, dass die Gleichungen

$$\frac{\partial D_0}{\partial q}=0 \quad \frac{\partial D_0}{\partial h}=0 \quad \frac{\partial D_0}{\partial h_1}=0$$

erfüllt sind. Setzt man zur Abkürzung

$$\Delta=\int_{-h_1}^{h'} dy \int_{a}^{a+h} f(y,z)\,dz \quad . \quad . \quad . \qquad (6),$$

so ergeben sich hieraus die Bedingungsgleichungen

$$\left.\begin{aligned} q^2\left(1+\frac{\delta\sqrt{\pi}}{\sqrt{q}}\right)&=\frac{\pi}{4}\cdot\frac{k}{w}\varphi(h,h_1)\\ \left[\frac{4}{\pi}wq^2\left(1+\frac{\delta\sqrt{\pi}}{\sqrt{q}}\right)^2+k\varphi(h,h_1)\right]\frac{\partial\Delta}{\partial h}&-k\frac{\partial\varphi(h,h_1)}{\partial h}\Delta=0\\ \left[\frac{4}{\pi}wq^2\left(1+\frac{\delta\sqrt{\pi}}{\sqrt{q}}\right)^2+k\varphi(h,h_1)\right]\frac{\partial\Delta}{\partial h_1}&-k\frac{\partial\varphi(h,h_1)}{\partial h_1}\Delta=0\end{aligned}\right\} \quad (7),$$

aus denen q, h und h_1 zu entwickeln sind.

Die erste dieser Gleichungen kann noch eine andere bemerkenswerthe Form annehmen. Führt man nämlich in dieselbe die Werthe von $\varphi(h,h_1)$ und $1+\frac{\delta\sqrt{\pi}}{\sqrt{q}}$ aus den Gleichungen (3) und (4) ein, so erhält man

$$\sqrt{\frac{Q}{q}}=\frac{Q}{q}\cdot\frac{l}{q}k\cdot\frac{1}{w},$$

$\frac{l}{q}k$ ist aber der Widerstand des Galvanometerdrahtes. Bezeichnen wir denselben durch w', den Durchmesser des von der Umspinnung freien Drahtes mit d, so folgt

$$\frac{w'}{w}=\frac{d}{d+2\delta}.$$

Soll demnach ein Galvanometer das Maximum der Empfindlichkeit besitzen, so muss sich sein Widerstand zu dem Widerstand der übrigen Kette verhalten, wie der Durchmesser des von der Ueberspinnung freien Drahtes zu dem des übersponnenen Drahtes. Nur in dem besonderen Fall, wo die Dicke der Umspinnung δ gleich Null oder verschwindend

Digitized by Google

klein ist, muss der Widerstand des Galvanometers dem Widerstand der übrigen Kette gleich sein. Dieser Satz wurde meines Wissens von Hrn. Schwendler[1]) gefunden.

Die erste Gleichung (7) ist in Bezug auf q eine Gleichung vierten Grades, welche sich nicht in Bezug auf q allgemein auflösen lässt, und daher stellen sich der Bestimmung der Grössen q, h, h_1 aus den Gleichungen (7) grosse Schwierigkeiten entgegen. Es lässt sich jedoch eine Methode angeben, durch welche es möglich ist, jene Grössen näherungsweise mit Rücksicht auf die Umspinnung zu bestimmen. Da nämlich q eine Function von Q ist, so kann man in dem Ausdrucke (5) für das Drehungsmoment q durch Q ausdrücken und alsdann D_0 als Funktion der drei Grössen Q, h und h_1 betrachten. Es ist nämlich

$$q = Q\left(1 - \frac{\delta\sqrt{\pi}}{\sqrt{Q}}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \qquad (8)$$

und demnach

$$D_0 = \frac{E.mQ}{\frac{4}{\pi} w Q^2 + \frac{k\varphi(h,h_1)}{\left(1 - \frac{\delta\sqrt{\pi}}{\sqrt{Q}}\right)^2}} . \Delta \quad . \quad . \quad . \qquad (9),$$

In dem Falle nun, dass die doppelte Dicke 2δ der Umspinnung klein ist gegen den Durchmesser des umsponnenen Drahtes und dies ist bei Umspinnung mit Seide immer der Fall, ist $\frac{\delta\sqrt{\pi}}{\sqrt{Q}}$ eine kleine Grösse. Es genügt alsdann in diesem Ausdruck für Q einen Näherungswerth Q' zu setzen und alsdann $\frac{\delta\sqrt{\pi}}{\sqrt{Q'}}$ als eine constante Grösse anzusehen. Wir setzen daher

$$\frac{k}{\left(1 - \frac{\delta\sqrt{\pi}}{\sqrt{Q'}}\right)^2} = k' \quad . \quad . \quad . \qquad (10),$$

wo k' der mittlere specifische Widerstand des übersponnenen Drahtes genannt werden kann.

---

1) Hr. Schwendler hat in 'Philosophical Magazine Vol. XXXIII, Fourth Series 1867, *p.* 29 den Einfluss der Dicke der Umspinnung auf das Maximum der Empfindlichkeit eines Galvanometers untersucht.

Digitized by Google

Hiernach erhält man für das Drehungsmoment den einfacheren Ausdruck [1])

$$D_0 = \frac{E m Q}{\frac{4}{\pi} w Q^2 + k' \varphi(h, h_1)} . \Delta \quad . \quad . \quad . \qquad (11).$$

Den Näherungswerth Q' findet man aber, indem man zunächst denjenigen Querschnitt Q bestimmt, welcher bei Vernachlässigung der Umspinnung dem Maximum der Empfindlichkeit entspricht. Da die Form der Gleichung (11) genau dieselbe ist, wie die der Gleichung (9), wenn in ihr $\delta = 0$ gesetzt wird, so wird man den Querschnitt des übersponnenen Drahtes finden, wenn man in dem Ausdrucke, welcher den dem Maximum der Empfindlichkeit entsprechenden Werth von Q bei Vernachlässigung der Umspinnung giebt, k' an Stelle von k setzt. Es leuchtet übrigens ein, dass man den so gefundenen Werth von Q wiederum nur als Näherungswerth ansehen kann und dass man sich folglich dem wahren Werth von Q mehr und mehr nähern kann.

Die Construction der Galvanometer bei Berücksichtigung der Umspinnung ist hiernach auf den Fall zurückgeführt, dass die Dicke der Umspinnung gleich Null ist. Ist letztere Aufgabe gelöst, so bedarf es nur der Einführung von k' an Stelle von k, um die für die Umspinnung geltenden Werthe zu erhalten.

Ist $\delta = 0$, so ergeben sich aus Gleichung (9) die viel einfacheren Bedingungsgleichungen, welche Q, h, h_1 erfüllen müssen, damit die Empfindlichkeit ihr Maximum erreicht

$$\left.\begin{aligned} Q &= \sqrt{\frac{\pi}{4}\frac{k}{w}\varphi(h,h_1)} \\ 2\varphi(h,h_1)\frac{\partial \Delta}{\partial h} &- \frac{\partial \varphi(h,h_1)}{\partial h} . \Delta = 0 \\ 2\varphi(h,h_1)\frac{\partial \Delta}{\partial h_1} &- \frac{\partial \varphi(h,h_1)}{\partial h_1} . \Delta = 0 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \qquad (12)$$

worin man für Q auch q setzen kann, da beide Grössen für $\delta = 0$ nach Gleichung (8) identisch werden.

---

1) Zu demselben Ausdrucke gelangt man auch, wenn man δ nicht als constant, sondern mit dem Radius des Querschnittes des Drahtes proportional annimmt, nur erhält alsdann k' eine andere Bedeutung. Setzt man nämlich $\delta = \mu r$, wo r den Radius des Drahtes bezeichnet, so ist in dem Ausdrucke (9) $\frac{1}{\left(1 - \frac{\delta\sqrt{\pi}}{\sqrt{Q}}\right)^2} = (1+\mu)^2$ und man hat also $k' = k(1+\mu)^2$ zu setzen.

Digitized by Google

Galvanometer mit kreisförmiger Stromkurve bei Vernachlässigung der Umspinnung.

In dem Falle, dass die Stromcurve des Galvanometers ein Kreis ist, findet man leicht für den Multiplicatorraum

$$\varphi(h,h_1) = 2\pi h h_1 (2R+h) \quad . \quad . \quad . \quad (13),$$

wenn R den Radius der Cylinderfläche bezeichnet, welche die der Nadel zunächst liegende Windungsschicht berührt.

Das Drehungsmoment ferner, welches ein Kreisstrom auf eine in der Axe des Kreises in beliebiger Entfernung vom Mittelpunkt gelegene Magnetnadel ausübt, die einen Winkel α mit der Kreisebene bildet, ist schon mehrfach entwickelt worden [1]). Ist i die Intensität des Stromes, z der Radius des Kreises, y der Abstand der Kreisebene von der Nadelmitte, m das magnetische Moment, $2e$ der Abstand der beiden Pole der Nadel, so findet sich für dieses Drehungsmoment, indem man die Glieder vernachlässigt, welche den reciproken Werth des Abstandes der Nadelmitte von der Peripherie des Kreises mit einer höheren Potenz als der siebenten enthalten,

$$2\pi i m \operatorname{Cos}\alpha \left\{ -\frac{z^2}{[z^2+y^2]^{\frac{3}{2}}} + \tfrac{3}{4} e^2 (1-5\operatorname{Sin}\alpha^2) \frac{z^2(z^2-4y^2)}{[z^2+y^2]^{\frac{7}{2}}} \right\}.$$

Hieraus findet man für das Drehungsmoment D, welches der ganze Multiplicator auf die um den Winkel α abgelenkte Nadel ausübt, wenn wir für den Radius der Berührungsfläche der äusseren Windungsschicht $R+h$ zur Abkürzung R_1 setzen

$$D = \frac{\pi^2 i m h_1 \operatorname{Cos}\alpha}{Q} \left[\lg \operatorname{nat} \left(\frac{R_1 + \sqrt{R^2_1 + h^2_1}}{R + \sqrt{R^2 + h^2_1}} \right) \right.$$
$$\left. + \frac{e^2(1-5\operatorname{Sin}\alpha^2)}{4h^2_1} \left\{ \frac{R^2_1}{[R^2_1+h^2_1]^{\frac{3}{2}}} - \frac{R^2}{[R^2+h^2_1]^{\frac{3}{2}}} \right\} \right] \quad . \quad (14),$$

woraus sich der Werth für D_0 sehr leicht ableiten lässt, wenn man für i seinen Werth einführt und $\alpha = 0$ setzt.

Für die oben durch Δ bezeichnete Grösse erhält man ebenso

$$\Delta = 2\pi \int_{-h_1}^{h_1} dy \int_R^{R+h} \frac{z^2}{[z^2+y^2]^{\frac{5}{2}}} \left\{ 1 + \tfrac{3}{4} \frac{z^2-4y^2}{[z^2+y^2]^2} \cdot e^2 \right\} dz \quad . \quad (15).$$

Substituirt man nun die Werthe von $\varphi(h,h_1)$ und Δ in die Gleich-

1) Wiedemann, die Lehre vom Galvanismus 2. Aufl. Bd. II, S. 186.

Digitized by Google

ungen (12), so folgen, wenn man h, h_1 und e in Theilen des Radius R ausdrückt, also

$$h=\gamma.R \qquad h_1=\gamma_1.R \qquad e=\varepsilon.R \quad . \quad . \quad . \tag{16}$$

und ausserdem zur Vereinfachung

$$1+\gamma=r \quad . \quad . \quad . \tag{17}$$

setzt, die drei Gleichungen

$$Q=\pi\sqrt{\tfrac{1}{2}\gamma_1(r^2-1)}\,.\,R^{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{k}{w}} \quad . \quad . \quad . \tag{18}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\lg\text{nat}\left(\frac{r+\sqrt{r^2+\gamma_1^2}}{1+\sqrt{1+\gamma_1^2}}\right)+\tfrac{1}{4}\frac{\varepsilon^2}{\gamma_1^2}\left\{\frac{r^3}{[r^2+\gamma_1^2]^{\frac{3}{2}}}-\frac{1}{[1+\gamma_1^2]^{\frac{3}{2}}}\right\}\\
&\quad-\frac{r^2-1}{r}\left\{\frac{1}{\sqrt{r^2+\gamma_1^2}}+\tfrac{3}{4}\varepsilon^2\frac{r^2}{[r^2+\gamma_1^2]^{\frac{5}{2}}}\right\}=0\\
&\lg\text{nat}\left(\frac{r+\sqrt{r^2+\gamma_1^2}}{1+\sqrt{1+\gamma_1^2}}\right)-\tfrac{1}{4}\frac{\varepsilon^2}{\gamma_1^2}\left\{\frac{r^3}{[r^2+\gamma_1^2]^{\frac{3}{2}}}-\frac{1}{[1+\gamma_1^2]^{\frac{3}{2}}}\right\}\\
&\quad-\tfrac{3}{4}\varepsilon^2\left\{\frac{r^3}{[r^2+\gamma_1^2]^{\frac{5}{2}}}-\frac{1}{[1+\gamma_1^2]^{\frac{5}{2}}}\right\}\\
&\quad+\tfrac{3}{4}\varepsilon^2\gamma_1^2\left\{\frac{r}{[r^2+\gamma_1^2]^{\frac{5}{2}}}-\frac{1}{[1+\gamma_1^2]^{\frac{5}{2}}}\right\}\\
&\quad-\tfrac{1}{4}\varepsilon^2\left\{\frac{r}{[r^2+\gamma_1^2]^{\frac{3}{2}}}-\frac{1}{[1+\gamma_1^2]^{\frac{3}{2}}}\right\}\\
&\quad-2\left(1+\tfrac{1}{4}\frac{\varepsilon^2}{\gamma_1^2}\right)\left\{\frac{r}{\sqrt{r^2+\gamma_1^2}}-\frac{1}{\sqrt{1+\gamma_1^2}}\right\}=0
\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Durch die Gleichungen (19) sind r und γ_1 bestimmt, sobald ε, d. h. das Verhältniss des Abstandes der Pole von der Nadelmitte zu dem Radius der Cylinderfläche, welche die der Nadel zunächst liegende Windungsschicht berührt, gegeben ist. Dieses Verhältniss kann aus verschiedenen Gründen grösser oder kleiner gewählt werden, nimmt man aber nur auf die Empfindlichkeit Rücksicht, so muss ε den grössten mit der practischen Ausführung verträglichen Werth besitzen. Dieser Werth dürfte wenigstens für Galvanometer mit kleiner Nadel 0,7 schwerlich überschreiten.

Galvanometer mit enger Umschliessung der Nadel.

In der oben erwähnten Abhandlung[1]) habe ich den Abstand eines Poles einer Magnetnadel von dem ihm zunächst liegenden Ende

1) Pogg. Ann. Bd. 137, S. 133.

Digitized by Google

gleich $\frac{1}{12}$ seiner Länge gesetzt. Ist also L die Länge des Magneten, α dieser Abstand, so ist

$$\alpha = \tfrac{1}{12} L.$$

Hieraus folgt für das Verhältniss des Abstandes der Pole von einander $2e$ zur Länge

$$\frac{2e}{L} = \frac{L - 2\alpha}{L} = \tfrac{5}{6} = 0{,}83.$$

In letzterer Zeit hat Hr. Schneebeli [1]) dieses Verhältniss zum Gegenstand einer eingehenden Untersuchung gemacht und für dasselbe als Mittelwerth aus einer grösseren Reihe von Versuchen mit verschiedenen Magneten den Werth

$$\frac{2e}{L} = 0{,}85$$

gefunden. Nimmt man nun das Mittel aus diesen Werthen, setzt also

$$e = 0{,}42 \, . \, L$$

und ferner unter der Voraussetzung $\varepsilon = 0{,}7$

$$e = 0{,}7 \, . \, R,$$

so ergiebt sich für das Verhältniss von R zu L

$$\frac{R}{L} = 0{,}6 \quad . \quad . \quad . \qquad (20)$$

woraus, wenn α den Abstand der Nadelenden von der ersten Windungsschicht bedeutet

$$a = R - \tfrac{1}{2} L = 0{,}1 \, . \, L \quad . \quad . \quad . \qquad (21)$$

folgt. Die kleinsten Magnete, welche man bei Galvanometern in Anwendung bringt, haben etwa eine Länge (bei Anwendung von kreisförmigen Magneten einen Durchmesser) von 20^{mm}. Für sie ergiebt sich daher unter Annahme von $\varepsilon = 0{,}7$ der Abstand der Nadelenden von der nächsten Windungsschicht $\alpha = 2^{mm}$.

Legen wir nun der folgenden Betrachtung den grössten Werth $\varepsilon = 0{,}7$ zu Grunde, so ergeben die Gleichungen (17) und (19) die Werthe

$$\gamma = 1{,}863006, \quad \gamma_1 = 1{,}547381$$

und man erhält aus den Gleichungen (16), (20) und (21) für die Dimensionen des zu construirenden Galvanometers die Werthe

$$\left.\begin{aligned} R &= 0{,}6 \, . \, L \\ a &= 0{,}1 \, . \, L \\ h &= 1{,}117804 \, . \, L \\ h_1 &= 0{,}928429 \, . \, L \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \qquad (22).$$

1) Pogg. Ann. Ergänzungsb. VI, S. 166.

Digitized by Google

Für den Querschnitt und die Länge des Galvanometerdrahtes findet sich ferner aus (3), (13), (18) und (20)

$$\left.\begin{aligned} Q &= 3{,}44532 \,.\, L^{\frac{3}{4}}\sqrt{\frac{k}{w}} \\ l &= 3{,}44532 \,.\, L^{\frac{3}{4}}\sqrt{\frac{w}{k}} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \qquad (23).$$

Hierin ist die Länge L der Nadel in Millimeter auszudrücken. Die Werthe R, a, h, h_1, l ergeben sich alsdann gleichfalls in Millimeter, Q in Quadratmillimeter. Setzt man nun für R, h, h_1, l und Q ihre Werthe in den Ausdruck (14) ein, so findet man für das Drehungsmoment

$$D = im\,\mathrm{Cos}\,\alpha\, 2{,}10947\left\{1 - 0{,}168013\,\mathrm{Sin}\,\alpha^2\right\}\frac{1}{\sqrt{L}}\sqrt{\frac{w}{k}} \quad . \quad . \quad . \qquad (24).$$

Wirkt demnach auf die Nadel ausser dem Strom nur die horizontale Componente des Erdmagnetismus T ein, so ist die Intensität des Stromes, welcher die Nadel um den Winkel α ablenkt in absoluten electromagnetischen Einheiten [1])

$$i = 0{,}474052\frac{T\,.\,\mathrm{tg}\,\alpha}{1 - 0{,}168013\,\mathrm{Sin}\,\alpha^2}\,.\,\sqrt{L}\sqrt{\frac{k}{w}}.$$

Für das Gewicht des von der Umspinnung freien Galvanometerdrahtes erhält man endlich in Kilogrammen, wenn s das specifische Gewicht des Kupfers ist, und L in Millimetern gemessen wird

---

1) Gewöhnlich pflegt man zu feineren Versuchen das Galvanometer annähernd astatisch zu machen, indem man in einer passenden Entfernung oberhalb oder unterhalb einen Magnet fest anbringt, dessen magnetische Axe mit dem magnetischen Meridian zusammenfällt und dessen Mitte in einer durch die Mitte der Galvanometernadel gelegten Verticalen gelegen ist. Ist M das magnetische Moment des Stabes $2E$ der Abstand seiner Pole, ϱ sein Abstand von der Nadel, so ist das Drehungsmoment, welches der Erdmagnetismus und der Hülfsstab auf die um α abgelenkte Nadel ausüben

$$Tm\,\mathrm{Sin}\,\alpha - Mm\left\{\frac{1}{[\varrho^2 + E^2 + e^2]^{\frac{3}{2}}} + {}^{15}\!/_{2}\,\frac{E^2 e^2\,\mathrm{Cos}\,\alpha^2}{[\varrho^2 + E^2 + e^2]^{\frac{7}{2}}}\right\}\mathrm{Sin}\,\alpha$$

und dann erhält man, indem das zweite Glied der Klammergrösse, welches immer sehr klein ist, vernachlässigt wird

$$i = \frac{0{,}474052}{1 - 0{,}168013\,\mathrm{Sin}\,\alpha^2}\left\{T - \frac{M}{[\varrho^2 + E^2 + e^2]^{\frac{3}{2}}}\right\}\mathrm{tg}\,\alpha\sqrt{L}\,.\,\sqrt{\frac{k}{w}}.$$

Werden zwei Hülfsmagnete angewendet, so tritt noch ein zweites ähnliches Glied zu T hinzu.

Digitized by Google

$$P = \frac{11.8702}{10^6} s . L^3.$$

Demnach folgt für Kupfer, wenn $s = 8{,}921$ gesetzt wird

$$P = \frac{105{,}894}{10^6} L^3 \quad . \quad . \quad . \qquad (25).$$

Es bleibt endlich noch eine für viele galvanische Messungen wichtige Grösse zu bestimmen übrig, nämlich das logarithmische Decrement. Aus der allgemeinen Bewegungsgleichung für Magnete, welche unter Einfluss einer Dämpfung schwingen, folgt, wenn durch λ und λ_0 das logarithmische Decrement bei geschlossener und offener Kette, mit τ_0 die Schwingungsdauer bei offener Kette, mit K das Trägheitsmoment der Nadel nebst Aufhängung, endlich mit $\mathfrak{D}_0$ das Drehungsmoment bezeichnet wird, welches die Stromeinheit auf die in der Ruhelage sich befindende Galvanometernadel ausübt, wonach $\mathfrak{D}_0$ aus D Gleichung (24) für $i = 1$ und $\alpha = 0$ gefunden wird,

$$\lambda = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{\pi^2 + \lambda_0^2}{\left[\frac{1}{2}\frac{\mathfrak{D}_0^2}{KW}\tau_0 + \lambda_0\right]^2} - 1}} \quad . \quad . \quad . \qquad (26),$$

wo W den gesammten Widerstand der Kette, nämlich

$$W = w + \frac{l}{q}k$$

bedeutet. Es geht hieraus hervor, dass erstens das logarithmische Decrement den grössten Werth erreicht, wenn das Galvanometer das Maximum der Empfindlichkeit besitzt, und dass zweitens das logarithmische Decrement mit der Länge der Nadel wächst. Denn sehen wir hierbei von der Umspinnung ab und ebenso von dem Luftwiderstand, der λ nur vergrössern kann, so ist $W = 2w$. Es ist aber $\frac{\mathfrak{D}_0^2}{w}$ proportional mit $\frac{m^2}{L}$, ferner τ_0 proportional mit $\sqrt{\frac{K}{m}}$. Für ähnlich gestaltete Nadeln ist m mit L^3, K mit L^5 proportional, woraus $\frac{\mathfrak{D}_0^2}{KW}\tau_0$ proportional mit L^2 folgt.

Anwendungen.

Um die entwickelten Formeln einer Anwendung zu unterwerfen mögen hier einige Tafeln Platz finden, welche bei Construction von Galvanometern von Nutzen sein können. Der Radius R von der

Digitized by Google

Berührungsfläche der der Nadel nächstliegenden Schicht, die Höhe h und die Breite $2h_1$ des Multiplicatorquerschnittes und endlich das Gewicht des nicht übersponnenen Galvanometerdrahtes sind von dem Widerstand w der Kette unabhängig. Die Längen L der Nadel (bei kreisförmigen Magneten der Durchmesser) sind hierbei so gewählt, wie sie bei Construction von Galvanometern mit kreisförmiger Stromcurve gewöhnlich in Anwendung kommen.

Nach Untersuchungen von Siemens [1]) ist der specifische Widerstand bei 0° C. vom Kupferdraht im harten Zustand $\frac{1}{52{,}207}$, im weichen $\frac{1}{55{,}253}$, wenn der specifische Widerstand des Quecksilbers bei 0° C. gleich eins genommen wird. Setzen wir den letzteren gleich $9717000\frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}$, so folgt der specifische Widerstand des Kupferdrahtes bei 20° C. in absolutem Maasse im harten Zustande 199823, im weichen $188807\frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}$. Andere Experimentatoren haben etwas grössere Zahlen gefunden. Den folgenden Tafeln ist der Werth

$$k = 20 \cdot 10^4 \frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}$$

zu Grunde gelegt, welcher mit ausreichender Genauigkeit als der Mittelwerth verschiedener käuflicher Drahtsorten angesehen werden kann. Da ferner gewöhnlich die Widerstände durch Vergleichung mit der Siemens'schen Quecksilbereinheit gewonnen zu werden pflegen, so sind die Widerstände der Kette w, für welche das Galvanometer construirt werden soll, in Siemens'schen Einheiten ausgedrückt. Der Berechnung liegt der von F. Kohlrausch [2]) zuletzt gegebene Werth

$$1\ \text{Siemens} = 0{,}9717 \cdot 10^{10} \frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}$$

zu Grunde. Die erste Columne enthält den gegebenen Widerstand w der Kette, für welche das Galvanometer construirt werden soll, die zweite und dritte den Durchmesser und die Länge des zu verwendenden Kupferdrahtes, die vierte Columne endlich das Verhältniss des Drehungsmomentes, welches die Stromeinheit auf die Nadel in der Ruhelage ausübt, zu dem magnetischen Moment der Nadel.

---

1) Pogg. Ann. Bd. 110, S. 1.

2) Pogg. Ann. Ergänzungsbd. VI, S. 34.

Digitized by Google

$L = 20^{mm}$

w	d Millim.	l Meter	$\frac{D_0}{m}$	
0,5	1,587	48,0	73,5	
1	1,334	67,9	104,0	
2	1,122	96,1	147,0	
4	0,943	135,9	207,9	
6	0,852	166,4	254,7	
8	0,793	192,1	294,1	
10	0,750	214,8	328,8	$R = 12^{mm}$
20	0,631	303,8	465,0	$a = 2^{mm}$
40	0,531	429,6	657,6	$h = 22{,}4^{mm}$
60	0,479	526,1	805,4	$2h_1 = 37{,}1^{mm}$
80	0,446	607,5	929,9	$P = 0{,}8472$ Kilogr.
100	0,422	679,2	1039,7	
200	0,355	960,6	1470,4	
400	0,298	1358,5	2079,4	
600	0,270	1663,8	2546,8	
800	0,251	1921,2	2940,7	
1000	0,237	2148,0	3287,8	
2000	0,200	3037,7	4649,7	
4000	0,168	4295,9	6575,7	
6000	0,152	5261,4	8053,5	
8000	0,141	6075,4	9299,4	
10000	0,133	6792,4	10397,0	

$L = 30^{mm}$

w	d Millim.	l Meter	$\frac{D_0}{m}$	
0,5	2,151	88,2	60,0	
1	1,808	124,8	84,9	
2	1,521	176,5	120,1	
4	1,279	249,6	169,8	
6	1,155	305,7	207,9	
8	1,075	353,0	240,1	
10	1,017	394,6	268,5	$R = 18^{mm}$
20	0,855	558,1	379,6	$a = 3^{mm}$
40	0,719	789,2	536,9	$h = 33{,}5^{mm}$
60	0,650	966,6	657,6	$2h^1 = 55{,}7^{mm}$
80	0,605	1116,1	759.3	$P = 2{,}8591$ Kilogr.
100	0,572	1247,9	848,9	
200	0,481	1764,7	1200,5	
400	0,404	2495,7	1697,8	
600	0,365	3056,6	2079,4	
800	0,340	3529,5	2401,1	
1000	0,322	3946,1	2684,5	
2000	0,270	5580,5	3796,5	
4000	0,227	7892,1	5369,0	
6000	0,205	9665,8	6575,7	
8000	0,191	11161,1	7592,9	
10000	0,181	12478,5	8489,2	

Digitized by Google

$L = 40^{mm}$

w	d Millim.	l Meter	$\frac{\mathfrak{D}_0}{m}$	
0,5	2,668	185,9	52,0	
1	2,244	192,1	73,5	
2	1,887	271,7	104,0	
4	1,587	384,2	147,0	
6	1,434	470,6	180,1	
8	1,334	543,4	208,0	
10	1,262	607,5	232,5	$R = 24^{mm}$
20	1,061	859,2	328,8	$a = 4^{mm}$
40	0,892	1215,1	465,0	$h = 44,7^{mm}$
60	0,806	1488,1	569,5	$2h_1 = 74,3^{mm}$
80	0,750	1718,4	657,6	$P = 6,7772$ Kilogr.
100	0,710	1921,2	735,2	
200	0,597	2717,0	1039,7	
400	0,502	3842,4	1470,4	
600	0,453	4705,9	1800,8	
800	0,422	5433,9	2079,4	
1000	0,399	6075,4	2324,9	
2000	0,336	8591,8	3287,8	
4000	0,282	12150,7	4649,7	
6000	0,255	14881,5	5694,7	
8000	0,237	17183,7	6575,7	
10000	0,224	19211,9	7351,8	

$L = 50^{mm}$

w	d Millim.	l Meter	$\frac{\mathfrak{D}^0}{m}$	
0,5	3,155	189,9	46,5	
1	2,653	268,5	65,8	
2	2,231	379,7	93,0	
4	1,876	537,0	131,5	
6	1,695	657,7	161,1	
8	1,577	759,4	186,0	
10	1,492	849,1	207,9	$R = 30^{mm}$
20	1,254	1200,7	294,1	$a = 5^{mm}$
40	1,055	1698,1	415,9	$h = 55,9^{mm}$
60	0,953	2079,8	509,4	$2h_1 = 92,8^{mm}$
80	0,887	2401,5	588,2	$P = 13,237$ Kilogr.
100	0,839	2685,0	657,6	
200	0,705	3797,1	929,9	
400	0,593	5369,9	1315,1	
600	0,536	6576,7	1610,7	
800	0,499	7594,2	1859,9	
1000	0,472	8490,6	2079,4	
2000	0,397	12007,4	2940,7	
4000	0,334	16981,1	4158,8	
6000	0,301	20797,5	5093,5	
8000	0,280	24014,9	5881,5	
10000	0,265	26849,5	6575,7	

Digitized by Google

Man sieht aus diesen Tafeln, dass es sich empfiehlt, die Nadel des Galvanometers so klein als möglich zu nehmen, nicht allein in Rücksicht auf die Ersparniss an Draht, sondern auch in Hinsicht auf die Empfindlichkeit.

Die Grösse $\mathfrak{D}_0$ in der vierten Columne bedeutet das Drehungsmoment, welches die Stromeinheit auf die in der Ruhelage sich befindende Nadel ausübt. Dasselbe wächst mit dem äusseren Widerstande w. Anders verhält sich das Drehungsmoment D_0, welches durch eine gegebene electromotorische Kraft, die in der Kette wirkt, hervorgebracht wird. Für dieses erhält man in Anbetracht, dass bei Nichtberücksichtigung der Umspinnung der Widerstand des Galvanometers dem äusseren Widerstand gleich sein muss

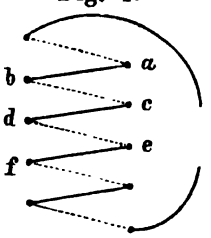
$$D_0 = E.m.1{,}05473\frac{1}{\sqrt{L}}.\frac{1}{\sqrt{k.w}}$$

und man hat hiernach, wenn bei gegebener electromotorischer Kraft für den Widerstand ausserhalb des Galvanometers w Spielraum gelassen ist, diesen Widerstand so klein wie möglich zu wählen.

Ein Beispiel, wo nicht nur über die Länge und den Querschnitt des Galvanometerdrahtes, sondern zugleich auch über die Grösse der electromotorischen Kraft und den äusseren Widerstand freie Disposition vorhanden ist, bildet die Aufgabe, eine Thermosäule nebst zugehörigem Galvanometer zu construiren, so dass der ganze Apparat die grösste Empfindlichkeit besitzt.

Die Dimensionen des Galvanometers ergeben sich, sobald der Widerstand der Säule und der Zuleitungsdrähte gegeben sind. Bestehe die Thermosäule aus n Paaren von Stäben (Fig. 1) $abc\,ced\ldots$, wobei wir das erste Stäbchen dem Verbindungsdrahte zurechnen und ist r der Widerstand jedes Paares, v der Widerstand der beiden Zuleitungsdrähte zwischen Säule und Galvanometer und e die electromotorische Kraft, welche den Löthstellen a und b, c und d ... entspricht, wenn die Löthstellen a, c, e ... und b, d, f ... eine bestimmte aber von einander verschiedene Temperatur besitzen und ist endlich der Uebergang des Stromes durch jede Löthstelle mit einem gewissen Widerstand, der von der Art der Löthung herrührt, verbunden, dessen mittlerer Werth u sein möge, so ist

Fig. 1.



$$E = ne \qquad w = nr + 2nu + v$$

Digitized by Google

und daher wird das Drehungsmoment eines für diese Thermosäule construirten Galvanometers

$$D_0 = \frac{1{,}05473 \cdot em}{\sqrt{Lk}} \cdot \frac{n}{\sqrt{nr + 2nu + v}},$$

woraus hervorgeht, dass wenn der Widerstand der Verbindungsdrähte v sehr klein gemacht wird, das Drehungsmoment mit der Quadratwurzel aus der Anzahl der Stäbchen wächst, und dass dasselbe um so grösser wird, je kleiner der Widerstand eines einzelnen Stäbchenpaares ist. Uebrigens übersieht man leicht, dass, wenn für die Thermosäule ein bestimmter Querschnitt festgesetzt wird, die Querschnitte der Stäbchen aus beiden Metallen einander gleich gemacht werden und die Dicke der isolirenden Zwischenschicht zwischen den einzelnen Stäbchenpaaren als eine bestimmte durch die Verhältnisse gegebene Grösse angesehen wird, r als Function von n gegeben ist. Es ergiebt sich alsdann, dass, u und v sehr klein vorausgesetzt, die Empfindlichkeit mit der Anzahl der Löthstellen abnimmt jedoch in einem um so geringeren Maasse, je kleiner die Dicke der isolirenden Zwischenschicht ist. In dem Gränzfalle, wo diese Dicke als unendlich klein angesehen werden kann, ist die Empfindlichkeit von der Anzahl der Stäbchen ganz unabhängig. In dem Falle, dass u und v beträchtliche Werthe besitzen, giebt es einen bestimmten Werth von n, für welchen die Empfindlichkeit ein Maximum wird. In der Praxis wird man aber immer u und v so klein machen, dass der letztere Fall nicht in Betracht zu ziehen ist.

(Fortsetzung folgt).

Digitized by Google

Ueber die Spectren des Yttrium, Erbium, Didym und Lanthan.

Von

Rob. Thalén.

Professor an der Universität in Upsala

(d'Almeida Journal de Physique. Février 1875.)[1])

(Hiezu Tafel XVII.)

Der Hauptzweck der in Frage stehenden Untersuchung war der mittelst der Spectralanalyse zu controlliren, ob es den Chemikern möglich sei, die Salze von Yttrium und Erbium und die von Didym und Lanthan unter einander zu trennen. Trotz der Bemühungen der geschicktesten Chemiker konnte man nicht zweifeln, dass die Trennung dieser Körper bisher eine sehr unvollkommene war, wie diess die über die Spectren dieser Substanzen von Ångström[2]), Hofmann[3]) und mir selbst[4]) ausgeführten Arbeiten beweisen. In der That haben die Spectren von Yttrium und Erbium einerseits und die von Lanthan und Didym anderseits immer gewisse gemeinsame Linien von hinreichend grosser Intensität gezeigt, deren Ursprung vollständig zu erklären man vergebens versucht hat. Man wusste nicht mit Sicherheit, welchem Körper man sie zuertheilen sollte. Gehörten sie dem einen oder anderen der aufgezählten Körper oder gar einem hypothetischen Metalle, wie Erbium, an, das bisher noch nicht gesondert dargestellt wurde? Es war nothwendig zur Entscheidung der Frage neue Untersuchungen zu unternehmen.

Dank den ausgedehnten und gründlichen Arbeiten, welche Hr.

---

1) Aus K. Vetenskaps Academiens Handlingar. Bd. 12, Nr. 4. Stockholm 1873.

2) Förhandlingar vid de Skandinav. Naturforsk. Stockholm 1863.

3) Abhandlungen der K. Preuss. Acad. der Wiss. Berlin 1862.

4) Nova Acta Reg. Soc. Sc. Upsal. Ser. III. vol. VI. — Repertorium. Bd. VI, pag. 27 ff.

Digitized by Google

Clève[1]), Professor der Chemie an der Universität in Upsala, über diese Metalle angestellt hat, konnte ich von demselben hinreichende Quantitäten von Verbindungen dieser Körper erhalten, um neuerdings ihre Spectren zu studiren. Die Reinheit der von Clève dargestellten Präparate war ohne Zweifel die möglichst vollkommene, da er die gleichen Präparate für seine Bestimmungen der Atomgewichte der Metalle verwendet hat. Offenbar war diese Reinheit die Ursache, dass ich nicht blos den Körper, dem die fraglichen gemeinsamen Linien angehören, auffinden, sondern auch für die verschiedenen Körper eine grössere Anzahl von Linien als früher auffinden konnte. Die folgende Zusammenstellung gibt die bei den Bestimmungen in den Jahren 1868 und 1873 gefundenen Zahlen an:

	Anzahl der Linien.			
	1868			1873
Yttrium	70	+ 12[2])		106
Erbium	10			83
Didym	6	+ 16[2])		209
Lanthan	49			188

Das durch diese Untersuchung erhaltene Resultat ist das folgende. Die gemeisamen Linien, welche sich früher in den Spectren des Yttrium und Erbium zeigten, rühren vom Yttrium her, dessen Spectrum durch mehrere sehr intensive und leicht zu erkennende Linien characterisirt ist. Das Erbium dagegen gibt eine sehr geringe Zahl von characteristischen Linien, unterscheidet sich aber nichts desto weniger von allen andern Körpern. Was die gemeinsamen Linien betrifft, die früher in den Spectren von Didym und Lanthan gefunden wurden, so ist es der letztere Körper, dem man die meisten dieser Linien zuschreiben muss. Im Uebrigen unterscheiden sich die sehr zahlreichen Linien dieser beiden Metalle insofern als die Linien des Lanthan eine ausserordentliche Helligkeit besitzen, während die Linien des Didym einen etwas nebeligen Anblick bieten; die Ursache hievon liegt offenbar darin, dass die meisten dieser letzteren Linien ausserordentlich fein sind.

In Tabelle I habe ich die Wellenlängen der Hauptlinien gegeben; die Tafel XVII stellt die Spectren der vier untersuchten Metalle dar

1) Bihang till K. Sc. Vetensk. Akad. Handl. Bd. I Nr. 8. 1872.
2) Gemeinsame Linien.

Digitized by Google

Tabelle I.

Wellenlängen der Haupt-Linien.

(Durch die Zahl 1 bezeichne ich die stärksten, durch 6 die schwächsten Linien).

Wellenlänge.	Intensität.	Wellenlänge.	Intensität.	Wellenlänge.	Intensität.	Wellenlänge.	Intensität.
Yttrium.							
6434,5	2	5986,5	1	5473,0	3	4785,8	3
6190,5	1	5970,5	1	5466,0	2	4681,5	4
6181,0	3	5662,0	1	5402,0	1	4673,5	3
6163,5	2	5580,5	2	5205,0	1	4643,0	2
6149,0	2	5576,0	3	5199,5	1	4526,5	3
6131,0	1	5544,5	3	5122,5	2	4422,0	2
6071,0	5	5543,0	3	5118,0	3	4374,0	1
6053,0	5	5526,5	2	5087,5[1])	1	4309,0	1
6036,0	4	5509,0	2	4899,5[1])	1	4176,5	2
6018,5	3	5496,0	1	4881,0[1])	1	4167,0	3
6002,5	2	5479,5	3	4854,0[1])	1		

Anmerkung. Die beiden Liniengruppen, die zwischen 6190,5 und 5970,5 enthalten sind, sind ganz characteristisch für Yttrium.

1) Diese Linien wurden früher als dem Yttrium und Erbium „gemeinsame" Linien betrachtet; ich habe aber dieses Mal nicht die geringste Spur dieser Linien in dem Spectrum des letzteren Körpers gefunden; sie gehören also alle dem Yttrium an.

λ	i	λ	i	λ	i	λ	i
Erbium.							
6274,0	3	5982,5	1	5448,0	3	5334,0	2
6221,0	1	5651,0	3	5431,0	3	4993,0	3
6158,0	2	5587,5	2	5352,0	2	4935,0	3
6004,0	2	5555,0	1	5346,0	3	4785,8[1])	2
5990,0	3	5476,0	1	5345,0	3	4374,0[1])	5

Anmerkung. Die beiden Liniengruppen 6004,0 — 5982,5 und 5352,0 — 5334,0 sind ganz characteristisch für Erbium.

1) Diese Linien scheinen wirklich mit den Yttriumlinien zusammenzufallen.

λ	i	λ	i	λ	i	λ	i
Didym.							
5620,0	3	5301,5 breit	4	4953,0	3	4634,0	3
5593,0	3	5292,5	3	4944,0	2	4580,0	3
5515,0	3	5272,5	3	4901,0[1])	2	4450,5	3
5492,5	3	5248,5	3	4895,5	3	4434,0	3
5484,5	3	5199,5 breit	3	4890,5	3	4303,0	3
5319,0	3	5192,0	3	4882,5[1])	2	4109,0	3
5310,5 breit	4	5129,5	2	4668,5	3		

1) **Anmerkung** Diese Linien sind denen des Yttrium sehr nahe, fallen aber nicht mit ihnen zusammen.

Digitized by Google

Wellenlänge.	Intensität.	Wellenlänge.	Intensität.	Wellenlänge.	Intensität.	Wellenlänge.	Intensität.

Lanthan.

λ	i	λ	i	λ	i	λ	i
6392,5	2	5182,5	1	4668,0	2	4330,0	1
6249,0	2	4920,8	1	4662,5	1	4295,0	1
5920,0	2	4920,0	2	4661,0	2	4286,0	1
5769,0	2	4899,0[1])	1	4654,5	2	4268,0	1
5500,5	2	4860,0	2	4619,0	2	4263,0	2
5454,5	2	4823,5	2	4612,5	2	4238,0	1
5381,0	2	4808,0	2	4579,5	1	4216,5	2
5380,3	2	4803,0	2	4573,5	2	4196,0	1
5375,5	2	4747,5	2	4557,5	1	4151,5	1
5339,5	2	4741,5	2	4525,5	1	4121,0	1
5302,5	2	4738,5	2	4522,0	2	4086,0	1
5301,8	2	4702,0	2	4430,0	2	4076,5	1
5301,0	2	4691,5	2	4382,5	1	4042,0	2
5187,5	2	4670,5	2	4354,0	1		

1) Diese Linie und die danebenstehende Yttriumlinie fallen nicht zusammen.

Um die bei diesen Bestimmungen der Wellenlängen der Spectrallinien erhaltene Genauigkeit zeigen zu können muss ich mit einigen Worten die Beobachtungsmethode, deren ich mich bedient habe, auseinandersetzen.

Ich habe zwei Mal die Lage der hellen Linien in Bezug auf die Linien im Sonnenspectrum registrirt und indem ich dabei den bekannten Atlas von Ångström benutzte, habe ich unmittelbar ihre Wellenlänge gefunden. Da übrigens die hellen Linien schwach sind, wie das gewöhnlich der Fall ist, so nimmt man sie auf dem sehr intensiven Grunde des Sonnenspectrums nicht mehr wahr. Es war also die gewöhnliche Methode, welche darin besteht, dass man gleichzeitig das Spectrum der Sonne und des electrischen Lichtes über einander in das Gesichtsfeld des Fernrohres bringt, nicht mehr anwendbar. Ich musste desshalb in solchen Fällen meine Beobachtungsmethode modificiren, was in folgender Weise geschah.

Nachdem ich das Sonnenlicht durch Einschalten eines Schirmes zwischen den Spalt des Spectroskopes und den Heliostaten unterdrückt hatte, liess ich den Faden des Fadenkreuzes mit der hellen Linie des electrischen Funkens coincidiren; indem ich sodann das Sonnenlicht wieder einführte, bestimmte ich die Lage, welche der Faden unter den Fraunhofer'schen Linien einnahm und die Wellenlänge der hellen

Digitized by Google

Linie war auf diese Weise bekannt. Da jedoch der Faden immer eine beträchtliche Breite hat, so bot es oft einige Schwierigkeit, genau auf die schwachen hellen Linien, deren Wellenlänge man bestimmen wollte, genau einzustellen. Wenn man andrerseits das Sonnenspectrum beobachtet, so findet man in der Regel in der Nähe der Fäden des Fadennetzes eine grosse Anzahl von sehr feinen Interferenzlinien, welche den Theil des Spectrums, den man scharf sehen soll, verwirren, und diese Linien verhindern eine genaue Unterscheidung der sehr feinen Fraunhofer'schen Linien, zwischen denen der Faden des Fadenkreuzes sich gerade befindet. Ich wende deshalb seit mehreren Jahren anstatt eines gewöhnlichen Fadenkreuzes einen sehr feinen Glasfaden an, der in eine Spitze ausgezogen ist, die bis auf die Mitte des Gesichtsfeldes des Beobachtungsfernrohres reicht. Mit Hilfe dieser Einrichtung überwindet man fast alle Schwierigkeiten; denn man kann so den Glasfaden nicht blos genau in die Verlängerung der hellen Linie einstellen, man kann ausserdem, da man nun alle dunklen Linien des Sonnenspectrums im Detail sieht, mit Präcision die Lage des Glasfadens bestimmen.

Das gebrauchte Spectroskop hatte sechs Flintglasprismen, deren jedes einen brechenden Winkel von 60° hatte, es war dasselbe Instrument, dessen ich mich auch bei meinen früheren Untersuchungen bedient hatte. Die Verbrennung der chemischen Präparate wurden mittelst eines grossen Ruhmkorff'schen Apparates ausgeführt, als Electroden dienten dabei Aluminium- oder Platin-Drähte. Die Salzlösungen waren Chlorverbindungen. Es mussten also die Linien der Atmosphäre, der Electroden und des Chlor eliminirt werden. Um die Elimination der Linien des letzteren Körpers auszuführen, benützte ich zuerst den Index von Watts[1]), in welchem sich die Bestimmungen von Plücker befinden; da ich jedoch gefunden habe, dass die gegebenen Zahlen beträchtlich von den wahren Werthen abweichen, so habe ich mittelst einer Geissler'schen Röhre, die blos Chlor und Wasserstoff enthielt, neuerdings die Wellenlängen dieser Linien bestimmt. Um die wirkliche Grösse dieser Differenzen besser beurtheilen zu können, will ich in folgender Tabelle einige besondere Beispiele zusammenstellen.

1) Index of Spectra, by W. Marshall Watts. London 1872.

Digitized by Google

Tabelle II.

Chlor.

λ	i	diff.	λ	i	diff.	λ	i	diff.	λ	i	diff.
5455,5	4	+ 4,5	5220,0	2	— 8,0	4994,0	3	+ 4,0	4817,7	1	+ 7,3
5443,5	3	+ 0,5	5216,5	1	—11,5	4923,5	3	+ 6,5	4809,7	1	+ 4,3
5423,0	2	— 1,0	5102,7	2	— 1,7	4916,5	2	+ 7,5	4793,0	1	+ 7,0
5391,5	2	— 6,5	5098,2	3	— 0,8	4903,2	2	+ 3,8	4779,5	4	+ 6,5
5355,0	5	— 9,0	5077,0	1	0,0	4895,5	2	+ 3,5	4704,5	4	+ 6,5

Anmerkung. Die Columne „diff." gibt die Differenz zwischen den von Plücker gegebenen und den von mir gefundenen Wellenlängen.

Da es wünschenswerth war zu wissen, ob wirkliche Coincidenzen zwischen den benachbarten Linien der verschiedenen Metalle z. B. der des Yttrium und Erbium statthaben, habe ich specielle Untersuchungen in dieser Hinsicht unternommen. Wiewohl ich die Linien dieser Metalle mit der grösstmöglichen Sorgfalt registrirte, so muss ich doch sagen, dass sich nichts desto weniger einige Linien zeigten, die mir genau zusammenzufallen schienen.

Es ist übrigens zu bemerken, dass ihre Zahl sehr begrenzt ist und dass sie nicht mit den oben erwähnten gemeinsamen Linien identisch sind.

Da in den beiden Spectren diese Linien in Bezug auf ihre Intensität sehr verschieden sind und da ausserdem die characteristischsten Linien des Spectrum des einen Körpers in dem Spectrum des andern gänzlich fehlen, so kann man diese Coincidenzen weder durch gegenseitige Unreinheiten der fraglichen Körper, noch durch die fremden Körper erklären, deren Hauptlinien man nun kennt. Ich glaube desshalb, dass diese Coincidenzen ganz und gar scheinbare sind und dass sie blos davon abhängen, dass, wiewohl die Dispersion durch sechs Flintglasprismen erzeugt wurde, das Dispersionsvermögen des Spectroskopes doch für diese subtilen Bestimmungen nicht gross genug gewesen ist.

Um zu zeigen, wie nahe die Linien der verschiedenen Körper einander stehen können, will ich einige Beispiele citiren:

Di . . .	4901,0	(2)	Di . . .	4882,5	(2)
Yt. . . .	4899,5	(1)	Yt . . .	4881,0	(1)
La . . .	4899,0	(1)			

Es steht nichts im Wege, dass die Differenz in der Wellenlänge der benachbarten Linien noch kleiner als 0,5 der gewählten Einheit, $0^{mm},0000001$, sein kann und das hat denn auch, wie mir scheint, bei den in Frage stehenden Fällen wirklich statt. Wie dem auch sein mag, so werden, glaube ich, die gegebenen Tabellen ausreichen, um die erwähnten Metalle vollkommen von einander unterscheiden zu können.

Digitized by Google

Ueber die Anwendung von Stimmgabeln in der Electrischen Telegraphie.

Von

Paul La Cour,

Vicedirector des metereologischen Institutes in Copenhagen.

(Annales de Chimie et de Physique, Juin 1875.)

Man hat sich bisher in der electrischen Telegraphie damit begnügen müssen, dass man nur zwei einfache Zeichen hervorbrachte, entweder durch entgegengesetzt gerichtete Ströme oder indem man die Dauer des Stromes mehr oder weniger verlängerte. Das System, welches ich am 10. Mai des vorigen Jahres ausgedacht habe, gestattet dagegen die Erzeugung einer grossen Anzahl von einfachen Zeichen durch einen einzigen Leitungsdraht.

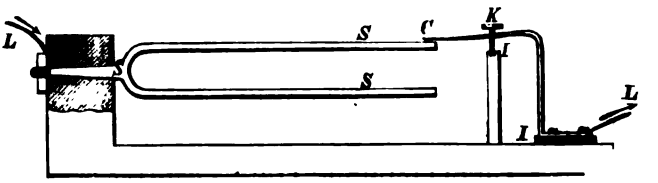
Wenn ein schwingender Körper bei jeder seiner Vibrationen einen electrischen Schliessungskreis schliesst und öffnet, so begreift man, dass die Pulsationen des Stromes mit den Schwingungen des tönenden Körpers isochron sein werden, und wenn ein solcher Strom mittelst Electromagnete auf einen Körper, der die gleiche Schwingungszahl wie der erstere besitzt, electromagnetische Anziehungen ausübt, so wird dieser zweite Körper in Schwingung versetzt, während ein anderer schwingender Körper, der einen anderen Ton gibt, stumm bleiben wird. Der erste Versuch glückte am 5. Juni 1874; es war jedoch zu befürchten, dass die Pulsationen des Stromes, wenn derselbe beträchtliche Distanzen durchlaufen würde, verschwinden würden. Ich habe desshalb den Versuch an einer Telegraphenlinie von 390 Kilometer (von Copenhagen nach Friedericia, hin und zurück) Länge angestellt; die Pulsationen waren selbst mit einem ganz schwachen Strome leicht bemerkbar. Dieser Versuch wurde in der Nacht vom 14. auf den 15. November des gleichen Jahres angestellt.

Als schwingenden Körper, sowohl um den intermittirenden Strom zu erzeugen als auch um die Wirkung aufzunehmen, habe ich Stimmgabeln angewendet. Die Apparate sind in folgender Weise construirt.

Digitized by Google

Der Schlüssel oder der Apparat, welcher den intermittirenden Strom in der Linie erzeugt, ist durch Figur 1 dargestellt. SSS ist eine

Fig. 1.

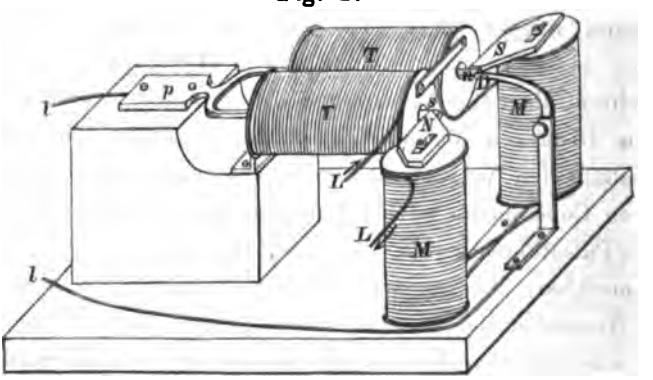


Stimmgabel, die so befestigt ist, dass bei jeder Oscillation eine der Zinken den Contact C während eines Theiles der Schwingung berührt. C kann durch eine Schraube K adjustirt werden und ist ebenso wie sein Ständer von der Stimmgabel durch Isolatoren II isolirt. Steht der Stift der Stimmgabel mit einem Pole einer galvanischen Batterie in Verbindung, deren anderer Pol mit der Erde verbunden ist, und wird der Contact mit der telegraphischen Linie und von da mit der Erde verbunden, so wird ein Schlag, der auf eine Zinke der Stimmgabel ausgeübt wird, einen Strom durch den Schliessungskreis senden, dessen Intermittencen mit der Stimmgabel im Einklang stehen werden.

Es ist ersichtlich, dass wenn man die Stimmgabel in Schwingungen versetzt, man das gleiche Resultat erhält, wo immer man dieselbe in den Schliessungskreis eingeschaltet hat. Ferner ist ersichtlich, dass man, wenn man noch einen Contact im Innern der Stimmgabel und dazu eine besondere Batterie anwendet, die Linie von abwechselnd entgegengesetzt gerichteten Strömen durchlaufen lassen kann.

Der Receptor für den intermittirenden Strom ist durch Figur 2

Fig. 2.



dargestellt. $n\,p\,s$ ist eine Stimmgabel aus weichem Eisen, welche denselben Ton gibt wie die des Schlüssels. Die Zinken sind axial in

Digitized by Google

zwei Bobinen T, T eingeführt, auf denen mit Seide übersponnener Kupferdraht aufgewickelt ist; dabei können aber die Zinken im Innern der Bobinen frei oscilliren. Der intermittirende Strom durchläuft nun, wenn er an der Station ankommt, diese beiden Bobinen und geht dann in den Draht eines Electromagneten MM, welcher so aufgestellt ist, dass seine Pole vor den entgegengesetzten Polen, die in den Zinken der Stimmgabel hervorgerufen werden, stehen. Man sieht also, dass der Strom, indem er den Electromagnet und die Stimmgabel magnetisirt, eine Anziehung erzeugt, wodurch die Zinken derselben auseinander gezogen werden; sobald aber der Strom und damit die Anziehung aufhört, werden die Zinken wieder in ihre Gleichgewichtslage zurückkehren und so fort. Stehen also die Pulsationen des Stromes im Einklange mit der Stimmgabel, so werden die Schwingungen derselben bald eine hinreichend grosse Amplitude erreichen, um die Zinken mit dem Contacte D zur Berührung zu bringen; dadurch wird der Schliessungskreis ll einer Localbatterie geschlossen, welche durch irgend welche Wirkungen die Ankunft des Stromes sei es direct oder durch ein Relais anzeigen wird.

Ich kann in Wirklichkeit die Zeit noch nicht angeben, die nothwendig ist um in der Receptor-Stimmgabel Vibrationen von einer gewissen Amplitude zu erzeugen. Sie muss eine Funktion von sehr verschiedenen Factoren sein; allein die Erfahrung zeigt, dass die Zeit, welche verfliesst bis der Localstrom geschlossen wird, ein so kleiner Bruchtheil einer Secunde ist, dass er kaum wahrgenommen werden kann, selbst wenn der Strom ganz schwach ist.

In der Hoffnung, dass dieses System berufen sein wird, eine wichtige Stelle in der electrischen Telegraphie zu spielen, erlaube ich mir hier die Hauptvortheile desselben zu bezeichnen.

Der intermittirende Strom bringt nur eine Stimmgabel zum Sprechen, die mit derjenigen, welche als Schlüssel angewendet wird, die gleiche Schwingungszahl besitzt. Stellt man also eine beliebige Anzahl von verschiedenen Schlüsseln und eine gleiche Anzahl von correspondirenden Receptoren her, so kann man eine gleiche Anzahl von einfachen Zeichen hervorbringen, deren jedes nur eine einfache Bewegung erfordert. Wenn nur jedes dieser Zeichen einem Buchstaben, einer Ziffer oder einem Zeichen entspricht, so können die Depeschen rascher als bei den bekannten

Digitized by Google

Systemen expedirt werden, und man wird durch irgend welche Mittel die Receptoren auf einen Druckapparat ohne jede Schwierigkeit einwirken lassen können.

Die gleiche Eigenthümlichkeit gestattet, diese Zeichen da anzuwenden, wo mehrere Stationen miteinander durch ein einziges Cabel verbunden sind. Man kann zwischen zwei beliebigen dieser Stationen ein Signal geben, ohne dass die anderen etwas davon wahrnehmen. Das System kann für mancherlei andere Zwecke gleichfalls angewendet werden, z. B. um irgend ein Ereigniss hervorzurufen oder anzuzeigen, um Torpedos zu entzünden etc., mit einem Worte überall wo die Signale nur auf bestimmte Orte übertragen werden müssen.

Eine andere wichtige Eigenthümlichkeit ist die, dass mehrere Signale gleichzeitig in demselben Drahte erzeugt werden können. Denn wenn mehrere Schlüssel gleichzeitig in Thätigkeit versetzt werden, so wird der so erzeugte Strom, in dem gleichzeitige aber verschiedene Zeit andauernde Intermittencen enthalten sind, nur auf die den schwingenden Schlüsseln entsprechenden Receptoren einwirken, wenn man nur die Stimmgabeln so gewählt hat, dass keine einfachen harmonischen Verhältnisse zwischen ihnen stattfinden. Wendet man so z. B. ein System von 10 Stimmgabeln an, so kann man 10 einfache Zeichen hervorrufen, ferner $\frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2} = 45$ zu zweien combinirte Zeichen, ohne dass diese letzteren mehr Zeit in Anspruch nehmen als die einfachen Zeichen. Auf welche Anzahl von gleichzeitig schwingenden Stimmgabeln muss man sich nun beschränken? Dies ist eine Frage, welche nur durch die Erfahrung gelöst werden kann.

Dieselbe Eigenthümlichkeit gestattet gleichzeitig mehrere Depeschen von einer Station an verschiedene andere zu übertragen, ohne dass man mehr als einen einzigen Leitungsdraht nöthig hat. Es sei z. B. die Station *A* durch einen Draht mit einer anderen Station *B* verbunden, von wo aus der Draht bis zur Station *C* weitergeht. Man kann dann an der Station *A* zwei verschiedene Systeme von Schlüsseln anwenden, das eine für die Correspondenz mit *B*, das andere für *C*. Die Receptoren an beiden Stationen müssen natürlich den Schlüsseln entsprechend eingerichtet sein.

Ferner gestattet die gleiche Eigenthümlichkeit dieses System auf die sichersten und schnellsten Pantelegraphen, wie die von Bain, Caselli und Anderen construirten, in Anwendung zu bringen. Bis

Digitized by Google

jetzt hat man bei diesen Telegraphen nur einen Stift angewendet, welcher die Depesche der Länge und Breite nach durchlaufen muss, um alle Puncte des Telegramms zu markiren. Bei dem neuen System kann man beliebig viele, neben einander befindliche Stifte anwenden und die Depesche von dem so gebildeten Kamme überstreichen lassen. Man gewinnt durch diese Methode überdies den Vortheil, dass man nicht mehr zwei genau gleiche Geschwindigkeiten nöthig hat, denn der einzige Missstand eines Unterschiedes in den Geschwindigkeiten des Originales und der Copie besteht in einer nicht beträchtlichen Ausdehnung oder Zusammenziehung.

Die Receptoren haben endlich die schätzbare Eigenthümlichkeit, dass sie die gewöhnlichen electrischen Ströme durchgehen lassen, ohne deren Existenz anzuzeigen, wenigstens wenn sie nicht stark sind; es werden also die atmosphärischen und Erd-Ströme auf die nach dem neuen Systeme construirten Telegraphen im Allgemeinen nicht störend einwirken.

Kleinere Mittheilungen.

Magnetische Beobachtungen in Prag im Jahre 1873.

(Hornstein Magnetische und Meteorologische Beobachtungen an der K. k. Sternwarte zu Prag im Jahre 1873).

	Monat	Declination	Horizontalintensität
1873.	Januar	11° 45,21	1,9435
	Februar	11 44,16	1,9444
	März	11 43,84	1,9441
	April	11 43,14	1,9447
	Mai	11 42,54	1,9453
	Juni	11 40,89	1,9455
	Juli	11 41,16	1,9457
	August	11 40,99	1,9454
	September	11 40,73	1,9447
	October	11 39,44	1,9468
	November	11 38,55	1,9466
	December	11 37,88	1,9464

Digitized by Google

Magnetische Inclinationen in Prag.

(Hornstein loco citato).

Zeit	Inclination	Zahl der Beobachtungen
1868,5	65° 24,2	126
1869,5	65 20,7	127
1870,5	65 13,8	102
1871,5	65 12,4	61
1872,5	65 10,5	19
1873,5	65 11,0	26

Jahresmittel der Magnetischen Constanten für Greenwich im Jahre 1874.

(Report of the Astronomer Royal to the board of visitors of the Royal Observatory Greenwich.)

Mittlere westliche Declination . . . . . 19° 29′

Mittlere Horizontal-Intensität { 3,892 (Englische Einheiten)
1,795 (Gruss'sche Einheiten)

Mittlere Inclination . . . { 67° 41′ 59″ mit 9zölligen Nadeln
67 43 48 „ 6 „ „
67 45 0 „ 3 „ „

Monatmittel der magnetischen Declination und Horizontal-Intensität beobachtet an der königl. Sternwarte bei München in den Jahren 1873 und 1874.

		Declination	Hor. Intensität.
1873.	Januar	13° 8′,00	2,0129
	Februar	7,30	2,0137
	März	7,15	2,0130
	April	6,27	2,0137
	Mai	5,27	2,0144
	Juni	4,52	2.0141
	Juli	3,83	2,0151
	August	3,44	2,0164
	September	3,03	2,0175
	October	2,58	2,0176
	November	2,20	2,0192
	Dezember	13° 1′,83	2,0212
	Jahresmittel	13° 4′,62	2,0157

Digitized by Google

		Declination	Hor. Intensität
1874.	Januar	13° 1′,62	2,0212
	Februar	1,08	2,0217
	März	0,75	2,0219
	April	0,12	2,0206
	Mai	12° 59,15	2,0201
	Juni	58,45	2,0202
	Juli	57,75	2,0200
	August	57,30	2,0201
	September	56,77	2,0201
	October	56,19	2,0194
	November	55,86	2,0211
	Dezember	12° 55′,42	2,0225
	Jahresmittel	12° 58′,37	2,0207

Der Quecksilber-Heber.

Von

Dir. Plettner in Stralsund.

(Hiezu Tafel XVI Fig. 5.)

Diejenigen Apparate, welche gewöhnlich angewendet werden, um das Gesetz des Hebers mittelst seines Verhaltens im luftverdünnten Raume zu erläutern, leiden alle an dem Uebelstande, dass sie unbequem auszusaugen sind und, wenn die Oeffnungen der Heber-Röhre nicht ausserordentlich verengt werden, so schnell das obere Gefäss entleeren, dass kaum Zeit bleibt, den erforderlichen Grad der Verdünnung zu erreichen, damit die Quecksilbersäulen in beiden Schenkeln des Hebers sich trennen; und selbst, wenn dies gelingt, kann der Versuch nur dadurch wiederholt werden, dass man ganz von Anfang wieder anfängt: also den grössten und unnöthigen Verlust an Zeit und Arbeit erleidet.

Der in Fig. 5 auf Tafel XVI dargestellte Apparat ist mit diesen Fehlern nicht behaftet und wird von mir schon seit 8 Jahren ohne jemaliges Misslingen der Versuche benutzt. Auf dem Teller der Luftpumpe wird ein starker Messingdraht *A* festgeschraubt, dessen Schraube natürlich für den Durchgang der Luft auf passende Weisse durchbohrt ist; an dem Drahte hängt in zwei Messingringen eine weite Probir-Röhre *B* und eine zweite ähnliche Röhre *C* ist mit ihrem unteren

Digitized by Google

Ringe *D* an der Stange verschiebbar, während der obere Ring *E* an der Stange festgelöthet ist; zum Heben dieser Röhre wird ein Bügel *F* benutzt, welcher durch einen dritten Messingring *G* am oberen Ende der Röhre befestigt ist. Beide Glasgefässe werden zur Hälfte mit Quecksilber gefüllt und das ebenfalls mit Quecksilber gefüllte Heberrohr *H* in dieselben eingesenkt. Stellt man nun über diesen Apparat eine Campane mit Stopfbüchse, durch welche letztere eine Stange mit passendem Haken geschoben ist, so kann man durch Emporziehen der Röhre *C* den Heber in Thätigkeit setzen; vortheilhaft bleibt es, die Mündungen der Heberröhre zu feinen Spitzen auszuziehen, damit das Fliessen des Metalles nur langsam von Statten geht; auch muss Sorge getragen werden, dass die Heberröhre stets in das Quecksilber der Röhre *C* eingetaucht bleibt, damit diese nicht leer läuft; um dies zu verhindern, genügt es den Cylinder *C* wieder zu senken, denn alsdann stellt sich das ursprüngliche Niveau des Quecksilbers von selbst wieder her. Auf diese Weise ist man im Stande, den Versuch beliebig oft, und bei den verschiedensten Graden der Verdünnung mit Leichtigkeit zu wiederholen, ohne dass es nöthig wäre, die Campane mit Luft zu füllen und das Auspumpen von Neuem zu beginnen, nachdem der Apparat wieder in Stand gesetzt ist.

Fr. Plettner Dr.

Apparat zum Glasdurchbohren mittelst des Electrischen Funkens.

Von

Terquem und Trannin.

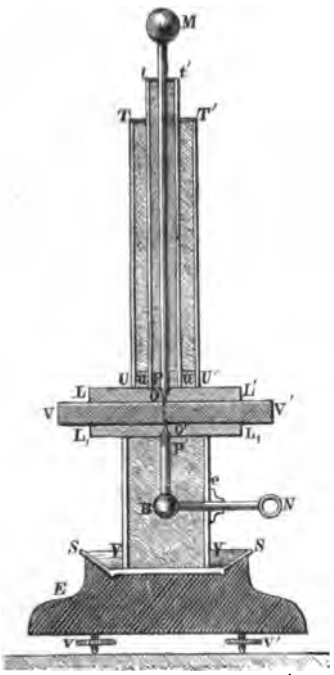
(D'Almeida Journal de Physique. Avril 1875.)

Die Schwierigkeiten, welche man zu überwinden hat, wenn man mittelst der Funken von Electrisirmaschinen oder dem Rühmkorff'schen Inductionsapparate eine nur einigermassen dicke Glasplatte zu durchbohren hat, sind allgemein bekannt. Die in Spitzen endigenden Metallstäbe müssen von Glascylindern umgeben werden, die mit Harz oder Pech gefüllt sind; die zu durchbohrende Glasplatte, die am Ende eines dieser Cylinder angekittet ist, muss mit der grösstmöglichen Sorgfalt getrocknet sein; endlich kann der Apparat nur ein einziges Mal gebraucht werden und wenn zufälligerweise durch das Zusammenziehen des Harzes Höhlungen in der isolirenden Masse an der Glasplatte gebildet werden, so wird der Tags zuvor oder doch einige Stunden

Digitized by Google

zuvor vorbereitete Apparat zerbrechen und dadurch unbrauchbar; man muss dann Alles von neuem machen und der unter solchen Umständen angestellte Versuch ist oft sehr langwierig, mühsam und unsicher. Wir haben nun versucht einen Apparat herzustellen, welcher sicher und sehr rasch zu operiren gestattet. Nach einigen Versuchen sind wir auf folgende Einrichtung gekommen, welche ausgezeichnete Resultate gibt.

Unser Apparat besteht aus zwei beweglichen Theilen, zwischen welchen die zu durchbohrende Platte eingelegt wird. Der obere Theil besteht aus einem Metallstifte MP, der von zwei Glasröhren UT und ut mit verschiedenem Durchmesser umgeben ist, oben eine Metallkugel M trägt und unten in eine sehr scharfe Spitze P ausläuft, welche in ein kleines Loch hereinragt, das in eine Glasplatte LL' gebohrt ist, auf der die beiden Glasröhren aufsitzen.



Der Zwischenraum zwischen dem Stifte und den Glasröhren wird mit Colophonium ausgefüllt, das vollständig isolirt und die Glasplatte LL' an den ebengeschliffenen Enden der Röhren UT und ut stark festhält. Das Ende P des Stiftes liegt genau in der unteren Ebene der Platte LL'.

Der untere Theil des Apparates besteht aus einem rechtwinkelig abgebogenen Messingstifte $P'BN$, dessen verticaler Theil $P'B$ in der Achse eines Glascylinders mittelst Colophonium befestigt ist, das den Cylinder ganz ausfüllt und am oberen Rande desselben eine Glasplatte $L_1 L_1$ festhält, die gleichfalls in der Mitte ein Loch trägt, durch das die Spitze P' des Stiftes heraufragt. Der Cylinder hat an der Seite ein Loch l, durch welches der Stift hindurchgeht. Er ruht auf einem Porzellangefässe SS', das in einen Holzsockel eingelassen ist. Stellschrauben gestatten die Platten LL', und $L_1 L_1'$ genau horizontal zu stellen. Die zu durchbohrende Platte wird, nachdem sie auf beiden Flächen mit Oel überzogen wurde, zwischen die Platten LL' und $L_1 L_1'$ gelegt. Nimmt man gleich grosse rechteckige Platten und durchbohrt sie genau in der Mitte, so genügt es, um die beiden Spitzen einander gegenüber zu stellen, die Platten genau auf einander zu legen.

Digitized by Google

Werden nun die Verbindungen *M* und *N* mit der Maschine hergestellt, so wird der Funken die Glasplatte unfehlbar durchbohren, wenn ihre Dicke für die Maschine, womit man operirt, nicht zu gross ist. Mit einer Holtz'schen Maschine mit zwei Scheiben haben wir eine Glasplatte von 15 Millimeter Dicke durchbohrt. Verschiebt man dann diese Platten ein wenig, so kann man sie neuerdings in geringer Distanz vom ersten Loch durchbohren; wir haben auf solche Weise Platten an fünf bis sechs verschiedenen Stellen durchbohrt.

Wenn man das Colophonium in die Glasröhren giesst, muss man eine Vorsichtsmassregel in Anwendung bringen. Da dieser Stoff beim Erkalten eine beträchtliche Zusammenziehung erfährt, so muss man nur kleine Quantitäten davon auf ein Mal in die Röhren giessen und zuwarten bis die Erkaltung vollständig vor sich gegangen ist, bevor man neuerdings zugiesst, man erhält dann eine vollständig homogene Masse.

Das Oel zwischen den Glasplatten hat den Zweck zu verhindern, dass der Funken um das Glas herum springt; am besten wendet man Olivenöl wegen seines grossen Isolationsvermögens an. Es ist zweckmässig die Glasplatten zusammenzupressen, was mittelst hölzerner Klammern bewerkstelligt werden kann; es wird dadurch ein Abgleiten der durch das Oel schlüpfrig gemachten Glasplatten vermieden.

Will man die grösste Spannung mit der Holtz'schen Maschine erhalten, so muss man alle unnöthigen Conductoren entfernen, namentlich die verticalen Conductoren, welche durch Hartgummiplatten mit dem Grundbrette der Maschine verbunden sind. Ferner ist es vortheilhaft die Drähte, welche den Glasdurchbohrungsapparat mit den Conductoren der Maschine verbinden, mit Gummischläuchen zu überziehen.

Indem wir einen Rühmkorff'schen Inductionsapparat, der 32 Centimeter lange Funken gab, anwandten, konnten wir Glasplatten von 3 Centimeter Dicke durchbohren.

Digitized by Google

Beiträge zur Thermometrie.

Von

Dr. J. Pernet.

Assistent am physikalischen Cabinet der Universität zu Breslau.

Einleitung.

Das Quecksilberthermometer, in seiner vollkommensten Form, ist unstreitig das bequemste Instrument zu raschen Temperaturbestimmungen. Mit Leichtigkeit können an einem guten Normalthermometer noch Hundertstel-Grade abgelesen und, nach einiger Uebung, sogar noch Bruchtheile derselben geschätzt werden. Um so mehr war es zu bedauern, dass nach den bisherigen Erfahrungen, selbst bei gleicher Behandlung, die Angaben guter, calibrirter, aber individuell verschiedener Instrumente dermaassen differirten, dass die Ablesungsfehler zur Erklärung des Unterschiedes nicht ausreichten.

Bei der Wiederaufnahme meiner Untersuchungen über die Methoden zur Bestimmung der Erdtemperaturen[1]) überzeugte ich mich, dass unter Umständen die Angaben eines Thermometers schon bei 30° um 0°,04 C., und bei 50° um 0°,08 C. verschieden ausfallen können, je nachdem die eine oder andere der neuerdings vorgeschlagenen Berechnungsweisen angewandt wird. Es ergab sich dies bei einer Vergleichung der Thermometer, die im Laufe des Octobers 1874 zur Bestimmung der Constanten mehrerer Erdthermometer benutzt worden waren. Dieselben wurden mit einem Normalthermometer (Nr. II) verglichen, welches mir mein Freund, Herr Prof. Dr. Dorn, freundlichst geliehen hatte. Es war dasselbe erst im vorhergehenden Jahre angefertigt und bald darauf von Prof. Dorn selbst sehr sorgfältig calibrirt worden. Während der Versuche, die vom 9. bis zum 27. October 1874 dauerten, war sein Nullpunct um 0,24 Scalentheile (0°, 1 C.) gestiegen.[2]) Da ich das Normalthermometer zu ferneren Messungen benutzen und daher vorläufig keine noch-

1) Repertorium für Meteorologie Bd. II pag. 87 St. Petersburg 1871.

2) Dasselbe war nur Temperaturen zwischen 0 — 5° C und + 20° C ausgesetzt gewesen.

Digitized by Google

malige Siedepunctsbestimmung vornehmen wollte, so musste ich mich für eine der Ansichten entscheiden, ob der Siedepunct als constant oder als variabel anzusehen sei.

Die Ansicht, dass der Siedepunct auch im Laufe der Zeit constant bleibe, beruht auf den Erfahrungen, die Dorn schon früher[1]) und seither wiederholt an ganz gleichen Thermometern gemacht und auf der letzten Naturforscherversammlung[2]) mitgetheilt hat. Er empfahl, für das Intervall von — 10 bis + 30°, bei der Berechnung den nach der Siedepunctsbestimmung beobachteten Nullpunct zu benutzen, und von den erhaltenen Temperaturen die Variation des Nullpunctes in Abzug zu bringen. Ueber 40° hinaus gebe diese Berechnungsweise keine gute Uebereinstimmung mehr, es sei daher, für das Intervall von 40 bis 100° C., der jedesmalige Nullpunct mit dem beobachteten, als constant zu betrachtenden Siedepuncte zu combiniren.

Diesen Erfahrungen standen diejenigen entgegen, welche seinerzeit mein hochgeehrter Lehrer, Herr Akademiker Wild in St. Petersburg, an zwei genau untersuchten Normalthermometern der eidgenöss. Eichstätte in Bern gemacht hatte.[3]) Bei diesen war der Siedepunct während dreier Jahre um denselben Betrag gestiegen, als der Nullpunct, wenn man von den temporären Erniedrigungen des letzteren absah, die nach einer Siedepunctsbestimmung eintraten und nach c. 6 Monaten wieder vollständig verschwanden.

Hieraus würde folgen, dass der Abstand der Fundamentalpuncte stets derselbe bleibe und nur im Laufe der Zeit auf der Scala etwas in die Höhe rücke. Die Nullpuncts-Variation würde also von allen Ablesungen als constante Correction in Abzug zu bringen sein.

Da beide Ansichten sich auf das Verhalten der Thermometer in den ersten Jahren nach ihrer Anfertigung stützten, so schien es mir lohnend, Controllversuche mit alten Thermometern anzustellen. Ich benutzte hierzu vorerst ein Normalthermometer von F. Geissler in Berlin, welches im Jahre 1865 für das hiesige physikalische Institut

---

1) Schriften der physikalisch-ökonomischen Gesellschaft zu Königsberg i. Pr. Jahrg. XIII 1872.

2) Tageblatt der 47. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte pag. 174.

3) Denkschriften der schweiz. naturforsch. Gesellschaft 1868. — Repertorium für Meteorologie T. III Nr. 1, St. Petersburg 1874, pag. 106.

Digitized by Google

angeschafft worden war. Dasselbe, ein direct in Zehntelgrade getheiltes Einschlussthermometer, war lange Zeit zu keinerlei Messungen benutzt worden.

Am 16. März d. J. fand ich die Correction des Nullpuncts = — 0°,92 C.; diejenige des Siedepuncts betrug anfangs — 0°,61 C. und schliesslich constant — 0°,51 C. Die niedrigste beobachtete Nullpunktscorrection ergab sich als — 0°,28 C. Leider waren keine Angaben über etwaige frühere Bestimmungen der Fixpuncte vorhanden. Es schien mir jedoch aus diesem Versuche hervorzugehen, dass der Siedepunct in den 10 Jahren etwas weniger in die Höhe gerückt sei, als der Nullpunct, falls man nicht annehmen wollte, dass derselbe ursprünglich um 0°,3 C. unrichtig bestimmt worden sei. Bei der ausserordentlichen Sorgfalt, welche die renommirteren Glasbläser auf die Anfertigung der Normalthermometer verwenden, ist es aber kaum denkbar, dass der Siedepunct in Folge von Beobachtungsfehlern um 0°,3 C. zu hoch auf der Scala notirt werde; es würde dies z. B. einer Barometercorrection von c. 8 Millimetern entsprechen. Anderseits ergeben aber die sehr sorgfältigen Beobachtungen von Wild,[1]) dass c. ein Jahr nach der Anfertigung, selbst bei den in jeder Beziehung so ausgezeichneten Normalthermometern von Dr. H. Geissler in Bonn, der Siedepunct um 0°,10 bis 0°,27 C. tiefer liegt, als der entsprechende Scalentheil. Diese Normalthermometer[2]), und, nach meinen oben mitgetheilten Angaben wohl auch diejenigen von F. Geissler in Berlin, erheischen also übereinstimmend eine anfänglich positive Siedepunctscorrection. Dies war mir schon früher aufgefallen und schien mir kein blosser Zufall zu sein. Es hatte sich mir die Vermuthung aufgedrängt, dass eine, zur Vermeidung grösserer Correctionen, wohl aus langjähriger Erfahrung abgeleitete Regel zur Bestimmung der Fixpuncte diesen kleinen Fehler bedingen werde. Wenn die Verfertiger von Thermometern nicht ein ganz enormes Lager schon vor langer Zeit gefüllter Thermometerröhren von allen möglichen Dimensionen besitzen, so wird die Bestimmung der Fixpuncte im Allgemeinen zu frühe nach der Füllung

1) Repertorium für Meteorologie III. Bd. No. 1, pag. 107.

2) Vergl. Arthur von Oettingen: Ueber die Correctionen der Thermometer. Inaugural-Dissertation. Dorpat 1865, pag. 65, wonach die beobachtete Siedepunktscorrection eines Normalthermometers von Dr. H. Geissler in Bonn gleichfalls + 0°,21 C. betrug.

Digitized by Google

der Thermometerröhren vorgenommen werden müssen. In diesem Falle ist es rationell, erst den Siedepunct und später den Nullpunct zu bestimmen. Bei den meisten Thermometern aus gewöhnlichem Glase verschwindet die in Folge andauernder Erwärmung eingetretene Erweiterung des Quecksilbergefässes[1]), selbst nach einer Erwärmung auf nur 100° C., erst nach c. 6 Monaten vollständig. Es wird daher der nicht lange nach der Füllung beobachtete Siedepunct, und, in noch höherem Grade, der Nullpunct zu niedrig markirt werden. Selbst wenn die von der Füllung herrührende Nachwirkungsdilatation durch elastische Nachwirkung bereits in ihrem vollen Betrage wieder aufgehoben ist und keine Unsicherheit mehr bedingt, so wird doch der Nullpunct zu niedrig notirt werden, falls derselbe früher als c. 6 Monate nach dem Siedepuncte bestimmt wird. Fertigt man die Scala nicht unmittelbar nach der Bestimmung der Fundamentalpuncte an, so steigt inzwischen der Nullpunct wieder um einen gewissen Betrag. Gehen nun die Glasbläser von der Ansicht aus, dass der Abstand der Fixpuncte constant bleibe, so werden sie die Scala so verschieben, resp. anfertigen, dass der mit Null bezeichnete Theilstrich derselben mit dem neuen Nullpunct übereinstimmt. Der Siedepunct wird alsdann einer kleinen, positiven Correction bedürfen. Dieses Verfahren hat offenbar den Zweck, dass die Correctionen während einer Reihe von Jahren immer nur wenige Zehntelgrade betragen. Es wird sich die Siedepunctscorrection ungefähr um denselben Betrag vermindern, um welchen der Nullpunct steigt. Meine Nachforschungen, ob sich die Sache so verhalte, hatten leider nur einen theilweisen Erfolg. Das Einzige, was ich durch die Güte des Herrn H. Büchler dahier von seinem Lieferanten in Erfahrung bringen konnte, war, dass in der That manche Glasbläser erst den Siedepunct und dann den Nullpunct bestimmen, und dass sie ferner genöthigt sind, die Bestimmung der Fixpuncte vor Ablauf von

1) Um mich kürzer auszudrücken, werde ich von nun an denjenigen Theil der Gefässerweiterung, der erst nach längerem Erwärmen nach und nach eintritt und nach der Abkühlung nicht sofort, sondern gleichfalls erst im Laufe der Zeit verschwindet, mit Nachwirkungs-Dilatation bezeichnen. Es wird hierdurch, analog wie in den Ausdrücken: Druck-Dilatation und thermische Dilatation, der Ursprung derselben angedeutet. Um von vornherein Missverständnissen vorzubeugen, bemerke ich gleich hier, dass die elastische Nachwirkung die, durch lange anhaltende Torsion, Erwärmung etc. entstandenen Nachwirkungs-Dilatationen aufzuheben bestrebt ist, und die Molecüle nach und nach in ihre frühere Gleichgewichtslage zurückführt.

Digitized by Google

6—8 Monaten nach der Anfertigung der Thermometer vorzunehmen. Da die letzteren anfänglich einer sehr geringen Nullpunctscorrection bedürfen, so ist damit meine Ansicht für gewöhnliche Thermometer bestätigt.[1]) Inwiefern dieselbe auch bei den, in jeder anderen Hinsicht so vorzüglichen Instrumenten der renommirten Firmen zutrifft, vermag ich nicht zu entscheiden. Ich glaube jedoch meine Vermuthung trotz dessen hier mittheilen zu sollen; vielleicht nimmt alsdann einer der Herren Veranlassung, sich darüber auszusprechen. Es wäre dies, bei der grossen Verbreitung, welche ihre vorzüglichen Instrumente gefunden haben, gewiss von allseitigem Interesse.

Aus diesen Gründen scheinen mir daher die oben mitgetheilten Beobachtungen an dem Normalthermometer von F. Geissler nicht im Stande, die Frage zu entscheiden, ob der Abstand zwischen dem, nach langer Ruhe erhaltenen, jeweiligen Nullpunct und dem unmittelbar darauf bestimmten Siedepuncte auch nach 10 Jahren noch derselbe geblieben ist. Dagegen bestätigen sie vollkommen eine andere, gleichfalls von Wild[2]) gemachte Beobachtung, wonach sowohl der Nullpunct, als auch der Siedepunct nach längerem, aber einmal unterbrochenem Sieden Depressionen erleiden. Sogar in dem Verhältniss, in welchem die letzteren zu einander stehen, zeigt sich eine grosse Uebereinstimmung. Bei dem von Wild untersuchten Normalthermometer betrug die Depression des Nullpunctes 0°,38 C., diejenige des Siedepunctes 0°,05 C. Die oben mitgetheilte Maximal-Depression, welche der Nullpunct des Normalthermometers des hiesigen Cabinets nach einer Erwärmung auf 100°C. erlitt, muss, aus später zu erörterndenGründen, zu 0°,69C. angenommen werden, während diejenige des Siedepunctes 0°,10 C. bleibt. Das Verhältniss ist daher in beiden Fällen nahezu $\frac{1}{7}$. Dass A. von Oettingen[3]) die Siedepunctsdepressionen in Abrede stellt, indem er an einem Normalthermometer von Geissler in Bonn keine solche bemerken konnte, ist leicht erklärlich. Nach meinen seitherigen Beobachtungen ist die Nullpunctsdepression, also wohl auch die Siedepunctsdepression, schon nach 10 Minuten langem Sieden grösstentheils eingetreten. Dieser

1) Wenn manche, ganz billige Thermometer eine negative Siedepunctscorrection erfordern, so wird dies von der geringen Sorgfalt herrühren, mit welcher die Siedepunctsbestimmung an denselben vorgenommen wird. Nichtberücksichtigung des Barometerstandes und unvollständiges Umhüllen der Thermometerröhre mit Wasserdampf reichen aus, um diese Correction zu bedingen.

2) Repertorium für Meteorologie. T. III, pag. 109. St. Petersburg 1874.

3) Ueber die Correctionen der Thermometer. Dorpat 1865, pag. 71.

Digitized by Google

Zeit bedarf aber auch der Quecksilberfaden, um in seiner ganzen Länge die Temperatur von 100° C. anzunehmen. Beträgt die Siedepunctsdepression daher nur wenige Hundertstel-Grade, so kann sie sehr leicht durch das noch andauernde, langsame Steigen des Quecksilberfadens verdeckt werden. In der That konnte ich eine Siedepunctsdepression nicht mehr beobachten, als ich den Nullpunct des Thermometers von F. Geissler bereits auf 0°,5 C. deprimirt hatte, so dass derselbe nach der Siedepunctsbestimmung nur noch um 0°,27 C. sank.

Alle bisherigen Erfahrungen stimmen darin wenigstens überein, dass nach längerem und besonders nach unterbrochenem Sieden schliesslich der Siedepunct constant wird. Aus den Beobachtungen von Wild,[1]) sowie aus den folgenden Versuchen, erhellt die ebenso wichtige Thatsache, dass auch der deprimirte Nullpunct jeweilen gegen eine bestimmte Grenze convergirt. —

Thermometer I. (Ueber 10 Jahre alt.)

Zeit des Siedens.	Siedepuncts-Correction.	Nullpuncts-Correction.
—	—	−0°,2C
10′	−1°,0 / −0°,9 C.	+0°,2
10′	−0°,9	+0°,3
10′	−0°,9	+0°,4
18′	−0°,9	+0°,4
6	−0°,9	+0°,4

Thermometer II. ($1\frac{1}{4}$ Jahr alt.)

Zeit des Siedens.	Siedepuncts-Correction.	Nullpuncts-Correction.
—	—	−0°,2C.
10′	−1°,17 / −1 ,10 C	+0°,4
38′	−1°, 1	+0°,4
30′	−1°, 1	+0°,4
1 h.	−1°, 1	+0°,4

Beide Thermometer zeigen übereinstimmend eine Siedepunctsdepression von der oben angegebenen Ordnung und, worauf es uns hier ankommt, auch eine Constanz des deprimirten Nullpunctes.

Während der jeweilige Nullpunct, nach den Versuchen von Herrn stud. Dercks[2]), schon durch eine Erwärmung auf 42° um mehrere Hundertstel-Grade deprimirt wurde, ja sogar, nach den viel älteren, sehr werthvollen Beobachtungen von Despretz[3]) im Sommer sinkt und im Winter steigt, und, wie aus meinen Beobachtungsreihen hervorgeht, sogar schon durch den Wechsel der Zimmertemperatur in merklichem Grade beeinflusst wird, so haben wir in dem durch Siedepunctsbestimmungen maximal deprimirten Nullpuncte, bei Vermeidung von Temperaturen über 100°, einen, wenn nicht absolut, so doch relativ unveränderlichen Nullpunct. Die langsame Verschie-

1) Repertorium für Meteorologie. St. Petersburg, T. III, Nr. 1, pag. 109.
2) A. von Oettingen über die Correctionen der Thermometer pag. 62.
3) Annales de Chimie et de Physique. I Ser. Tome 64. pag. 313 u. f.

Digitized by Google

bung desselben im Laufe der Zeit, durch andauernde Einwirkung des äusseren Luftdrucks, lässt sich sehr leicht durch längeres Erwärmen des Thermometers auf 100° constatiren, also in Rechnung ziehen.

Wenn nun schon nach den Beobachtungen von Wild[1]), in einem speciellen Falle, bei 2 Normalthermometern von H. Geissler in Bonn, ein Jahr nach ihrer Anfertigung, der Nullpunct um denselben Betrag sich hob, wie der Siedepunct, so muss dies schon früher mit dem deprimirten Nullpunct der Fall gewesen sein. Es wird dies eintreten, sobald die von der Füllung herrührende Nachwirkungsdilatation schon so weit aufgehoben ist, dass der Nullpunct durch eine Siedepunctsbestimmung bereits um einen merklichen Betrag deprimirt wird. Dass hierzu unter Umständen schon circa 3 Wochen genügen, zeigen die folgenden Bestimmungen an einem Thermometer, welches Herr Prof. Dr. O. E. Meyer mir in freundlichster Weise zu meinen Untersuchungen zur Verfügung gestellt hat. Dasselbe wurde in Königsberg in Pr. am 23. März 1858 angefertigt und von Herrn Prof. Meyer sorgfältig calibrirt. Die Bestimmung der Fixpuncte wurde im April 1858 in der Weise vorgenommen, dass erst der Siedepunct und dann der Nullpunct beobachtet wurde. Seither ist nur der Nullpunct von Zeit zu Zeit verificirt worden.

In der folgenden Tabelle sind die Beobachtungsresultate übersichtlich zusammengestellt.

Thermometer III.

(17 Jahre alt.)

(Fehlergrenze einer Beobachtung $\pm$ 0°,07. 1° = 0°,436.)

Datum.	Nullpunct.	Siedepunct.	Deprimirter Siedepunct.	Deprimirter Nullpunct.
April 1858.	—	—	283°,05	55°,65
2. März 1859.	56°,4	—	—	—
Februar 1862.	56 4	—	—	—
5. März 1862.	56 6*)	—	—	—
7. Februar 1875.	57 0	—	—	—
19. März 1875.	57 0	—	—	—
30. Juli 1875.	—	283°,57	—	56°,80
„ „ „	—	283 56	—	56 10
31. „ „	—	—	283°,51	56 15
„ „ „	—	—	283 47	56 05

1) Repertorium für Meteorologie T. III Nr. 1. St. Petersburg 1874 pag. 107.

*) Am 3. März wurde das Thermometerrohr abgenommen, die Scala gereinigt und nachher wieder eingehakt und festgeschraubt. Es hat dabei eine Verschiebung sowohl des Nullpunctes, als auch des Siedepunctes um 0°,2 stattgefunden.

Digitized by Google

Die von Herrn Prof. Dr. O. E. Meyer seinerzeit in Königsberg in Pr. vorgenommene Siedepunctsbestimmung, und meine hiesigen Siedepunctsbestimmungen sind durch Anbringung der Schwerecorrectionen an den Barometerständen und Reduction auf 100° C. vergleichbar gemacht worden. Da sowohl der Siedepunct, als auch der Nullpunct von der am 5. März 1862 erfolgten Scalenverschiebung beeinflusst worden ist, so hat der deprimirte Siedepunct in 17 Jahren sich nur um $0^{\sigma},24 = 0^{\circ},105$ C. und ganz entsprechend der deprimirte Nullpunct um $0^{\sigma},25 = 0^{\circ},109$ C gehoben. (Die Differenz von $0^{\sigma},01 = 0^{\circ},004$ C. beträgt $\frac{1}{7}$ des möglichen Beobachtungsfehlers.) Dagegen ist der nach langer Ruhezeit bestimmte Nullpunct in 16 Jahren um $0^{\sigma},4 = 0^{\circ},17$ C. gestiegen.

In vollständiger Uebereinstimmung hiermit sind auch die Resultate, welche ich sowohl aus eigenen, als auch aus den, mir von Herrn Prof. Dr. Dorn gütigst mitgetheilten Beobachtungen an seinen beiden Normalthermometern gezogen habe. Beide Thermometer sind im November 1873 angefertigt worden. Seit Januar 1874 hat sich bei beiden weder der deprimirte Siedepunct, noch der deprimirte Nullpunct um eine messbare Grösse gehoben, während dagegen der nach langer Ruhe bestimmte Nullpunct des Normalthermometers I sich in 4 Monaten um $0^{\sigma},2 = 0^{\circ},09$ C., derjenige des Normalthermometers II in 6 Monaten um $0^{\sigma},3 = 0^{\circ},13$ C. gehoben hat.

Fassen wir diese Thatsachen zusammen, so gelangen wir zu folgenden Resultaten:

1) Sowohl der Siedepunct, als auch der Nullpunct der Thermometer erreichen nach längerem, besonders aber nach unterbrochenem Sieden einen jeweilig constanten Stand.
2) Das Intervall zwischen dem maximal deprimirten Nullpuncte und dem gleichfalls deprimirten Siedepuncte, ist weniger veränderlich, als dasjenige zwischen dem jedesmaligen Nullpuncte und dem nachher bestimmten Siedepuncte.
3) Der deprimirte Nullpunct und der entsprechende Siedepunct verschieben sich im Laufe der Jahre nur um einen geringen Betrag. Diese Verschiebung ist kleiner, als diejenige, welche der nach langer Ruhe bestimmte Nullpunct erfährt.

Digitized by Google

Es wird hierdurch die Möglichkeit geboten, das Intervall von 0°—100° C. durch zwei, scharf definirbare Puncte zu bestimmen, und, was ebenso wichtig ist, die Ausdehnung des Quecksilbers auf ein bestimmtes Anfangsvolumen zu beziehen. Als ein solches dürfte dasjenige anzusehen sein, welches der Hohlraum des Quecksilbergefässes angenommen hat, wenn der Nullpunct seine, der Temperatur von 100° C. entsprechende Maximaldepression erlitten hat. 1° C. wäre alsdann der hundertste Theil des Intervalls zwischen dem schliesslich constanten Siedepuncte und dem durch die Siedepunctsbestimmungen maximal deprimirten Nullpuncte.

Es wird sich nun darum handeln, die Abhängigkeit der Nullpunctsdepressionen von Zeit und Temperatur festzustellen.

Die letztere Aufgabe hoffe ich in der folgenden Abhandlung in erster Annäherung gelöst zu haben.

Digitized by Google

I.

Ueber die Abhängigkeit der Nullpunctsdepressionen der Normalthermometer von der Temperatur.

1) Kritik der älteren Untersuchungen.

Die vorzüglichen, von Prof. Egen in den Jahren 1827 u. 28 publicirten Untersuchungen[1]) über das Thermometer bilden die Grundlage einer genaueren Kenntniss des letzteren. In Bezug auf unsere Aufgabe hat Egen unstreitig das Verdienst, zuerst eine Reihe sorgfältiger Versuche angestellt zu haben, aus welchen sich folgende Thatsachen ergeben:

1) Nach einer Erwärmung auf 100° sinkt im Allgemeinen sowohl der Nullpunct luftleerer, als mit Luft erfüllter Thermometer, falls dieselben vorher längere Zeit nur Zimmertemperaturen ausgesetzt gewesen waren.
2) Jede unmittelbar darauf folgende Erwärmung deprimirt den Nullpunct nur noch um einen geringeren Betrag und wohl nicht über eine bestimmte Grenze hinaus.
3) Die Depression ist nicht bei allen Thermometern dieselbe.
4) Der Nullpunct ist tiefer nach plötzlichen, als nach langsamen Abkühlungen.
5) Die Depressionen des Nullpunctes, sowohl luftleerer, als auch mit Luft erfüllter Thermometer verschwinden nach und nach von selbst wieder. Am ersten Tage nehmen dieselben rascher ab, als an den folgenden Tagen.

Egen suchte diese Thatsachen durch die Hypothese zu erklären, dass durch starke Erwärmungen und Abkühlungen die Sprödigkeit und

1) Pogg. Ann. Bd. 11, pag. 276, 385, 517; sowie Bd. 18, pag. 33.

Digitized by Google

zugleich das Volumen des Glases verändert werde. Die Depressionen scheinen ihm keiner Regelmässigkeit unterworfen zu sein.

Da jedoch die Zeit, welche zwischen der Erwärmung und der Nullpunctsbestimmung verfloss, nicht stets dieselbe war, so wird hierdurch die Unregelmässigkeit der Depressionen vollständig erklärt. Wie wir unten nachweisen werden, steigt unter Umständen der deprimirte Nullpunct in den ersten 15 Minuten schon wieder um mehrere Hundertstelgrade. Egen musste daher nach langsamen Abkühlungen zu hohe Nullpuncte beobachten, da er noch halbe Hundertstel mit Sicherheit geschätzt hat.

Im Jahre 1837 machte der rühmlichst bekannte, französische Physiker Despretz in einer besonderen Abhandlung[1]) darauf aufmerksam, dass Nullpunctsdepressionen bei Normalthermometern nicht nur nach einer Erwärmung auf 100° eintreten, sondern dass schon die Temperaturänderungen der Atmosphäre ausreichen, um messbare Oscillationen des Nullpunctes hervorzurufen.

Zwei seiner Thermometer (V und V′), die im Jahre 1832 angefertigt worden und deren Nullpuncte in 5 Jahren respective um 0°,46 und 0°,45 C. gestiegen waren, hatten am 23. Juni übereinstimmend eine Nullpunctscorrection von nur — 0°,42 C. Es waren daher die Nullpuncte im Juni respective um 0°,04 C. und 0°,03 C. niedriger, als im Februar desselben Jahres. Da die Beobachtungsfehler nur 0°,01 C. betragen konnten, und die Qualität des Eises keine messbare Unsicherheit bedingte, so äusserte schon Despretz pag. 315:

„Il suit de dernier résultat que le zéro d'un thermomètre baisse en été et monte en hiver."

Diese Thatsache ist nicht in ihrem vollen Werthe gewürdigt, noch weniger aber die grosse Tragweite der pag. 320 gegebenen, einfachen Erklärung erkannt worden.

Diese letztere lautet in der Desprètz eigenen, klaren und präcisen Ausdruckweise:

„Tous ces faits ne concourent-ils pas à établir que toutes les fois „que les molécules d'un corps solide éprouvent un déplacement par une „cause mécanique, comme la pression, l'attraction, ou la torsion; par „une cause physique, comme une élévation ou un abaissement de tempé-

1) Observations sur le déplacement et sur les oscillations du zéro du thermomètre à mercure. Ann. de Chimie et de Physique. I Série. Tome 64. pag. 312.

Digitized by Google

„rature, elles ne reprennent pas exactement leurs positions primitives, „lorsqu'elles sont soustraites à ces causes; c'est-à-dire, que si le „volume a été diminué ou augmenté d'une manière plus „ou moins considérable par une force quelconque, il „reste plus ou moins long-temps diminué ou augmenté „après que cette force a cessé d'agir."

Da wohl nur in Bezug auf wenige, äussert homogene und sehr elastische Substanzen die Gültigkeit dieser Regel bestritten werden kann[1]), so muss auf die letztere bei sehr genauen volumetrischen Messungen Rücksicht genommen werden. Manche bisher lediglich Beobachtungsfehlern zugeschriebene Differenz wird aus diesem Umstande erklärt werden können.

Leider hat Despretz keine Messungen über den Betrag der Depressionen des Nullpunctes nach Erwärmungen, die weniger als 100° betrugen, angestellt und bei den Siedepunctsbestimmungen keine Angaben über die Zeit der Erwärmung gemacht. Es bestätigten daher seine Untersuchungen lediglich die Thatsache des Auftretens von Depressionen nach Erwärmungen auf 100° und machten es ferner wahrscheinlich, dass solche Depressionen schon bei niedrigeren Temperaturen wahrgenommen werden können.

Muncke war der Erste, der betonte, dass es nicht richtig sei, dieselbe Nullpunctscorrection an allen Ablesungen anzubringen, da ein Theil derselben bei 100°, und ein geringerer Theil wohl schon bei niedrigeren Temperaturen verschwinde.[2]) Er spricht sein Bedauern aus, dass Egen die Frage unerörtert lasse, ob Depressionen schon bei Temperaturen unter 100° eintreten, und ob dieselben etwa der Temperatur proportional seien.

---

1) Vergl. in den Mémoires de l'Académie imp. des Sciences de St. Petersbourg VII Série Tome XVIII, No. 8. die: Etudes métrologiques par H. Wild St. Petersbourg 1872. pag. 12 u. ff.

Aus den a. a. O. p. 12 von Wild mitgetheilten Beobachtungen, die wir an Stäben aus Messing und aus Quarz von je 1 Decimeter Länge angestellt hatten, ergab sich, dass durch Erschütterungen, durch successive Erwärmungen auf 50° und Abkühlungen auf 0° der Messingstab sich um 0,0016 Millimeter dauernd verlängert, der Quarzstab dagegen sich um 0,0001 Millimeter verkürzt hatte. Da die Beobachtungsfehler c. 0,0003 Millimeter betrugen, so kann sich der Quarzstab möglicherweise gar nicht verändert haben. Es wäre interessant zu erfahren, ob inzwischen die Verlängerungen des Messingstabes wieder verschwunden sind.

2) Gehlers Physikalisches Wörterbuch IX. Band, II. Abtheilung pag. 929 u. 932.

Digitized by Google

In Betreff der Erklärung von Egen, dass die veränderte Sprödigkeit des Glases die Depressionen beeinflusse, oder gar hervorbringe, bemerkt er, dass die Sprödigkeit des Glases nahe an 0° ausnehmend wachse, also die Zusammenziehung der Thermometerkugeln wohl erst nahe über dem Gefrierpunct beginne. Wie wir später sehen werden, hat A. v. Oettingen diese Ansicht experimentell widerlegt, so dass von Egens Erklärung nur derjenige Theil übrig bleibt, der mit der von Despretz, allerdings klarer ausgesprochenen Regel im Grunde identisch ist.

Im Jahre 1840 hat Henrici nachgewiesen, dass die Depressionen nicht proportional den Temperaturen seien, sondern verhältnissmässig rascher wachsen, als die letzteren.[1]) Er scheint mit Erwärmungen auf 50° angefangen und bei 60° die erste Depression bemerkt zu haben. Bei 60° betrug die Depression 0°,1, bei 100° 0°,6.

Da Henrici keine Angaben, weder über die Zeit der Erwärmung, noch über die Zeit der Abkühlung gemacht hat, so beweisen seine Zahlen nur die Nichtproportionalität der Depressionen und der Temperaturen und constatiren überdiess, dass schon bei 60° die ersteren 0°,1 C. erreichen können.

Aus seinen, im Jahre 1842 angestellten, zahlreichen Thermometervergleichungen[2]) zieht Pierre den Schluss, dass die Nullpuncte der Thermometer aus Krystallglas gleichfalls Depressionen erleiden, die eher grösser seien, als diejenigen, welche die Nullpuncte der Thermometer aus gewöhnlichem Glase erfahren. Die Depressionen findet er ganz unregelmässig, auch wenn die Thermometer in horizontaler Lage erwärmt werden. Da er jedoch keine Rücksicht auf die Dauer der Erwärmung und Abkühlung genommen hat, so beweisen seine vielen Zahlen nur, dass Quecksilberthermometer unter sich etwas besser übereinstimmen, wenn der deprimirte und nicht der nach längerer Ruhe bestimmte Nullpunct zur Berechnung der Temperaturen benutzt wird. Es geht ferner hervor, dass selbst bei gleicher Behandlung, trotz aller Sorgfalt bei der Ablesung der Temperaturen (Maxima), die Differenzen in den Angaben verschie-

1) Pogg. Ann. Bd. 50, pag. 251.

2) Annales de Chimie et de Physique III. Série Tome V, pag. 427. et. s. —

Digitized by Google

dener Thermometer 0°,1 C. überschreiten können, wenn die bisher üblichen Berechnungsweisen angewandt werden.

Nach Angaben von Régnault[1]) zeigten Thermometer von Krystallglas aus der Hütte von Choisy-le-Roi nach Erwärmungen auf 100° nur Depressionen von 0°,05 C., während Thermometer aus gewöhnlichem Glase solche von 0°,5 C. erlitten. Régnault sagt jedoch selbst, dass auch Thermometer von Krystallglas aus Choisy-le-Roi, wenn der Behälter sogleich an den Stiel geblasen wurde, grosse Unregelmässigkeiten zeigten. Er pflegte solche Behälter zu cassiren und neue anzuschmelzen; dadurch erklären sich die viel geringeren Depressionen seiner Thermometer sehr einfach.

Nach Welsh[2]) erlitten alle Normalthermometer, die in Kew untersucht wurden, durch eine Siedepunctsbestimmung eine mittlere Nullpunctsdepression von 0°,17 F. Dieselbe variirte nur wenig bei verschiedenen Instrumenten. Welsh erklärt das Eintreten der Depressionen, wie Despretz, aus dem Umstande, dass das Glas, wenn es längere Zeit stark erwärmt werde, erst einige Wochen nach der Abkühlung sein ursprüngliches Volumen annehme. Das Steigen des Nullpunctes gewöhnlicher Thermometer schreibt er dem Verschwinden der Depression zu, welche bei der Anfertigung und Füllung des Thermometers eingetreten sei und warnt davor, die Bestimmung der Fixpuncte früher als 6 Monate nach der Anfertigung des Thermometers vorzunehmen.

Eine andere, im ersten Augenblicke sehr befremdende Beobachtung machte Welsh an 15 Thermometern, die er während 60 Stunden der Siedetemperatur des Wassers aussetzte. Bei allen hatte sich nach sehr langsamer Abkühlung der Nullpunct dauernd gehoben und zwar um 0°,3 bis 0°,4 F. Eine plötzliche Erwärmung erzeugte nach wie vor eine Depression des Nullpunctes um 0°,2 F. Nach 24 Stunden war dann der Nullpunct wieder derselbe, wie nach dem langen Sieden. Die Thermometer scheinen neu gewesen zu sein. Welsh gibt keine Erklärung.

Meiner Ansicht nach, ist der Grund darin zu finden, dass nach den Untersuchungen von Kohlrausch[3]) die elastischen Nachwirk-

1) Comptes rendus de l'Academie de Paris. Tome XX. Pogg. Ann. Bd. 65 pag. 362.

2) Report of the 23. Meeting of the British Associtation for the Advancement of Science held at Hull in September 1853. London 1854, II part, pag. 34.

3) Pogg. Ann. Band CXXVIII, pag. 1 etc.

Digitized by Google

ungen viel rascher bei höheren, als bei niedrigen Temperaturen eintreten. Bei neuen, luftleeren Thermometern bewirkt der äussere Luftdruck im Laufe der Zeit eine Contraction des Thermometergefässes. Dieselbe wird bei 100° grossentheils schon nach kurzer Zeit eintreten. Ueberdies verschwinden auch die allfällig noch von der Füllung herrührenden Nachwirkungsdilatationen, bis auf den Betrag der Depression nach einer Erwärmung auf 100°, rascher bei einer Temperatur von 100°, als bei einer niedrigeren. Das dauernde Ansteigen des Nullpunctes ist hiedurch erklärt, es ist jedoch sehr schade, dass keine weiteren Untersuchungen über dieses interessante Verhalten vorliegen.[1])

Recknagel hat im Anhange zu seinen ausserordentlich sorgfältigen Vergleichungen der Quecksilberthermometer mit dem Luftthermometer[2]), auf die wir in einer späteren Arbeit noch speciell zurückzukommen gedenken, eine Zusammenstellung der Nullpuncts- und Siedepunctsbestimmungen gegeben, aus welcher hervorgeht, dass beim Thermometer I im 1. Jahre sowohl der Siedepunct, als auch der nach längerer Ruhe bestimmte Nullpunct sich um einen gleichen Betrag gehoben haben.

Es ist mir, aus den, bei Anlass der entsprechenden Beobachtungen von Wild, angegebenen Gründen, nicht zweifelhaft, dass in diesem Falle auch das Intervall zwischen dem maximal deprimirten Nullpunct und dem deprimirten Siedepuncte constant geblieben ist. Bei Thermometer II ergiebt sich dies unmittelbar aus den Beobachtungen, während sich der nach längerer Ruhe bestimmte Nullpunct um 0°,2 gehoben hat.

Es ist sehr zu bedauern, dass auch Recknagel versäumt hat, die Zeiten der Erwärmung und die Zeiten, welche zwischen den Siede-

---

1) Die Angaben von Person, (Comptes rendus, Tome XIX, p. 1314) nach welchen die Nullpuncte neuer Thermometer aus Krystallglas durch anhaltendes Erwärmen auf 440° respective um 12°, 15° und 17° stiegen, scheinen mir nicht ohne Weiteres mit den Beobachtungen von Welsh vergleichbar. Bei diesen hohen Temperaturen kann möglicherweise die molekulare Struktur des Glases total geändert werden, während dies nach Erwärmungen auf 100° nicht der Fall sein wird. Ich behalte mir vor, eingehende Untersuchungen über diesen Gegenstand anzustellen und hiezu alte Thermometer aus gewöhnlichem Glase zu benutzen, bei welchen die Nachwirkungen wohl schon vollständig eingetreten sind. Obschon Person selbst darauf aufmerksam macht, dass es interessant wäre, zu untersuchen, ob dieser erhöhte Nullpunct nun constant bleibe, so hat er es sonderbarerweise doch nicht gethan, obschon er eine Reihe von hiezu tauglichen Thermometern besass!

2) Thermometrische Versuche. (Auszug aus der Habilitationsschrift des Verfassers) Pogg. Ann. CXXIII, pag. 136.

Digitized by Google

punctsbestimmungen und den darauf folgenden Nullpunctsbestimmungen verflossen, zu notiren. Da bei seinen Thermometern die Nullpunctsdepressionen sehr rasch wieder verschwanden und bei 60° noch nicht merklich waren, so wären genaue Zeitangaben hier von ganz besonderer Wichtigkeit gewesen.

Aus den Beobachtungen am Thermometer I ergiebt sich, in Uebereinstimmung mit den Beobachtungen von Egen und Welsh, dass, nach den ersten Siedepunctsbestimmungen, der nach längerer Ruhe eintretende Nullpunct höher ist, als der entsprechende vor den Siedepunctsbestimmungen. Es wird dies wohl als eine Bestätigung meiner oben ausgesprochenen Ansicht betrachtet werden können, da das Thermometer I gleichfalls ziemlich neu war. Dass der deprimirte Nullpunct dagegen niedriger ausfiel, rührt wohl nur davon her, dass die ersten Nullpuncte nicht maximal deprimirt waren.

Recknagel bemerkt ganz richtig, dass es nicht rathsam sei, unmittelbar vor den Messungen eine Siedepunctsbestimmung vorzunehmen, dagegen werden wir sehen, dass wenn auch vor und nach den Messungen der Nullpunct dieselbe Lage hat, doch noch nicht jeder Zweifel über die Richtigkeit der Temperaturbestimmungen gehoben ist. Es kommt sehr darauf an, wie lange nach den Messungen die Nullpunctsbestimmung vorgenommen wurde, wie hoch die gemessenen Temperaturen waren, in welcher Reihenfolge die Messungen angestellt wurden, und welche Genauigkeit man erzielen will. Wir werden ferner zeigen, dass die Depressionen bei horizontal eintauchenden Thermometern denselben Gesetzen gehorchen, wie bei vertical eintauchenden. Die Depressionen sind im letzteren Falle nur wenig grösser. Es spielt also, entgegen der Ansicht von Recknagel, der Druck der Quecksilbersäule bei den Nachwirkungsdilatationen nur eine untergeordnete Rolle.

A. v. Oettingen[1]) gab eine sehr vollständige Zusammenstellung der früheren Arbeiten, wies dann nach, dass Depressionen eintreten, auch wenn die Thermometer nach den Erwärmungen nicht auf 0°, sondern auf Temperaturen von 16° und 34° abgekühlt werden. Ueberdies bestätigen die auf seine Veranlassung von Hrn. stud. Dercks angestellten Versuche die Thatsache, dass unter Umständen schon nach Erwärmungen auf 40° merkliche Depressionen eintreten können. Da jedoch auch bei diesen Versuchen auf die Zeit keine Rücksicht ge-

1) Ueber die Correctionen der Thermometer. Inaugural-Dissertation. Dorpat 1865.

Digitized by Google

nommen wurde, so konnten die Depressionen auch keine Regelmässigkeit zeigen. Dass dieselben rascher als proportional der Temperatur ansteigen, geht jedoch mit Sicherheit hervor.

Dass es A. v. Oettingen weder durch einen Druck von 3,4 Atmosphären, noch durch Abkühlen des Thermometers auf — 19° gelang, die Nachwirkungsdilatationen rascher zum Verschwinden zu bringen, dies ist nicht schwierig zu erklären. Durch einen nicht sehr bedeutenden äusseren Druck, können bei gewöhnlicher Temperatur erst im Laufe längerer Zeit dauernde Contractionen hervorgerufen werden. Die Zeit von 24 Stunden ist bei einem Drucke von nur 3,4 Atmosphären zu kurz[1]). Eine Abkühlung auf — 19° konnte, wie wir später sehen werden, den Nullpunct jenes Thermometers höchstens um 0°,02 C. heben, überdies ist bei jener Temperatur die elastische Nachwirkung bedeutend geringer, als bei einer höheren Temperatur, so dass die Aufhebung der Depressionen nicht wohl rascher erfolgen konnte.

Was die Berechnung der Temperaturen anbelangt, so stimmt A. v. Oettingen Recknagel bei, dass für das Intervall von 0 bis 50° der nach langer Ruhe beobachtete Nullpunct zu benutzen sei. Pag. 71 spricht er dagegen die Ansicht aus, dass man sich der Wahrheit am meisten nähern werde, wenn man die Muncke'sche Annahme der Reduction zu Grunde lege, d. h. die Depressionen den Temperaturen proportional annehme, und die Nullpunctscorrectionen entsprechend verringere. Dass beides nicht ganz richtig ist, werden wir später nachweisen. A. v. Oettingen betont übrigens an einer anderen Stelle, dass er die Frage, wie die Depressionen bei den Nullpunctscorrectionen zu berücksichtigen seien, immer noch als eine offene betrachte.

Die Arbeiten von Wild[2]) sind bereits in der Einleitung ausführlich besprochen worden. Es ist jedoch hier nachzutragen, dass Wild zuerst durch successive Siedepuncts- und Nullpunctsbestimmungen die

1) Versuche, welche ich nach dieser Richtung hin angestellt habe, und bei welchen ich Thermometer in einem Piezometer einem allseitigen Drucke von mehr als 11 Atmosphären aussetzte, ergaben nach 24 Stunden gleichfalls nur ein sehr wenig rascheres Ansteigen des Nullpunctes, als wenn die Thermometer nur dem Drucke einer Atmosphäre ausgesetzt gewesen wären. Da jedoch diese Thermometer nur eine Ablesung von höchstens 0°,05 C. gestatteten, so betrachte ich diese Versuche noch nicht als abgeschlossen und werde dieselben mit eigens zu diesem Zwecke anzufertigenden Thermometern wiederholen.

2) Denkschriften der schweiz. naturf. Gesellschaft 1868. Repertorium für Meteorologie herausgegeben von der kais. Ak. d. Wissenschaften zu St. Petersburg, redigirt von H. Wild. Tome III, Nr. 1. pag. 106 ff. —

Digitized by Google

Constanz der maximal deprimirten Fixpuncte mit Sicherheit constatirte, während Egen dies nur für den Nullpunct wahrscheinlich gemacht hatte. Es war dadurch ein Fingerzeig gegeben, wie man bei der Bestimmung der Depressionen verfahren müsse.

Wild schreibt die allmälige Hebung des Siedepunctes und des Nullpunctes nur einer beständigen Compression des luftleeren Thermometergefässes durch den äusseren Luftdruck, in Folge elastischer Nachwirkung zu.

Was die Depressionen anbelangt, so ist Wild mit Recht nicht abgeneigt, ausser der elastischen Nachwirkung des veränderten Druckes, auch eine verzögerte Rückkehr des durch die Wärme ausgedehnten Glasgefässes zu seinem ursprünglichen Volumen, als Ursache anzunehmen. Wir haben schon oben bemerkt, dass die letztere Ursache die maassgebende ist, und dass die erstere nur eine untergeordnete Rolle spielt.

Blicken wir zurück auf die Ergebnisse aller mir bekannten, einschlägigen Arbeiten, so geht aus denselben hervor, dass die Ursachen, welche eine Verschiebung der Null- und Siedepuncte bedingen, zahlreicher sind, als die verschiedenen Physiker annahmen. Giebt man dies zu, so sind die Widersprüche nur scheinbar.

Es ist alsdann selbstverständlich, dass Gesetze nicht gefunden werden können, bis die Ursachen auseinandergehalten, und ihre Einwirkungen gesondert studirt werden. Es wird dies allerdings viel Zeit, viel Geduld und grosse Sorgfalt erfordern. —

Als Resultat der obigen Kritik der bisherigen Untersuchungen glaube ich die folgenden Sätze ansehen zu können:

Das Steigen des Nullpunctes und des Siedepunctes wird hervorgebracht:

1) Durch das Verschwinden von Nachwirkungsdilatationen des Quecksilbergefässes, die von der Anfertigung und Füllung herrühren.[1])

2) In Folge einer allmäligen Contraction des Quecksilberreservoirs durch den äusseren Luftdruck.

Das Sinken des Nullpunctes und des Siedepunctes wird bedingt:

---

1) Die von der Füllung etc. herrührenden Nachwirkungsdilatationen bedingen ein geringeres Steigen des Siedepunctes, als des Nullpunctes, das um so geringer ausfällt, je später nach der Anfertigung die Bestimmung der Fixpuncte vorgenommen wird.

Digitized by Google

1) durch Nachwirkungsdilatationen, die nach Erwärmungen einzutreten pflegen.

2) durch Nachwirkungsdilatationen, die von dem inneren Drucke herrühren, den die Verlängerung der Quecksilbersäule hervorbringt.

2) Vorversuche und Nullpunctsbestimmungen.

Bei den ersten Versuchen wurden verschiedenartige, alte und neue Thermometer genau gemessene Zeiten hindurch auf bestimmte Temperaturen erwärmt und hierauf ihre Nullpuncte, nach erfolgter, rascher, aber nicht plötzlicher Abkühlung, wieder bestimmt. Aus ca. 300 Versuchen, die sämmtlich mit Thermometern aus gewöhnlichem Glase angestellt wurden, ergaben sich übereinstimmend folgende Thatsachen:

1) Die Depressionen sind in hohem Grade von der Zeitdauer der Erwärmung abhängig, so dass der Nullpunct anfangs ungemein rasch, dann immer langsamer sinkt, bis es schliesslich ganz allmälig gegen eine Grenze convergirt.

2) Schon wenige Minuten nach dem Abkühlen steigt der Nullpunct wieder, erst rasch, dann immer langsamer. Er erreicht jedoch meist erst im Laufe längerer Zeit wieder seinen früheren Stand.

3) Die Maximaldepressionen, nach lange andauernden Erwärmungen, sind nahezu dem Quadrate der Temperaturen proportional.

Dass diese Regelmäässigkeit nicht schon früher aufgefunden wurde, ist wohl aus dem Umstande abzuleiten, dass bisher zu wenig Aufmerksamkeit auf den Eintritt der Minima der Nullpuncte verwendet wurde. Es treten solche stets bei den Abkühlungen auf 0° ein. Durch eine scharfe Beobachtung des niedrigsten Standes des Nullpunctes meines Normalthermometers, von Dr. H. Geissler in Bonn, gelang es mir nachzuweisen, dass schon eine mittlere Zimmertemperatur von 11° genügt, um eine messbare Depression des Nullpunctes von ca. 0°,005 C. hervorzubringen. Diese letztere fällt bei 20° schon ca. 3 mal so gross aus, es erzeugen daher sogar die Variationen der Zimmertemperatur messbare Oscillationen des Nullpunctes. Die Belege hiezu finden sich in hinreichender Zahl in den unten folgenden Zahlentabellen.

Digitized by Google

Sehr häufig wurde bei dem Normalthermometer nicht nur das Minimum beobachtet, sondern die Beobachtung fortgesetzt, bis der Nullpunct constant wurde. Alsdann war die Depression, die von der Zimmertemperatur herrührte, als aufgehoben zu betrachten. Den nicht mehr von der Zimmertemperatur beeinflussten Nullpunct werde ich in Zukunft, zur Unterscheidung von dem deprimirten, als zeitigen Nullpunct bezeichnen.

Um auf 0° zu erkalten, bedurfte das Thermometer 3 Minuten, nach weiteren 3 Minuten trat ziemlich regelmäässig das Minimum des Nullpunctes ein, und bald darauf begann der Nullpunct wieder zu steigen. Die Zeit, die derselbe bedurfte, um einen constanten Stand zu erreichen, war verschieden und um so länger, je höher die Temperatur gewesen war, der das Thermometer ausgesetzt worden war.

Zur Bestimmung der Nullpuncte diente ein Halbcylinder aus Zinkblech von 8 Centimtr. Halbmesser und 72 Centimtr. Länge. Der eine Boden war mit Löchern versehen, so dass das Schmelzwasser frei abfliessen konnte. Die Einschlussthermometer wurden bis nahe an ihr oberes Ende in sehr fein geschabtes, reines Eis eingebettet, die Thermometer mit Metallscalen wurden vollständig mit Eis umgeben. Nur während der Ablesung wurde das Thermometer in der Nähe seines Nullpunctes etwas vom Eise entblösst, und sofort nach geschehener Beobachtung wieder mit Eis bedeckt. Ueberdiess wurde das Gefäss zwischen den Ablesungen weggestellt, damit nicht etwa durch die Körperwärme Fehler bedingt würden. Es zeigte sich jedoch bald, dass bei meinem Normalthermometer diese Vorsichtmaassregeln noch nicht ausreichten, da mitunter ein offenbar etwas zu hoher Nullpunct beobachtet wurde. Dies war jedoch nicht mehr der Fall, als das Thermometer vor jeder Ablesung etwas tiefer in das Eis gesteckt wurde, so dass das Quecksilbergefäss dicht mit frischem Eise umgeben war. Da das Wasser vollständig freien Abfluss hatte, so konnte das Steigen des Nullpunctes nicht von einem Durchziehen des Eises mit Wasser herrühren, und dies um so weniger, als dafür Sorge getragen wurde, dass das Quecksilberreservoir mindestens 15 Centimtr. vom Boden entfernt blieb, und dass auch die unterste Eisschicht nicht durchsichtig wurde. Ich kann mir daher nur denken, dass durch Wärmeleitung die dem Thermometer zunächst liegende Eisschicht weggeschmolzen wurde, das abfliessende Wasser in diesen Zwischenraum Luft nachsog, und

Digitized by Google

diese wohl noch nicht vollständig auf 0° abgekühlt war, wenn sie zu dem Quecksilbergefäss gelangte. Wenn das Letztere nach mehrmaligen Beobachtungen nur noch wenig mehr als 15 Centimtr. vom Boden entfernt war, so wurde das Thermometer gehoben, und, wenn möglich, das Quecksilbergefäss mit ganz frischem Eise umgeben. Auf diese Weise gelang es diese Unsicherheiten, die übrigens nur wenige Tausendstelgrade betrugen, vollständig zu beseitigen. Zum Belege hiefür theile ich beispielsweise die Nullpunctsbestimmung an meinem Normalthermometer mit, die am 19. Mai vor den Versuchen vorgenommen wurde. Vor den mit * bezeichneten Beobachtungen wurde das Thermometer tiefer in das Eis gestossen, vor denjenigen, die mit ** bezeichnet sind, wurde dasselbe mit ganz frischem Eise umgeben.

19. Mai 1875.

Abgelesene Zimmertemperatur 18°,7. C.

Normalthermometer IV um 9^h,40′ Vm. in's Eis gelegt.

Nr.	Zeit	Lage des Thermometers		Differenz
		vertical	horizontal	
1	9^h,44′	0°,237	0°,275	0°,038
2	45	237	275	038
3	48	243	280	037
4	50	245	280	035
5	51	245	280	035
6	54	245	285	040
7	59	247	283	036
8	10^h,01	247	285	038
9	4	245	283	038
10	7	247	285	038
*11	10	245	280	035
**12	12	245	280	035
*13	14	245	280	035
*14	16	247	280	033
*15	20	247	285	038
**16	26	245	280	035
*17	31	247	283	036
*18	35	250	283	033
*19	38	247	280	033
*20	40	250	285	035
*21	42	250	285	035
*22	45	250	285	035

Minimum des Nullpunctes:	0°,237
Zeitiger Nullpunct:	250
Depression für 18°,5:	013

Da beim Umgeben des Thermometers mit frischem Eise die Eisschicht nicht stets dieselbe Dicke hat, so ändert sich dabei meist die mittlere Differenz zwischen den Ablesungen in horizontaler und verticaler Lage des Thermometers. Hierauf wurde bei der Reduction

Digitized by Google

der Ablesungen bei horizontaler Lage des Thermometers auf diejenigen in verticaler Stellung Rücksicht genommen.

3) Beschreibung der speciell untersuchten Thermometer und des Beobachtungsverfahrens.

Der Raumersparniss wegen, beschränke ich mich die Resultate mitzutheilen, welche die Untersuchung der folgenden Thermometer ergeben hat.

1) Normalthermometer II von Radau und Schlösser in Königsberg i/Pr. 1½ Jahre alt. Messingscala in 380 Millimtr. getheilt. 1 Millimtr. = 0°,44 C. Quecksilbergefäss cylindrisch. Etwas Parallaxe. Genauigkeit der Ablesung $\pm$ 0°,05 = $\pm$ 0°,02 C. Privateigenthum des Herrn Prof. Dorn.

2) Normalthermometer III von Prothmann und Carogatti in Königsberg i/Pr. 17 Jahre alt. Messingscala in 280 Millimtr. getheilt. 1 Millimtr. = 0°,44 C. Quecksilbergefäss eine Kugel. Etwas Parallaxe. Genauigkeit der Ablesung $\pm$ 0°,07 = $\pm$ 0°,03 C. Privateigenthum des Herrn Prof. Meyer.

3) Normalthermometer IV von Dr. Heinrich Geissler in Bonn. Einschlussthermometer mit cylindrischem Quecksilberreservoir. 5 Jahre alt. Von — 39 bis + 59° C. direct in Zehntelgrade getheilt. 0°,1 C. = 0,52 Millimtr. Sehr wenig Parallaxe. Genauigkeit der Ablesung $\pm$ 0°,003 C. Mein Privateigenthum.

4) Normalthermometer V von F. Geissler in Berlin. 10 Jahre alt. Einschlussthermometer mit cylindrischem Quecksilbergefäss. Von — 15° bis + 105° direct in Zehntelgrade eingetheilt. Ziemlich starke Parallaxe. Genauigkeit der Ablesung $\pm$ 0°,01 C. Eigenthum des physicalischen Cabinets zu Breslau.

5) Meteorologisches Thermometer VI von Dr. H. Geissler in Bonn. Ganz neu. Einschlussthermometer mit cylindrischem Quecksilberreservoir. Von — 35 bis + 50° C. direct in Fünftelgrade getheilt. Sehr wenig Parallaxe. Genauigkeit der Ablesung $\pm$ 0°,007 C. Eigenthum des physikalischen Cabinets zu Breslau.

6) Meteorologisches Thermometer VII von Dr. H. Geissler in Bonn. Gegenstück zu Nr. VI, also ganz gleich und ebenfalls neu. Eigenthum des physikalischen Cabinets zu Breslau.

Dass bei dem Normalthermometer von Dr. H. Geissler in Bonn die Ablesungsfehler so gering waren, rührt einerseits von der Schärfe der Theilstriche her, und anderseits wohl auch daher, dass das Intervall

Digitized by Google

von 0°,1 C. durch eine schwach vergrössernde Loupe besehen, eine scheinbare Grösse von 1 Millimtr. hatte. Durch mehrjährige Controllen und eigene Bearbeitungen der Aufzeichnungen der meteorologischen, selbstregistrirenden Instrumente von Wild, hatte ich mir im Laufe der Zeit eine ziemliche Sicherheit im Schätzen der Bruchtheile eines Millimeters erworben. Um ohne zeitraubende Einstellungen von Microscopen doch möglichst genaue Ablesungen zu erzielen, verfuhr ich beim Schätzen folgendermaassen.

Eine erste Ablesung an meinem Normalthermometer gab sofort die Hundertstelgrade. Hierauf wurde nochmals genau hingesehen, ob es beispielsweise genau 6, oder genau 7 Hundertstel seien, oder ob man eben so gut sich für 6, als für 7 entscheiden könne. War letzteres der Fall, so wurde 0,065 hingeschrieben, nachdem ich mich überzeugt hatte, dass wirklich noch mehr als $^1/_3$ eines Zehntelgrades bis zum folgenden ganzen Zehntel fehle. Schien es mir dagegen, dass die Kuppe entschieden näher an 0°,06, denn an 0,07 liege, so wurde 0°,063 eingetragen. Es ist also jede im Beobachtungsjournal notirte Nullpunctsbestimmung das Resultat von mindestens 3 Ablesungen. Um auch die constanten Fehler zu verringern, las ich den Stand des Nullpunctes sowohl bei horizontaler, als verticaler Lage des Thermometers ab; die jeweilige mittlere Differenz zwischen beiden Ablesungen wurde alsdann zur Reduction der Ablesungen bei horizontaler Lage des Thermometers auf diejenigen bei verticaler Stellung benutzt. Ich glaube daher die Nullpunctsbestimmungen des Normalthermometers IV bis auf $\pm$ 0°,003 verbürgen zu können.

Ganz analog wurde bei den anderen Thermometern verfahren.

Um zu vermeiden, dass durch eine Erwärmung der Scalen eine Fehlerquelle entstehe, wurden stets nur die Quecksilbergefässe der Thermometer in das Wasser getaucht, sowohl bei horizontaler, als auch bei verticaler Stellung der Thermometer. Nur so war man sicher, dass das Nullpunctsminimum einzig und allein von der Nachwirkungsdilatation des Quecksilbergefässes herrühre.

Die Thermometergefässe wurden genau gemessene Zeiten hindurch erwärmt. Bei kurzer Zeitdauer wurde die Temperatur alle halben Minuten abgelesen, bei Zeitdauern über 10 Minuten, meist alle Minuten. Bei einigen der lange anhaltenden Erwärmungen wurde die Temperatur anfangs alle Minuten beobachtet, bis es mit Hilfe eines Gasdruck-

Digitized by Google

regulators und eines Wärmeregulators gelang, die Temperatur innerhalb der Bruchtheile eines Grades constant zu erhalten. Alsdann wurde nur alle Viertelstunden eine Controllablesung gemacht. Zur Berechnung der mittleren Temperatur wurden die Beobachtungen durch Interpolation ergänzt. Wenn die Temperatur nur um wenige Zehntelgrade schwankte, so wurden zur Berechnung des Mittels die Temperaturangaben nach je 5 Minuten benutzt; schwankte die Temperatur stärker, so wurde das Mittel aus den Angaben nach je 2 Minuten berechnet. Bevor ich es erzielte, einen im Principe mit dem Bunsen'schen Regulator übereinstimmenden Wärmeregulator anzufertigen und durch ein Amylalkoholthermometer empfindlich genug zu machen, beobachtete ich die Temperatur ununterbrochen. Dasselbe geschah der Sicherheit halber auch bei den Temperaturen über 65°. Es sind daher die Mittelwerthe der Temperaturen bei den einzelnen Versuchen hinreichend genau bestimmt.

Ueber das Beobachtungsverfahren habe ich nur noch mitzutheilen, dass die Thermometer niemals plötzlich, weder abgekühlt, noch erwärmt wurden. War der Nullpunct bestimmt, so wurde durch Anfassen mit der Hand das Quecksilbergefäss erst auf 30°, hierauf durch Befeuchten mit Wasser von einer höheren Temperatur noch mehr erwärmt und dann erst in das Wasser eingetaucht. Umgekehrt wurde nach dem Herausnehmen das Thermometergefäss mit einem warmen Tuche abgetrocknet, hierauf mit einem kälteren, feuchten Tuche unter die Lufttemperatur abgekühlt und dann erst in das Eis eingesenkt. Dies alles ging in wenigen Minuten vor sich, so dass ein rasches Erwärmen und Abkühlen erfolgte, doch niemals ein plötzliches, wodurch Unregelmäässigkeiten hätten entstehen können.

Lag das Thermometer im Eise, so wurde der Eintritt des Minimums abgewartet. Bei den Zwischenversuchen gegnügte es mir oft wenn ein paar auf einander folgende Beobachtungen identisch ausfielen, um nicht durch ein Erhöhen des Nullpunctes den Eintritt der Maximaldepression zu verzögern; bei den Schlussversuchen wurde aber stets gewartet, bis der Nullpunct wieder entschieden gestiegen war.

4) Beobachtungen.

In den folgenden Tafeln sind die Beobachtungen an den oben beschriebenen Thermometern übersichtlich zusammengestellt. Bei den

Digitized by Google

Thermometern II und III, mit arbiträren Scalen, sind die bei den Erwärmungen abgelesenen Scalentheile in Grade verwandelt und corrigirt. Alle übrigen Daten sind directe, uncorrigirte Ablesungen.

In der ersten Columne ist das Datum und die Zeit des Anfangs des ersten und letzten Versuches angegeben; die zweite Columne enthält die laufende Nr. des Versuches, auf welche ich mich bei den Berechnungen beziehen werde; in der dritten Columne ist die Zeitdauer der Erwärmung mitgetheilt. Die mittlere Temperatur des Wasserbades, resp. die Zimmertemperatur ist in der vierten Columne angegeben. In der fünften Columne steht das beobachtete Minimum des Nullpunctes. Wurde zu Anfang der Versuchsreihen auch der Eintritt des zeitigen Nullpunctes abgewartet, so ist der Stand desselben ebenfalls aufgenommen. Da alsdann die Nummer des Versuches dieselbe bleibt, und als mittlere Temperatur 0° angegeben ist, so kann dadurch kein Zweifel entstehen, welcher Nullpunct gemeint ist.

Damit die Oscillationen des Nullpunctes genauer verfolgt werden können, sind auch einige Versuchsreihen aufgenommen, die in Folge mangelnden Eises, oder zu weit vorgeschrittener, physischer und geistiger Ermüdung vorzeitig abgebrochen werden mussten und daher bei der Berechnung der Depressionen nicht verwerthet werden konnten. Dieselben sind aber dadurch interessant, dass sie einen Vergleich gestatten, welchen Verlauf die Depressionen bei derselben Temperatur anfänglich in unabhängigen Versuchsreihen nehmen.

Normalthermometer II.

Ablesungsfehler $\pm$ 0°,05 = $\pm$ 0°,02.

Datum	Nr.	Lage	Zeit	m. Temp.	Nullpunct	Variation
Mai.						
21.	427	hor.	—	21°,5	109°,37	—
4h 23 Nm. „	428	vert.	4h 5′	30 1	109 37	0
„	429	„	10′	31 6	109 37	0
„	430	„	20′	31 8	109 33	— 0°,04
5h 59 „	431	„	45′	31 5	109 33	0
23.	445	hor.	—	22°	109°,40	+ 0°,07
Juni.						
12h 48 Mittg. 18.	645	hor.	—	22°,0	109°,25	— 0°,15
„	646	vert.	3h 30′	49 3	109 05	— 0 20
„	647	„	4h 20′	50 8	109 00	— 0 05

Digitized by Google

Datum	Nr.	Lage	Zeit	m. Temp.	Nullpunct	Variation
Juni.						
10h 30 Ab. 18	648	vert.	3h 55	50°, 2	108°,98	— 0°,02
24.	678	hor.	—	24°,3	109°,37	+ 0°,39
Juli.						
7h Ab. 26.	698	hor.	—	20°, 3	109°,35	— 0°,02
„	699	vert.	10′	64 4	109 00	— 0 35
„	700	„	30′	65 0	108 84	— 0 16
„	701	„	2h 17′	65 4	108 84	0
0h 15 Vm. 27.	702	„	1h 13′	65 25	108 84	0
7h 23 Ab. 27.	703	hor.	—	20°, 1	109°,03	+ 0°,19
			10′	0	109 10	+ 0 07
		hor.	—	21°, 2	109°,07	— 0°,03
7h 34 Ab. 29.	721	vert.	1h 16′	0	109 15	+ 0 08
„	722	„	5′	80 0	108 66	— 0 49
„	723	„	15′	80 7	108 57	— 0 09
„	724	„	30′	80 7	108 55	— 0 02
0h 30′ Vm. 30.	725	„	1h 15	79 9	108 55	0
2h 15 Vm. 30.	726	„	7h 35	82 0	108 53	— 0 02
10h Ab. 30.	738	hor.	—	22°, 0	108°,78	+ 0°,20
1h 42 Vm. 31.	739	vert.	10′	99 7	108 33	— 0 40
„	740	„	1h 14	99 7	108 18[1])	— 0 15
4h 0m Vm. „	741	„	5h 55	99 7	108 30[2])	+ 0 12
6h Nm. 31.	742	hor.	8h	0°	108°,45	+ 0°,15
10h Ab. 31.	747	hor.	14h	0°	108°,50	+ 0°,05

1) 7 Minuten nach dem Herausnehmen aus dem Dampfe.
2) 30 Minuten nach dem Herausnehmen aus dem Dampfe. Es ist also der deprimirte Nullpunct in 23 Minuten um 0°,12 = 0°,05 C. gestiegen.

Normalthermometer III.

Ablesungsfehler ± 0°,07 = ± 0°,08.

Datum	Nr.	Lage	Zeit	m. Temp.	Nullpunct	Variation
März.						
9h Vm. 19.	37	hor.	—	15°	56°,85	—
			2h	0	56 90	+ 0°,05
Juni.						
8h 20 Vm. 7.	519	hor.	—	19°,2	56°,85	— 0°,05
9h 04 Vm. 8.	548	hor.	—	20°,6	56°,85	0°,00

Digitized by Google

Datum		Nr.	Lage	Zeit	m. Temp.	Nullpunct	Variation
Juni.							
	8.	—	vert.	12′	0	56°,90	+0°,05
12h Mittg.	„	549	„	5′	35	56 83	−0 07
	„	550	„	5′	34 8	56 80	−0 03
	„	551	„	6′	34 7	56 77	−0 03
	„	552	„	27′	34 8	56 76	−0 01
	„	553	„	58′	35 1	56 77	+0 01
4h 19 Nm.	„	554	„	4h 10′	34 7	56 77	0
12h 4 Nm.	9.	555	hor.	—	21°,7	56°,87	+0°,10
4h Nm.	12.	561	hor.	—	22°,0	56°,87	0
11h 44 Vm.	17.	621	hor.	—	23°,1	56°,85	−0°,02
	„	622	vert.	35′	45 2	56 77	−0 08
1h 29 Nm.	„	623	„	2h 40′	45 0	56 77	0
4h 07 Ab.	„	624	„	2h 40′	45 0	56 75	−0°,02
Juli.							
5h 52 Ab.	26.	691	hor.	—	20°,6	56°,83	+0°,06
	„	692	vert.	8′	64 8	56 72	−0 11
	„	693	„	25′	64 3	56 68	−0 04
	„	694	„	48′	64 2	56 70	+0 02
	„	695	„	1h	64 1	56 63	−0 07
	„	696	„	2h 30′	64 8	56 57	−0 06
0h 15 Vm.	27.	697	„	1h 25′	64 4	56 57	0
5h 45 Nm.	27.	704	hor.	16h	20°,5	56°,63	+0°,06
		—	vert.	1h	0	56 65	+0 02
10h 24 Vm.	28.	707	hor.	—	18°,8	56°,65	0
	„			2h 20m	0	56 70	+0°,05
7h 13 Ab.	29.	716	hor.	—	21°,2	56°,65	−0°,05
	„	717	vert.	5′	79 8	56 55	−0 10
	„	718	„	4′	79 7	56 35	−0 20
6h 33 Vm.	30.	719	„	1h 30′	79 7	56 35	0
2h 18 Vm.	„	720	„	7h 30′	81 6	56 30	−0 05
10h Ab.	30.	734	hor.	—	21°	56°,33	+0°,03
				1h	0	56 38	+0 05
11h 22 Ab.	30.	735	vert.	10′	99°,7	56°,25	−0 13
	31.	736	„	35′	99 7	56 05[1]	−0 20
	„	737a	„	1h 30′	99 7	56 10	+0 05
3h 13 Vm.	„	737b	„	6h 40′	99 7	56 00	−0 10
9h 55 Ab.	31.	743	vert.	12h	0°	56°,15	+0°,15

1) Hier sind die Ablesungen bei verticaler Stellung des Thermometers mitgetheilt, während in der Tabelle in der Einleitung diejenigen bei horizontaler Lage angegeben sind, da Herr Prof. Meyer den Nullpunct bei dieser letzteren Stellung bestimmt hatte.

Digitized by Google

Normalthermometer IV.

Ablesungsfehler ± 0°,003 C.

Datum		Nr.	Lage	Zeit	m. Temp.	Nullpunct	Variation
April.							
	20.	295	hor.	—	12°,2	0°,222	—
		—	vert.	2h 40′	0	0 ,227	+ 0°,005
	22.	299	hor.	—	13°,2	0°,225	— 0°,002
		—	vert.	6h 45′	0	0 ,234	+ 0 009
	23.	307	hor.	—	12°, 2	0°,228	— 0°,006
		—	vert.	30′	0	0 ,234	+ 0 006
	25.	323	hor.	—	11°, 0	0°,234	0
		—	vert.	20′	0	0 ,240	+ 0°,006
	26.	327	hor.	—	11°, 2	0°,235	— 0°,005
	„	—	vert.	12′	0	0 240	+ 0 005
1h 42 Nm.	„	328	hor.	2h	11°, 2	0°,235	— 0°,005
	„	—	vert.	7′	0	0 240	+ 0 005
	„	329	hor.	3′	26 2	0 220	— 0 020
	„	330	„	5′	26 2	0 219	— 0 001
	„	331	„	5′	26 3	0 217	— 0 002
	„	332	„	10′	26 2	0 217	0
	„	333	„	16′	26 2	0 216	— 0 001
	„	334	„	30′	26 2	0 210	— 0 006
5h Ab.	„	335	„	34′	26 2	0 210	0
9h 44 Vm.	27.	337	hor.	—	11°, 2	0°,235	+ 0°,025
	„	—	vert.	15′	0	0 240	+ 0 005
	„	338	hor.	6′ 30″	26 2	0 224	— 0 016
10h 28 Vm.	„	339	„	2h 20	25 8	0 210	— 0 014
	29.	344	hor.	—	13°, 2	0°,235	+ 0°,025
	„	—	vert.	10′	0	0 240	+ 0 005
2h 19 Nm.	30.	345	hor.	—	15°, 5	0°,233	— 0°,007
	„	—	vert.	45′	0	0 245	+ 0 012
	„	346	„	3′	26 2	0 225	— 0 020
	„	347	„	13′	26 2	0 222	— 0 003
	„	348	„	27′	26 2	0 215	— 0 007
	„	349	„	34′	26 2	0 215	0
5h 10 Ab.	„	350	„	30′	26 8	0 210	— 0 005
Mai.							
	6.	351	hor.	—	16°, 2	0°,233	+ 0°,023
12h 30 Nm.	„	—	vert.	15′	0	0 245	+ 0 012

Digitized by Google

Datum	Nr.	Lage	Zeit	m. Temp.	Nullpunct	Variation
Mai						
6.	352	hor.	3′ 30″	30°, 9	0°,228	— 0°,017
„	353	„	5′ 30″	30 8	0 222	— 0 006
„	354	„	8′ 30″	30 9	0 220	— 0 002
„	355	„	10′	30 9	0 220	0
„	356	„	20′	30 9	0 215	— 0°,005
„	357	„	30′	30 9	0 212	— 0 003
„	358	„	1h	30 9	0 210	— 0 002
„	359	„	1h 30′	30 9	0 205	— 0 005
7h 15 Ab. „	360	„	30′	31 0	0 205	0
7.	367	hor.	—	19°, 5	0°,231	+ 0°,026
8.	369	hor.	—	18°, 1	0°,230	— 0°,001
„	—	vert.	30′	0	0 245	+ 0 015
9.	370	hor.	—	17°, 4	0°,235	— 0°,010
„	—	vert.	1h 50′	0	0 250	+ 0 015
10.	372	hor.	—	20°, 4	0°,231	— 0°,019
„	—	vert.	3h	0	0 250	+ 0 019
19.	373	hor.	—	18°, 5	0°,237	— 0°,013
9h 44 Vm. „	—	vert.	1h	0	0 250	+ 0 013
„	374	„	2′ 30″	30 8	0 230	— 0 020
„	375	„	3′	30 8	0 226	— 0 004
„	376	„	5′	30 8	0 220	— 0 006
„	377	„	6′	30 8	0 218	— 0 002
„	378	„	6′	30 9	0 216	— 0 002
„	379	„	8′	30 9	0 216	0
0h 2 Mittg. „	380	„	10′	30 9	0 215	— 0°,001
„	381	„	10′	30 9	0 213	— 0 002
„	383	„	40′	30 9	0 210	— 0 003
„	384	„	20′	30 9	0 209	— 0 001
„	385	„	20′	30 8	0 207	— 0 002
„	386	„	30′	31 0	0 210	+ 0 003
„	387	„	40′	31 0	0 210	0
„	388	„	40′	30 7	0 205	— 0°,005
6h 37 Ab. „	389	„	1h	30 8	0 205	0
20.	397	hor.	—	17°, 5	0°,237	+ 0°,032
2h 25 Nm. „	—	vert.	40′	0	0 250	+ 0 013
„	398	hor.	3′	36 8	0 226	— 0 024
„	399	„	5′	36 2	0 223	— 0 003
„	400	„	5′	36 1	0 219	— 0 004
„	401	„	8′	35 9	0 215	— 0 004
„	402	„	15′	35 9	0 213	— 0 002
„	403	„	24′	36 2	0 210	— 0 003
„	404	„	20′	36 2	0 207	— 0 003

Digitized by Google

Datum	Nr.	Lage	Zeit	m. Temp.	Nullpunct	Variation
Mai.						
20.	405	hor.	40′	36°, 1	0°,204	— 0°,003
„	406	„	40′	36 1	0 203	— 0 001
7h 22 Ab. „	407	„	50′	36 0	0 200	— 0 003
21.	414	vert.	—	13°, 2	0°,235	+ 0°,035
		„	30′	0	0 240	+ 0 005
22.	432	vert.	—	13°, 2	0°,237	— 0°,003
		„	1h	0	0 243	+ 0 006
23.	434	hor.	—	20°, 2	0°,233	— 0°,010
„	—	vert.	1h	0	0 245	+ 0 012
1h Nm. „	435	„	2′ 30″	36 3	0 230	— 0 015
„	436	„	4′ 30″	36 2	0 225	— 0 005
„	437	„	8′	36 3	0 217	— 0 008
„	438	„	22′	36 1	0 210	— 0 007
„	439	„	19′	36 0	0 210	0
„	440	„	25′	36 1	0 210	0
„	441	„	30′	36 1	0 206	— 0°,004
„	442	„	45′	36 2	0 204	— 0 002
6h 2 Ab. „	443	„	1h 48′	36 3	0 203	— 0 001
25.	456	hor.	—	14°, 0	0°,215	—
6h 30 Vm. „	—	vert.	1h 07′	0	0 220	+ 0°,005
„	457	hor.	2′ 30″	55 5	0 175	— 0 045
„	458	„	5′	56 0	0 170	— 0 005
„	459	„	13′	55 5	0 160	— 0 010
„	460	„	10′	55 6	0 155	— 0 005
„	461	„	20′	55 5	0 153	— 0 002
„	462	„	13′	55 8	0 153	0
„	463	„	30′	55 8	0 144	— 0°,009
„	464	„	1h 25′	55 3	0 143	— 0 001
0h 32 Mittg. „	465	„	3h	55 9	0 126	— 0 017
„	466	„	3h 10′	55 5	0 117	— 0 009
„	467	„	58′	55 9	0 115	— 0 002
„	468	„	1h	55 3	0 115	0
9h 43 Ab. „	469	„	1h 6′	56 2	0 115	0
Juni.						
6.	503	hor.	—	21°, 1	0°,207	+ 0°,092
6h 58 Vm. „	504	vert.	2′30″	43 1	0 180	— 0 027
„	505	„	3′	44 0	0 174	— 0 006
„	506	„	6′	44 0	0 167	— 0 007
„	507	„	15′	44 2	0 157	— 0 010
„	508	„	21′	44 1	0 155	— 0 002
„	509	„	20′	44 0	0 154	— 0 001
„	510	„	36′	43 7	0 153	— 0 001
„	511	„	15′	44 2	0 154	+ 0 001
„	512	„	45′	43 8	0 153	— 0 001
0h 36 Mittg. „	513	„	1h 25′	43 9	0 153	0
„	514	„	1h 25′	44 1	0 151	— 0 002
„	515	„	1h 30′	43 8	0 152	+ 0 001

Digitized by Google

Datum	Nr.	Lage	Zeit	m. Temp.	Nullpunct	Variation
Juni.						
	6. 516	vert.	1h 10′	44°, 0	0°,147	— 0 005
6h 37 Ab.	„ 517	„	1h 25′	44 3	0 147	0
7h 36 Vm.	7. 518	hor.	—	19°, 4	0°,180	+ 0°,033
	„ 533	„	12h 30′	22 4	0 185	+ 0 005
8h 40 Vm.	8. 534	„	11h 30′	20 6	0 193	+ 0 008
10h 45 Vm.	9. 557	hor.	—	21°, 7	0°,206	+ 0°,013
11h 21 Vm.	11. 562	hor.	—	22°, 0	0°,207	+ 0°,001
	„ 563	„	2′30″	36 6	0 190	— 0 017
	„ 564	„	5′	36 4	0 187	— 0 003
	„ 565	„	8′	36 1	0 181	— 0 006
5h 53 Ab.	„ 566	hor.	45′	22°, 0	0°,203	+ 0°,022
8h 33 Vm.	12. 576	hor.	—	22°, 2	0°,207	+ 0°,004
	„ 577	vert.	3′	36 0	0 190	— 0 017
	„ 578	„	5′	36 3	0 189	— 0 001
	„ 579	„	11′	36 3	0 185	— 0 004
0h 18 Mittg.	„ 580	„	15′	36 5	0 183	— 0 002
	„ 581	„	50′	36 4	0 175	— 0 008
1h 44 Nm.	„ 582	„	56′	36 5	0 170	— 0 005
	13. 583	hor.	—	22°, 7	0°,200	+ 0°,030
8h 4 Vm.	16. 584	hor.	—	22°, 8	0°,210	+ 0°,010
	„ 585	„	5′	43 4	0 198	— 0 012
	„ 586	„	7′30″	43 5	0 190	— 0 008
	„ 587	„	6′	43 6	0 185	— 0 005
	„ 588	„	5′	43 6	0 180	— 0 005
	„ 589	„	17′	43 3	0 173	— 0 007
	„ 590	„	20′	43 2	0 173	0
	„ 591	„	1h 15′	43 2	0 173	0
0h 31 Mittg.	„ 592	„	1h 16′	43 9	0 168	— 0 005
	„ 593	„	3h 3′	43 5	0 167	— 0 001
	„ 594	„	2h 57′	43 7	0 167	0
8h Ab.	„ 595	vert.	2h	44°, 1	0°,147	— 0°,020
6h 40 Vm.	18. 627	hor.	—	21°, 5	0°,195	+ 0°,048
	„ 628	„	2′30″	50 2	0 175	— 0 020
	„ 629	„	5′	50 1	0 167	— 0 008
	„ 630	„	1h 20′	50 0	0 153	— 0 014
0h 24 Mittg.	„ 631	„	4h 40′	49 4	0 135	— 0 018
	„ 632	„	4h 40′	50 4	0 134	— 0 001
10h 30 Ab.	„ 633	„	4h 25′	50 3	0 134	0

Digitized by Google

Datum		Nr.	Lage	Zeit	m. Temp.	Nullpunct	Variation
Juni.	22.	649	hor.	—	21°,3	0°,195	+ 0°,061
	23.	658	„	—	23 2	0 197	+ 0 002
9h 20 Vm.	24.	659	hor.	—	23°,9	0°,195	— 0°,002
	„	660	vert.	3′	50 3	0 170	— 0 025
	„	661	„	5′	50 1	0 160	— 0 010
	„	662	„	10′	50 3	0 154	— 0 006
	„	663	„	20′	50 2	0 147	— 0 007
10h 53 Vm.	„	664	„	5h	51 0	0 135	— 0 008
	„	665	„	4h 5′	50 8	0 120	— 0 015
	„	666	„	2h	50 9	0 130	+ 0 010
10h 40 Ab.	24.	667	„	10h 10′	50 2	0 125	— 0 005
							0
							0
	29.	679	hor.	—	21°,7	0°,193	+ 0°,068
			vert.	3h	0	0 210	+ 0 017
Juli.							
	1.	680	hor.	—	26°,1	0°,187	— 0° 023
			vert.	2h	0	0 205	+ 0 018
	3.	681	hor.	—	24°,1	0°,203	— 0°,002
	9.	682	hor.	—	24°,0	0°,205	+ 0°,002
					0	0 224	+ 0 019

Normalthermometer V.

Ablesungsfehler ± 0°,01 C.

Datum		Nr.	Lage	Zeit	m. Temp.	Nullpunct	Variation
Mai.							
	6.	361	hor.	—	16°,4	0°,670	—
			vert.	18′	0	0 680	+ 0°,010
	7.	368	hor.	—	19°,9	0°,660	— 0°,020
			vert.	20′	0	0 670	+ 0 010
	9.	371	hor.	—	18°,4	0°,673	+ 0°,003
			vert.	15′	0	0 685	+ 0 012
	21.	415	vert.	—	12°,0	0°,675	— 0°,010
0h 30 Mittg.	„	416	„	2′30″	32 0	0 670	— 0 005
	„	417	„	3′30″	32 0	0 667	— 0 003
	„	418	„	5′	31 8	0 667	0
	„	419	„	7′30″	32 1	0 660	— 0°,007
	„	420	„	20′	31 8	0 657	— 0 003
	„	421	„	20′	32 0	0 655	— 0 002
	„	422	„	50′	32 0	0 655	0
	„	423	„	70′	32 0	0 643	— 0°,012
	„	424	„	1h 31′	32 1	0 635	— 0 008

Digitized by Google

Datum		Nr.	Lage	Zeit	m. Temp.	Nullpunct	Variation
Mai.							
6h 56 Ab.	21.	425	vert.	1h	32°,1	0°,635	0
	22.	433	hor.	—	0	0°,670	+ 0°,035
	23.	444	hor.	—	22°,0	0°,670	0
			vert.		0	0 685	+ 0°,015
	26.	471	hor.	—	20°,1	0°,690	+ 0°,005
	28.	476	hor.	—	17°,5	0°,690	0
2h 10 Nm.	„	477	vert.	3′	32 3	0 685	+ 0° 010
	„	478	„	3′	32 1	0 675	— 0 '010
	„	479	„	4′30″	32 1	0 673	— 0 002
	„	480	„	7′30″	32 1	0 670	— 0 003
	„	481	„	20′	32 2	0 667	— 0 003
	„	482	„	20′	32 0	0 666	— 0 001
	„	483	„	35′	32 1	0 661	— 0 005
	„	484	„	1h 10′	32 2	0 660	— 0 001
	„	485	„	52′	32 0	0 653	— 0 007
6h 55 Ab.	„	486	„	33′	32 0	0 653	0
Juni.							
	8.	535	hor.	—	21°,3	0°,695	+ 0°,042
	11.	567	hor.	—	0	0°,700	+ 0°,005
	12.	568	vert.	—	0	0°,700	0
8h 53 Vm.	„	569	hor.	12′	36°,4	0 685	— 0°,015
	„	570	„	9′	36 6	0 673	— 0 012
	„	571	„	14′	36 3	0 670	— 0 003
	„	572	„	50′	36 5	0 665	— 0 005
	„	573	„	32′	36 4	0 660	— 0 005
	„	574	„	1h 36′	36 9	0 650	— 0 010
1h 29 Nm.	„	575	„	6h 23′	36 5	0 637	— 0 013
	16.	596	hor.	—	22°,8	0°,695	+ 0°,058
8h 26 Vm.	„	597	vert.	3′	43 4	0 680	— 0 015
	„	598	„	14′	43 4	0 655	— 0 025
	„	599	„	14′	43 6	0 640	— 0 015
	„	600	„	10′	43 3	0 640	0
	„	601	„	30′	43 6	0 630	— 0°,010
	„	602	„	1h 14′	43 6	0 615	— 0 015
0h 32 Mittg.	„	603	„	53′	44 3	0 605	— 0 010
	„	604	„	2h 52′	43 3	0 605	0
	„	605	„	1h 53′	43 7	0 590	— 0°,015
7h 48 Ab.	„	606	„	2h 20′	44 4	0 590	0
8h 50 Vm.	18.	634	hor.	—	0	0°,665	+ 0°,075
	„	635	vert.	2′30″	50°,6	0 625	— 0 040

Digitized by Google

Datum		Nr.	Lage	Zeit	m. Temp.	Nullpunct	Variation
Juni.							
	18.	636	vert.	5′	50°,4	0°,610	— 0°,015
	„	637	„	1h 20′	50 5	0 565	— 0 045
0h 24 Nm.	„	638	„	4h 40′	49 8	0 550	— 0 015
5h 28 Ab.	„	639	„	4h 40′	50 6	0 535	— 0 015
	22.	650	hor.	—	21 1	0 675	+ 0 140
9h 49 Vm.	24.	670	hor.	—	23°,9	0°,685	+ 0°,010
4h 27 Nm.	„	671	hor.	—	26°,4	0°,675	— 0°,010
	„	672	„	6′	50 4	0 535	— 0 040
	„	673	vert.	1h 10	51 2	0 580	— 0 055
	„	674	„	2h 12	51 4	0 560	— 0 020
	„	675	„	12h 16	51 0	0 545	— 0 015
8h 33 Ab.	25.	676	„	9h 30	50 8	0 545	0
Juli.							
	26.	683	hor.	—	20 7	0 695	+ 0°,050
	„	684	„	5′	65°,0	0°,655	— 0 040
	„	685	„	10′	65 1	0 595	— 0 060
	„	686	„	7h	64 8[1]	0 467	— 0 128
	„	687	„	1h 30	65 0	0 467	0
	„	688	„	1h 30	65 0	0 465	— 0 002
	„	689	„	2h 30	65 0	0 465	0
0h 15 Vm.	27.	690	vert.	1h	65 0	0 465	0
	27.	705	hor.	—	21°,2	0°,565	+ 0°,100
				2h 30′	0	0 587	+ 0 022
	28.	706	hor.	—	19°,5	0°,600	+ 0°,013
				2h 40′	0	0 610	+ 0 010
	29.	708	hor.	—	18°,5	0°,610	+ 0
	„			1h	0	0 620	+ 0°,010
8h 49 Nm.	„	709	hor.	5′	80 5	0 405	— 0 215
	„	710	„	25′	80 1	0 367	— 0 038
	„	711	„	1h	80 6	0 353	— 0 014
	„	712	„	6h 10′	80 2	0 353	0
0h 30 Vm.	30.	713	vert.	1h	80 3	0 353	0
	„	714	„	45′	80 4	0 353	0
2h 45 Vm.	„	715	vert.	7h 10′	81°,7	0°,348	— 0°,005
				7h	0	0 397	+ 0 049
5h 48 Ab.	30.	727	hor.	10′	100°,3	0°,275[2]	— 0°,122

1) Von 10 bis 11 h stieg die Temperatur während meiner Abwesenheit auf 69°,1. Trotzdem ich die Temperatur bis auf 64° sinken liess und so schliesslich dieselbe Mitteltemperatur erzielte, hob sich der Nullpunkt nicht mehr.

2) 6 Minuten nach Herausnehmen aus dem Dampfe wurde das Thermometer in's Eis gelegt.

Digitized by Google

Datum	Nr.	Lage	Zeit	m. Temp.	Nullpunct	Variation
Juli.						
30.	728	hor.	10′	100°,4	0°,255[2])	−0°,020
„	729	„	20′	100 4	0 255[3])	0
„	730	„	30′	100 4	0 250[4])	−0°,005
„	731	vert.	1h 11′	100 4	0 245[5])	−0 005
31.	732	„	2h 13′	100 4	0 247[6])	+0 002
8h 14 Vm. „	733	„	6h 40′	100 2	0 275[7])	+0 028

1) 4 Minuten nach dem Herausnehmen aus dem Dampfe wurde das Thermometer in's Eis gelegt
2) 4 „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „
3) 3½ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „
4) 3½ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „
5) 3½ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „
6) 7 „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „

Die wahre Temperatur war: 99°,7.

Als nur das Thermometergefäss in den Dampf gebracht wurde, und daher das Thermometer schon 1 Minute nach dem Herausnehmen in's Eis gelegt werden konnte, war der deprimirte Nullpunct 0°,233, nach einer Erwärmung auf 99°,65

Thermometer VI.

Ablesungsfehler ± 0°,007 C.

Datum	Nr.	Lage	Zeit	m. Temp.	Nullpunct	Variation
Mai.						
27.	473	hor.	—	18°,4	0°,167	—
				0	0 182	+0°,015
Juni.						
7.	520	hor.	—	22°,2	0°,175	−0°,007
			1h	0	0 190	+0 015
4h 21 Nm. „	521	hor.	5′	30 0	0 165	−0 025
„	522	„	8′	30 2	0 160	−0 005
„	523	„	10′	30 2	0 160	0
„	524	„	17′	30 4	0 154	−0°,006
„	525	„	30′	30 2	0 137	−0 017
„	526	„	35′	30 2	0 137	0
7h 46 Ab. „	527	„	1h 30′	30 0	0 137	0
10h 8 Vm. 8.	536	hor.	—	20°,6	0°,170	+0°,033
„	537	„	3′30″	40 3	0 136	−0 034
„	538	„	5′	40 2	0 120	−0 016
„	539	„	2h 40′	39 9	0 097	−0 023
1h 53 Nm. „	540	„	1h 42′	40 2	0 097	0
„	541	„	5h	40°,5[1])	0°,087	−0°,010
9.	556	hor.	—	21°,7	0°,190	+0°,043
10.	560	hor.	—	22°,	0°,156	+0°,026
17.	607	hor.	—	23°,3	0°,170	+0°,014

1) Die Temperatur war längere Zeit 40°,9.

Digitized by Google

Datum		Nr.	Lage	Zeit	m. Temp.	Nullpunct	Variation
Juni.							
8h 58 Vm.	17.	608	hor.	2′	45°,6	0°,135	— 0°,035
	„	609	„	5′	45 2	0 117	— 0 018
9h 34 Vm.	„	610	vert.	2h	0	0 150	+ 0 033
11h 37 Vm.	„	611	hor.	1h	45°,3	0 097	— 0 053
	„	612	„	3h 50	45 1	0 077	— 0 020
4h 07 Ab.	„	618	„	2h 50	45 3	0 070	— 0 007
	18.	626	hor.	—	23°,3	0°,135	+ 0°,065
	22.	652	hor.	—	21°,4	0°,178	+ 0°,043
	23.	653	hor.	—	24°,4	0°,177	— 0°,001
2h 52 Nm.	„	654	„	4h	50 7	0 110	— 0 067
	„	655	„	3h 30′	52 1	0 046	— 0 064
	„	656	„	3h 30′	51 2	0 033	— 0 013
11h 08 Ab.	„	657	„	8h 52′	50 3	0 050	+ 0 017

Thermometer VII.

Ablesungsfehler ± 0°,007 C.

Datum		Nr.	Lage	Zeit	m. Temp.	Nullpunct	Variation
Mai.							
	27.	474	hor.	—	19°,5	0°,170	
					0	0 190	+ 0°,020
	28.	495	hor.	—	17°,5	0°,175	— 0°,015
					0	0 190	+ 0 015
Juni.							
	4.	499	hor.	—	22°,8	0°,172	— 0°,018
	7.	528	hor.	—	22°,2	0°,167	— 0°,015
	„			—	0	0 193	+ 0 026
5h 16′	„	529	vert.	4′	30 1	0 167	— 0 026
	„	530	„	5′	30 2	0 160	— 0 007
	„	531	„	11′	30 3	0 145	— 0 015
6h 36 Ab.	„	532	„	2h 20′	30 1	0 140	— 0 005
	8.	542	hor.	—	20°,6	0°,170	+ 0°,030
10h 8 Vm.	„	543	vert.	3′30″	40 3	0 135	— 0 035
	„	544	„	5′	40 2	0 120	— 0 015
	„	545	„	3h 40′	39 9	0 100	— 0 020
6h 50 Nm.	„	646	„	1h 42′	40 2	0 100	0

Digitized by Google

Datum	Nr.	Lage	Zeit	m. Temp.	Nullpunct	Variation
Juni.						
9.	558	hor.	—	21°,7	0°,137	+0°,087
10.	559	hor.	—	22°,0	0°,150	+0°,013
17.	614	hor.	—	23 8	0°,180	+0°,030
8h 58 Vm. „	615	vert.	2'30"	45 3	0 135	−0 045
„	616	„	5'	45 2	0 115	−0 020
„	617	„	2h 03'	0	0°,170	+0°,055
„	618	„	1h	45°,1	0°,097	−0°,073
„	619	„	3h 50'	45 1	0 080	−0 017
4h 37 Nm. „	620	„	2h 50'	45 1	0 075	−0 005
18.	625	hor.	—	23°,3	0°,145	+0°,070
22.	651	hor.	—	21°,4	0°,176	+0°,031
24.	—	hor.	—	24°,4	0°,176	0°,00
12h 05 Nm. „	668	vert.	17h	50 9	0 060	−0 116
4h 20 Ab. „	669	„	4h	50 3	0 070	+0 010

5) Methode der Berechnung der Depressionen und der zeitigen Nullpunctscorrectionen.

Die Beobachtungen an dem Normalthermometer IV übertreffen alle übrigen bedeutend an Genauigkeit. Sie sind daher vorzugsweise geeignet die Frage zu entscheiden, wie die Depressionen überhaupt berechnet werden sollen.

Vorerst ergibt eine Vergleichung der Beobachtungen, die bei nahezu denselben Temperaturen am 20. und 23. Mai (Nr. 397—443 der Tafel auf pag. 286) und am 11. und 12. Juni (Nr. 562—582 pag. 287) angestellt wurden, dass bei mässigen Erwärmungen der Stand des deprimirten Nullpunctes von demjenigen des zeitigen Nullpunctes abhängt. Im Mai ging das Sinken des Nullpunctes, nachdem derselbe den Stand 0°,207 erreicht hatte, nur noch äusserst langsam von Statten und betrug nur wenige Tausendstelgrade pro Stunde. Im Juni dagegen, als der Nullpunct durch vor-

Digitized by Google

hergegangene Erwärmungen stark deprimirt worden war und erst allmälig wieder den Stand von 0°,207 erreicht hatte, trat bei der Erwärmung auf 36° ein rasches Sinken ein. Es hatte also, durch eine mehrtägige Ruhe, das Quecksilbergefäss ein bestimmtes Volumen erlangt, welches sich verhielt, als wenn es nur eine, der Zimmertemperatur entsprechende Nachwirkungsdilatation erlitten hätte. Es folgt daraus, dass der Unterschied zwischen dem zeitigen und dem, durch eine unmittelbar folgende Erwärmung deprimirten Nullpuncte als die Depression aufzufassen ist, welche der betreffenden Erwärmung zur Zeit entspricht.

Ist eine Regelmässigkeit in Bezug auf die Abhängigkeit der Depressionen von den Temperaturen vorhanden, so muss sich dieselbe am reinsten zeigen, wenn wir die von den Zimmertemperaturen herrührenden Depressionen mit denjenigen vergleichen, welche die zeitigen Nullpuncte durch die unmittelbar folgenden Erwärmungen erlitten haben.

Am 26. April war z. B. der zeitige Nullpunct bei 0°,240 (vergl. Nr. 327 der Tabelle auf pag. 284). Die Depression, welche die Zimmertemperatur von 11° erzeugt hatte, betrug nach zweimaligen, übereinstimmenden Messungen 0°,005. Der zeitige Nullpunct war nach der Erwärmung auf 26° um 0°,030 gesunken. Während sich also die Temperaturen verhalten wie 1 : 2,45, stehen die Depressionen in dem Verhältnisse wie 1:6, sind also proportional dem Quadrate der Temperaturen.

Berechnen wir hienach aus der grösseren Depression die kleinere, so ergeben sich für diejenigen vollständigen Versuchsreihen, bei denen zu Anfang der Eintritt des zeitigen Nullpunctes abgewartet wurde, die folgenden Resultate:

Normalthermometer IV.

Ablesungsfehler ± 0°,003 C.

Horizontale Lage.

Datum		Nummer	m.Zim.-Temp.	beob. Depress.	ber. Depress.	Differenz
April	23	327	11°	0°,005	0°,005	0
„	„	328	11°	0 005	0 005	0
„	27	337	11°	0 005	0 005	0
„	30	345	15°	0 012	0 012	0
Mai	6	351	16°	0 012	0 011	+ 0°,001
„	19	373	18°	0 013	0 015	— 0°,002
„	20	397	17°	0 013	0 011	+ 0°,002
„	23	434	20°	0 012	0 014	— 0°,002
„	25	456	14°	0 005	0 006	— 0°,001

Digitized by Google

Die Uebereinstimmung ist also viel grösser, als man erwarten konnte. Die Differenz zwischen der berechneten und der wirklich beobachteten Depression ist stets geringer als der mögliche Ablesungsfehler.

Die Erwärmungen stiegen von 26° bis 56° C. Für Temperaturen zwischen 0 und 56° ist daher die Proportionalität der Depressionen mit dem Quadrate der Temperatur für das Normalthermometer IV bereits als nachgewiesen zu betrachten. Da das Thermometer stets liegend aufbewahrt wurde, so gilt dieses Gesetz zunächst für die horizontale Lage, für welche gerade eine Regelmäässigkeit bisher nachdrücklichst geleugnet wurde.

Viermal war das Thermometer in verticaler Stellung erwärmt worden; dennoch konnte aus der beobachteten Depression diejenige genau abgeleitet werden, welche der Nullpunct bei horizontaler Lage des Thermometers in Folge der Zimmertemperatur erlitten hatte. Es geht daraus hervor, dass der Druck der Quecksilbersäule bei den Depressionen jedenfalls nur eine untergeordnete Rolle spielen kann. Auf diesen Punct werden wir unten noch speciell zurückkommen.

Da die Differenzen zwischen den beobachteten und den berechneten Depressionen höchstens 0°,002 betragen, so können die letzteren bis auf diese Grenze als richtig angesehen werden. Der absolute Werth derselben steigt für Temperaturen von 11° bis 20° respective von 0°,005 auf 0°013. Es bedingen somit schon die Variationen der Zimmertemperatur messbare Oscillationen des Nullpunctes.

Von diesen gewonnenen Resultaten machen wir eine erste Anwendung bei der Berechnung des zeitigen Nullpunctes. Um Zeit zu sparen, musste ich mich nämlich öfters damit begnügen, am Normalthermometer IV nur die Minima des Nullpunctes zu beobachten, da der zeitige Nullpunct, wenn die Zimmertemperaturen über 18° betrugen, erst nach 1½ bis 3 Stunden eintrat. Ueberdies stösst die genaue Bestimmung des zeitigen Nullpunctes, wie wir gesehen haben, auf Schwierigkeiten, während der Eintritt des Minimums rasch und scharf beobachtet werden kann und nur während circa 10 Minuten eine gespannte Aufmerksamkeit erfordert.

Digitized by Google

Für jene Tage, an welchen der Eintritt der zeitigen Nullpuncte nicht abgewartet wurde, müssen wir dieselben aus den beobachteten Minima ableiten. Hiebei ist eine grössere Genauigkeit erforderlich. Wir dürfen uns desshalb nicht damit begnügen, an den, bei den Erwärmungen abgelesenen Temperaturen bloss die Nullpunctscorrectionen anzubringen, sondern wir müssen auch die Correctionen berücksichtigen, die von dem Nichteintauchen des Quecksilberfadens und von der fehlerhaften Markirung des Siedepunctes herrühren.

Da wir jedoch bei 50° noch einen Fehler von $\pm 0°,3$ bei der Temperaturbestimmung begehen können, ohne dass dadurch bei dem untersuchten Normalthermometer IV die Depression um 0°,001 C. sich ändert, so genügt es zur Reduction der Angaben desselben, die von Regnault angegebene angenähert richtige Correctionsformel anzuwenden:

$$\triangle L' = \frac{T' L'}{6500}$$

wenn L' die Länge des herausragenden Quecksilberfadens und T' die Differenz zwischen der Temperatur der Umgebung und derjenigen des Wasserbades bedeutet.

In Betreff der Berechnung der Temperaturen aus den Ablesungen am Normalthermometer V bemerke ich gleich an dieser Stelle, dass es für jenes Thermometer möglich war, aus den Siedepunctsbestimmungen bei vollständig eintauchender und bei vollständig ausserhalb befindlicher Scala die Constante ε der von Mousson[1]) abgeleiteten, genaueren Correctionsformel zu bestimmen. Die letztere lautet:

$$\triangle T' = T' \ (\alpha N_1 - \varepsilon)$$

wo T' die abgeleseneTemperatur, α, je nach der Glassorte, 0,00016052 bis 0,00015489, N_1 die Länge des aus dem Wasserbade herausragenden Quecksilberfadens (in Graden) und ε eine von der Individualität des Thermometers abhängige Constante bedeutet. Es wurde daher für dieses Thermometer zur Reduction der Ablesungen auf wahre Temperaturen auch diese genauere Formel benutzt.

Bei der Berechnung der mittleren Temperatur einer ganzen Versuchsreihe muss überdies noch Rücksicht auf die verschiedene Zeitdauer der einzelnen Erwärmungen genommen werden.

---

1) Pogg. Ann. 133. pag. 311.

Digitized by Google

Alle diese Umstände sind bei Berechnung der Mittelwerthe berücksichtigt worden.

Wie nun fehlende, zeitige Nullpuncte aus den beobachteten Minima für das Normalthermometer IV abgeleitet wurden, ergibt sich aus den folgendem Beispiele.

Am 25. Mai war der Stand des Nullpunctes bei einer Zimmertemperatur von 13°,8 C.: 0°,215. Nach den Erwärmungen, die 12 Stunden lang fortgesetzt wurden, war der Nullpunct auf 0°,115 herabgesunken und constant geworden. Die mittlere corrigirte Temperatur des Wasserbades während der ganzen Versuchsreihe betrug 56°.

Die wahre Depression ist demnach:

$$\frac{56°,1\ (0°,215 - 0°,115)}{56°,1 - 13°,8} = 0°,106\ \text{C.}$$

und der zeitige Nullpunct: 0°,115 + 0°,106 = 0°,221 C. An jenem Tage war derselbe abgewartet und = 0°,220 gefunden worden. Die Differenz beträgt demnach nur 0°,001 C.

6) Vergleichung der berechneten und beobachteten Depressionen.

Nach allen diesen Vorarbeiten können wir nun an die Beantwortung der Frage gehen, ob das für mein Normalthermometer IV aufgefundene Gesetz auf das Intervall von 0 bis 100° ausgedehnt werden dürfe und auch bei anderen Thermometern Anwendung finde. Zugleich ist zu untersuchen, ob aus einem einzigen, durch Erwärmungen auf 50° oder 100° maximal deprimirten Nullpuncte und aus den zeitigen Nullpuncten die für beliebige Temperaturen eintretenden Maximaldepressionen voraus berechnet werden können.

Für die Thermometer II, III und V, welche bis 100° reichen, wählen wir aus den in der Einleitung mitgetheilten Gründen den durch mehrmalige Siedepunctsbestimmungen maximal deprimirten Nullpunct zum Ausgangspuncte. Da die Thermometer IV, VI und VII nur wenig über 50° erwärmt werden können, so benutzen wir bei diesen den nach Erwärmungen auf 50° maximal deprimirten Nullpunct.

Die Berechnung der Depressionen geschieht nun folgendermaassen:

Zuerst ist der zeitige Nullpunct abzuleiten, falls derselbe nicht beobachtet wurde. Bei den Thermometern II, III, VI und VII war

Digitized by Google

dies meist der Fall, da das Minimum leicht zu constatiren, der zeitige Nullpunct dagegen nur unsicher zu bestimmen war.

Von diesem zeitigen Nullpuncte ist der für 50, resp. 100° maximal deprimirte abzuziehen und wir erhalten dann die Depression, die zur Zeit einer Temperatur von 50 resp. 100° entsprechen würde. Dieselbe ist nun mit dem Quadrate der Erwärmungstemperatur zu multipliciren und durch das Quadrat der gewählten Normaltemperatur zu dividiren. Die so erhaltene Zahl ist die berechnete, von dem zeitigen Nullpuncte abzuziehende Depression.

Die beobachtete, entsprechende Depression dagegen, ist die Differenz zwischen dem, nach der Erwärmung beobachteten, maximal deprimirten Nullpunct und dem zeitigen Nullpuncte unmittelbar vor der Versuchsreihe.

In den folgenden Tabellen sind die beobachteten und die berechneten Depressionen einander gegenübergestellt, nach steigenden Temperaturen geordnet und alle nothwendigen Data übersichtlich zusammengefasst.

Normalthermometer II.

Ablesungsfehler $\pm$ 0°,05 = 0°,022 C.

Für 100° maximal deprimirter Nullpunct: 108°,18.

Lage vertical.

Datum		Nummer	zeit. Nullp.	n. Temp.	beob. Depr.	ber. Depress.	Differenz
Juli	27	703	109°,10	20°,1	0°,03	0°,02	+ 0°,01
„	29	721	109 ,15	21°,2	0°,03	0°,02	+ 0°,01
Mai	21	427—431	109 ,46	31°,6	0°,05	0°,05	0
Juli	18/19	645—648	109 ,32	50°,2	0°,15	0°,13	+ 0°,02
Juli	26/27	698—703	109 ,41	65°,2	0°,25	0°,23	+ 0°,02
Juli	29/30	721—726	109 ,15	82°,7	0°,27	0°,30	— 0°,03

Es ist also, bei dem nur in verticaler Lage untersuchbaren Thermometer II, die Abweichung zwischen der beobachteten und der berechneten Depression nur einmal etwas grösser, sonst stets kleiner als der mögliche Ablesungsfehler. Die Uebereinstimmung der berechneten Depressionen mit den wirklich beobachteten ist daher eine befriedigende.

Bei diesem Thermometer sind demnach, bei verticaler Stellung desselben, die Depressionen dem Quadrate der Temperatur proportional. Wir können daher, aus dem für 100° maximal deprimirten

Digitized by Google

und aus dem zeitigen Nullpuncte die Depressionen, also auch die deprimirten Nullpuncte berechnen.

Interessant ist ferner die hier noch anzuführende Thatsache, dass bei diesem Thermometer die Maximaldepressionen, (ausser bei 50°) bei 3maligem Abkühlen, schon nach einer Stunde eingetreten sind. Nach den pag. 282 mitgetheilten Beobachtungsreihen vermochte bei 80°, eine die ganze Nacht hindurch fortgesetzte Erwärmung den Nullpunct nur noch um 0°,01 zu erniedrigen, und dies ist zum Theil noch auf Rechnung der etwas höheren Temperatur der letzten Versuchsreihe zu setzen. Wird dagegen das Thermometer anfangs nicht herausgenommen, so treten die Depressionen langsamer ein, wie aus dem Verhalten bei 50° hervorgeht.

Es findet demnach eine Analogie statt, zwischen dem Einfluss, welchen abwechselnde Abkühlungen und Erwärmungen auf das Eintreten von Nachwirkungsdilatationen ausüben und der Wirkung mechanischer Erschütterungen auf den Verlauf der durch Biegung und Torsion erzeugten Nachwirkungen. Sowohl die raschen Temperaturänderungen, als auch die mechanischen Erschütterungen, beschleunigen den Eintritt der Nachwirkungen.

Normalthermometer III.

Ablesungsfehler $\pm$ 0°,07 = 0°,03 C.

Für 100° maximal deprimirter Nullpunct = 56°,00.

Lage vertical.

Datum		Nummer	zeit. Nullp	m. Temp.	beob. Depr.	ber. Depress.	Differenz
Juli	28	707	56°,70	18°,8	0°,02	0°,01	+ 0°,01
Juni	8	548	56 90	20°,6	0°,02	0°,02	0
„	„	549—554	56 90	34°,9	0°,06	0°,05	+ 0°,01
Juli	17	621—624	56 88	45°,2	0°,06	0°,08	— 0°,02
„	26/27	691—697	56 85	64°,9	0 11	0°,12	— 0°,01
„	29/30	716—720	56 68	81°,1	0 17	0°,19	— 0°,02

Bei diesem Thermometer ist durch die obige Tafel gleichfalls die Proportionalität der Depressionen mit dem Quadrate der Temperaturen für die verticale Stellung bestätigt. Es bedarf jedoch einer mehr als 5 Stunden andauernden Erwärmung, damit die Maximaldepressionen eintreten, wenn das Thermometer nicht oftmals herausgenommen und abgekühlt wird.

Digitized by Google

Normalthermometer IV.

Ablesungsfehler ± 0°,003 C.

Horizontale Lage.

(Für 50°,3 maximal deprimirter Nullpunct 0°,134.)

Datum		Nummer	zeit. Nullp.	m. Temp.	beob. Depr.	ber. Depress.	Differenz
April	25	323	0°,240	10°,8	0°,006	0°,005	+0°,001
„	26	327	0 240	11 0	0 005	0 005	0
„	26	328	0 240	11 0	0 005	0 005	0
„	27	337	0 240	11 0	0 005	0 005	0
„	17	263	0 220	12 0	0 005	0 005	0
„	20	295	0 222	12 0	0 005	0 005	0
„	23	307	0 228	12 0	0 006	0 006	0
„	22	299	0 234	13 0	0 009	0 007	+0 002
Mai	21	414	0 243	13 0	0 005	0 007	−0 002
„	22	432	0 243	13 0	0 006	0 007	−0 001
„	25	456	0 220	13 8	0 005	0 006	−0 001
April	30	345	0 240	15 3	0 012	0 010	+0 002
Mai	6	351	0 245	16 0	0 012	0 010	+0 002
„	9	370	0 250	17 2	0 015	0 013	+0 002
„	20	397	0 250	17 3	0 013	0 013	0
„	8	369	0 245	17 9	0 015	0 014	+0 001
„	19	373	0 250	18 3	0 013	0 015	−0 002
„	23	434	0 250	20 0	0 012	0 017	−0 005
Juni	29	679	0 210	21 5	0 017	0 014	+0 003
Juli	9	682	0 224	23 8	0 021	0 020	+0 001
April	27	337—339	0 240	25 7	0 030	0 028	+0 002
Juli	1	680	0 205	25 9	0 018	0 019	−0 001
April	26	327—335	0 240	26 1	0 030	0 029	+0 001
Mai	6	351—360	0 245	30 8	0 040	0 042	−0 002
„	20	397—407	0 250	36 1	0 050	[1]	
					0 057	0 060	−0 003
Juni	16	584—594	0 217	43 6	0 060	[2]	
					0 064	0 069	−0 005
„	18	627—632	0 208	50 3	0 074	—	—
Mai	25	456—469	0 220	56 1	0 105	0 107	−0 002

Die Abweichung der berechneten Depressionen gegenüber den direct beobachteten beträgt im Mittel nur ± 0°,0015 C. Die Uebereinstimmung ist daher grösser, als man erwarten konnte.

Alle, für das Intervall von 0 bis 56° berechneten Depressionen sind aus der Beobachtungsreihe vom 18. Juni abgeleitet. Da der Nullpunct bei jenen Versuchen in den vorletzten 5 Stunden nur noch um 0°,001 und in den letzten $4^1/_2$ Stunden gar nicht mehr sank, so kann die Beobachtungsreihe als vollständig zu Ende geführt betrachtet werden. Dieselbe nahm jedoch 18 Stunden in Anspruch! Es ergibt

1) Die Beobachtungsreihe konnte nicht ganz zu Ende geführt werden. Nach der aufgezeichneten Curve wäre der Nullpunct noch wenigstens um 0°,007 gesunken.

2) Die aufgezeichnete Curve ergab, dass der Nullpunct noch mindestens um 0°,004 gefallen wäre, wenn die Beobachtungsreihe hätte ganz bis zum Schlusse durchgeführt werden können.

Digitized by Google

sich daraus, wie nothwendig es sein wird, den Einfluss der Zeit auf die Grösse der Depressionen zu bestimmen, um die letzteren für eine beliebige Zeitdauer der Erwärmung berechnen zu können. Meiner Ansicht nach, bieten diese Beobachtungen noch kein hinreichend geeignetes Material, weil die Abkühlungen, denen das Thermometer von Zeit zu Zeit durch die Nullpunctsbestimmungen ausgesetzt war, besonders zu Anfang der Versuchsreihen beschleunigend wirkten. Soviel geht jedoch schon aus diesen Untersuchungen hervor, dass, wenn wir nach den bisherigen Erfahrungen die Maximal-Depressionen auch nur bis auf $\pm$ 0,01 C. genau erhalten wollen, die Zeitdauer der Erwärmung für das Intervall von 0 bis 56° bei dem Normalthermometer IV mindestens 5 Stunden betragen muss.

Um den Einfluss der Zeit genau kennen zu lernen, wird das Thermometer zu verschiedenen Malen, ungleiche Zeiten, derselben Temperatur angesetzt werden müssen. Es kann jeweilen die Beobachtungsreihe erst dann für die betreffende Temperatur fortgesetzt werden, wann der Nullpunct seinen früheren, nicht deprimirten Stand erreicht hat. Es wird daher diese Untersuchung sehr viel Zeit in Anspruch nehmen und eine ganz besondere Sorgfalt verlangen.

Für die Depressionen, welche bei verticaler Stellung des Thermometers erfolgten, erhalten wir folgende Resultate:

Normalthermometer IV.

Ablesungsfehler $\pm$ 0°,003 C.

Verticale Stellung.

(Für 50°,8 maximal deprimirter Nullpunct 0°,125.)

Datum		Nummer	zeit. Nullp.	m. Temp.	beob. Depr.	ber. Depress.	Differenz
April	30	345—350	0°,245	26°,0	0°,035	0°,031	+ 0,004
Mai	19	374—389	0°,250	31°,0	0°,046	0°,045	+ 0,001
Juni	6/7	503—517	0°,224	44°,1	0°,077	0°,076	+ 0,001
„	24/25	659—667	0°,215	50°,8	0°,100	—	—

Von 30° ab stimmen auch hier die beobachteten Depressionen mit den berechneten vollständig überein.

Um einen Vergleich anstellen zu können, wie sich die Depressionen, bei verticaler Stellung des Thermometers, gegenüber denjenigen verhalten, die für dieselben Temperaturen bei horizontaler Lage des

Digitized by Google

Thermometers beobachtet wurden, ist eine kleine Reduction der ersteren nothwendig. Vorerst müssen dieselben auf den Werth reduzirt werden, den sie erlangt haben würden, wenn der zeitige Nullpunct identisch gewesen wäre mit dem entsprechenden, bei horizontaler Lage des Thermometers. Der Reductionsfactor wird erhalten durch Division der Differenz zwischen dem maximal deprimirten und dem zeitigen Nullpuncte bei verticaler Stellung, in die Differenz zwischen demselben maximal deprimirten Nullpuncte und dem bei horizontaler Lage des Thermometers beobachteten zeitigen Nullpuncte.

Hierauf ist die erhaltene Depression noch in dem Verhältnisse zu reduziren, in welchem die Quadrate der beobachteten Temperaturen stehen.

Nach Ausführung dieser Rechnungen erhalten wir die folgenden Werthe.

Zeitiger Nullpunct	mittl. Temperat.	Depressionen		Differenz	Druck der Quecksilbersäule
		Th. horizontal	Th. vertical		
0°,240	26°,1 C.	0°,030	0°,034	— 0°,004	1
0 245	30 8	0 040	0 044	— 0 004	1,1
0 217	43 6	0 064	0 070	— 0 006	1,3
0 203	50 3	0 074	0 088	— 0 014	1,4

Es stellt sich somit ganz deutlich ein schwacher Einfluss des Druckes der Quecksilbersäule heraus, welcher in rascherem Verhältniss steigt, als die Drucke.

Die Differenzen für die Temperaturen von 30° und 50° verdienen die meiste Glaubwürdigkeit, weil sowohl bei verticaler, als bei horizontaler Lage des Thermometers die Beobachtungsreihen vollständig zu Ende geführt wurden. Für diese ergibt sich, dass auch die durch den Druck erzeugten Depressionen proportional sind dem Quadrate der Temperatur. Denn berechnen wir aus der bei 50° beobachteten Depression diejenige für 30°,8, so erhalten wir unter der Annahme dass:

$$\triangle = C.p.t^2$$

wo C eine Constante, die von der Individualität des Thermometers abhängt, p den jeweiligen Druck und t die entsprechende Temperatur bedeutet:

$$\triangle = 0{,}004,$$

also genau die wirklich beobachtete Depression.

Es wäre verfrüht, auf diese Beobachtung allein gestützt, den Satz aussprechen zu wollen, dass die Depressionen um eine solche, von

Digitized by Google

dem Quadrate der Temperatur abhängige Grösse 2. Ordnung zunehmen. Es erklärt diese Vermuthung jedoch die Thatsache, dass bis 43° die Depressionen sowohl für die verticale, als auch für die horizontale Lage dasselbe Gesetz befolgen, dass dagegen in dem Intervall von 43° bis 100°, für die verticale Stellung des Normalthermometers V, die Rechnung durchweg etwas zu kleine Werthe ergibt.

Normalthermometer V.

In Folge von starker Parallaxe und dicken Theilstrichen, ist die Genauigkeitsgrenze, bis zu welcher eine einzelne Ablesung am Normalthermometer V als zuverlässig betrachtet werden kann, nur $\pm 0°,01$ C. Ueberdies tritt noch der Umstand hinzu, dass bei diesem Thermometer sowohl der Eintritt, als auch das Verschwinden der Depressionen sehr rasch zu geschehen pflegt. Es wird hiedurch nicht nur die Messung der von Zimmertemperaturen herrührenden Depressionen, sondern ganz besonders auch diejenige der durch Erwärmungen hervorgerufenen Maximaldepressionen sehr erschwert.

Aber auch für die Rechnung bieten sich Schwierigkeiten dar, weil es kaum rathsam erscheint, die Mitteltemperatur einer langen Beobachtungsreihe zur Berechnung der Maximaldepression zu benutzen, wenn die Temperatur während der letzten Versuche niedriger, oder aber während eines Versuches erheblich höher gewesen war, als die Mitteltemperatur. In der That zeigte eine bei 65° angestellte Versuchsreihe, bei welcher die Temperatur in meiner Abwesenheit beim dritten Versuche auf 68°,6 C. gestiegen war, dass hernach durch ferneres Erwärmen während $5\frac{1}{2}$ Stunden, in horizontaler Lage, der Nullpunct nicht weiter deprimirt werden konnte. Ebensowenig bewirkte eine folgende Erwärmung von einer Stunde, bei verticaler Stellung des Thermometers, ein ferneres Sinken des Nullpunctes. Es hatte also, nachdem die Maximaldepression für 65° schon nahezu eingetreten war, eine 20 Minuten anhaltende Erwärmung auf 68° genügt, um die Maximaldepression für diese Temperatur hervorgerufen. Die beobachtete Depression stimmt mit der für diese Temperatur berechneten Depression bis auf die Grenze der Beobachtungsfehler überein, während dagegen die für die Mitteltemperatur der ganzen Beobachtungsreihe berechnete Depression um 0°,032 zu klein ausgefallen ist.

In den unten folgenden Tabellen, sind solche unrichtige, berechnete Depressionen, des Vergleiches wegen, dennoch aufgenommen und mit einem * bezeichnet worden. Hierauf sind diejenigen beigefügt,

Digitized by Google

welche der Mitteltemperatur desjenigen Versuches entsprechen, bei welchem die Maximaltemperatur eingetreten ist. Schliesslich sind auch noch die Depressionen angegeben, welche den in der Nähe des Maximums, während 20 Minuten bis einer Stunde eingetretenen Temperaturen entsprechen. Diese letzteren Depressionen haben die grösste Wahrscheinlichkeit für sich und zeigen auch die geringste Abweichung von den beobachteten Depressionen.

Da bei den Siedepunctsbestimmungen der Einfluss der Zeit, welche zwischen dem Herausnehmen des Thermometers aus der Cavendish'schen Röhre und dem Einlegen in das Eis verfloss, auf den Betrag der Depression den maassgebenden Einfluss ausübte, so war es gerathen zur Berechnung der Depressionen, sowohl für die horizontale, als verticale Lage, den niedrigsten, beobachteten Nullpunct zu wählen, weil dieser dem wahren, maximal deprimirten Nullpuncte am nächsten kommen wird.

Normalthermometer V.

Ablesungsfehler ± 0°,01 C.

Für 100° maximal deprimirter Nullpunct 0°,23.

Lage horizontal.

Datum		Nummer	zeit. Nullp.	m. Temp.	beob. Depr.	ber. Depress.	Differenz
Mai	6	361	0°,680	15°,7	0°,010	0°,011	— 0°,001
„	28	476	0 700	16 8	0 010	0 013	— 0 003
„	9	371	0 685	17 7	0 012	0 014	— 0 002
Juli	28	706	0 610	18 9	0 010	0 014	— 0 004
Mai	7	368	0 670	19 2	0 010	0 016	— 0 006
„	20	408	0 690	19 8	0 010	0 018	— 0 008
Juli	27	705	0 587	20 6	0 022	0 015	+ 0 007
Mai	23	444	0 685	21 3	0 015	0 020	— 0 005
„	21	415—425	0 680	31 4	0 045	0 044	+ 0 001
Juni	12	568—575	0 700	35 9	0 063	0 061	+ 0 002
Juli	26	683—689	0 709	65 2	0 244	0 204*	+ 0 040*
„	26	686	0 709	68 6	0 242	0 224	+ 0 018
„	29	708—712	0 620	80 4	0 267	0 252*	+ 0 015*
„	29	711	0 620	81 0	0 267	0 262	+ 0 005

Für 100° maximal deprimirter Nullpunct 0°,23.

Lage vertical.

Datum		Nummer	zeit. Nullp.	m. Temp.	beob. Depr.	ber. Depress.	Differenz
Mai	6	362—366	0°,680	30°,2	0°,035	0°,041	— 0°,006
„	28	477—486	0 700	31 5	0 047	0 047	0
„	20	409—413	0 690	35 8	0 056	0 059	— 0 003
Juni	16	597—606	0 695	43 4	0 105	0 088*	+ 0 017*
„	16	597—604	0 695	43 2	0 090	0 087	+ 0 003

Digitized by Google

Datum		Nummer	zeit. Nullp.	m. Temp.	beob. Depr.	ber. Depress.	Differenz
Juni	16	605	0 695	44 9	0 105	0 094	+0 011
„	18	635—639	0 665	49 7	0 130	0 108*	+0 022*
„	18	635—638	0 665	49 4	0 115	0 106	+0 009
„	18	639	0 665	50 5	0 130	0 111	+0 019
„	24	672—676	0 685	50 5	0 140	0 116*	+0 024*
„	24	672—674	0 685	50 8	0 125	0 117	+0 008
Juli	26/27	684—690	0 709	65 2	0 244	0 204*	+0 040*
„	29/30	709—715	0 620	80 6	0 272	0 253*	+0 019*
„	29/30	715	0 620	81 9	0 272	0 262	+0 010
„	29/30	715	0 620	82 4	0 272	0 265	+0 007

Wenn wir die mit einem * bezeichneten Werthe der berechneten Depressionen, aus den oben angeführten Gründen mit vollem Rechte, von der ferneren Discussion ausschliessen, so ist für die horizontale Lage die Uebereinstimmung auch bei Temperaturen über 50° eine vollständig zufriedenstellende. Die Differenzen gehen nicht über die möglichen Beobachtungsfehler hinaus. Dass die beobachteten Depressionen etwas grösser sind, als die berechneten, rührt wohl hauptsächlich davon her, dass oftmals die Temperatur, wenn auch nur weniger Zehntelgrade, über den mittleren Werth stieg und eine entsprechend grössere Depression verursachte. Dagegen scheint für die verticale Stellung eine über die Beobachtungsfehler hinausgehende Tendenz zu grösseren, als den berechneten Depressionen vorzuwiegen. Es steht dies im Einklange mit der für das Normalthermometer IV begründeten Vermuthung, dass bei der verticalen Stellung noch ein Glied 2. Ordnung die Depressionen vergrössert, welches von dem jeweiligen Drucke und dem Quadrate der Temperaturen abzuhängen scheint. Leider gestattet die Natur beider Thermometer IV und V es nicht, diesen Punct genauer zu erfolgen. Ich werde daher auf diese Frage zurückkommen, sobald ich im Besitze eines genauen, bei Dr. H. Geissler in Bonn, eigens für diesen Zweck bestellten Normalthermometers gelangt sein werde.

Dagegen zeigte sich bei dem Normalthermometer V ein Einfluss der Temperatur auf die Geschwindigkeit, mit welcher die maximalen Depressionen eintraten. Es bedurfte bis zum Eintritt der letzteren

bei 30° einer Erwärmung von c. 4½ Stunden
„ 65 „ „ „ „ 2 „
„ 80 „ „ „ „ 1 Stunde
„ 100 „ „ „ „ 20 Minuten.

Digitized by Google

Es treten daher auch die von Erwärmungen herrührenden maximalen Nachwirkungsdilatationen, in völliger Uebereinstimmung mit den durch Torsion oder Biegung erzeugten, bei höheren Temperaturen rascher ein, als bei niedrigeren.

Thermometer VI und VII.

Da beide Thermometer bei Depressionsversuchen im April sich ganz identisch verhalten, und sowohl die zeitigen, als die deprimirten Nullpuncte bis auf 0°,01 übereingestimmt hatten, so wurden die Thermometer bei den folgenden Versuchen vorläufig nur in einer Lage untersucht. Bei beiden traten die Depressionen verhältnissmässig rasch ein. Um zu constatiren, ob auch wirklich die Maximaldepression eingetreten sei, wurde bei dem letzten Versuche (bei c. 50°) eine etwas niedrigere Temperatur hergestellt. Bei beiden Thermometern trat in Folge dessen beim letzten Versuche wieder ein Steigen des Nullpunctes ein. Es war also in der That die Maximaldepression vorhanden.

Zur Berechnung der folgenden Tafeln wurden die mittleren Temperaturen der ganzen Versuchsreihe, und die Mittelwerthe der beiden letzten, maximal deprimirten Nullpuncte benutzt.

Thermometer VI.

Ablesungsfehler ± 0°,07 C.

Für 51°,2 maximal deprimirter Nullpunct: 0°,041.

Lage horizontal.

Datum	Nummer	zeit. Nullp.	m. Temp.	beob. Depr.	ber. Depress.	Differenz
Mai 27.	473	0°,182	18°,2	0°,015	0,018	— 0°,003
Juni 4.	500	0 190	22 6	0 025	0,029	— 0 004
„ 7.	521—527	0 190	30 0	0 053	0,050	+ 0 003
„ 8.	537—540	0 190	40 2	0 097	0,094	+ 0 003
„ 24.	611—613	0°,150	45 4	0 080	0,086	— 0 006

Thermometer VII.

Ablesungsfehler ± 0°,007 C.

Für 50°,7 maximal deprimirter Nullpunct: 0°,065.

Lage horizontal.

Datum	Nummer	zeit Nullp	m. Temp.	beob. Depr.	ber. Depress.	Differenz
Mai 28.	495	0°,190	17°,3	0°,015	0°,015	0
„ 27.	474	0 190	19 3	0 020	0 018	+0,002
Juni 7.	528	0 193	22 0	0 026	0 024	+0,002

Digitized by Google

Lage vertical.

Datum	Nummer	zeit. Nullp.	m. Temp.	beob. Depr.	ber. Depress.	Differenz
Juni 7.	529—532	0°,193	30°,1	0°,053	0°,045	+0°,008
„ 8.	543—547	0 193	40 3	0 093	0 081	+0, 012
„ 17.	618—620	0 170	45 3	0 095	0 084	+0, 011

Aus den obigen Tabellen und denjenigen auf pag. 291 und 292 ergibt sich die Thatsache, dass schon nach 2 Stunden langem Liegen im Eise die, für Temperaturen von 45° eingetretenen Depressionen grossentheils wieder verschwunden waren. Diese Zeit reichte hin, um einen neuen Anfangszustand für das Quecksilbergefäss zu schaffen, so dass die folgende Depression wieder proportional der Differenz zwischen dem zeitigen und dem maximal deprimirten Nullpuncte ausfiel.

Auch bei diesen Thermometern stimmen die Beobachtungen bei horizontaler Lage besser mit den berechneten Depressionen überein, als dies bei verticaler Stellung bei dem Thermometer VII der Fall ist. Dass dieses letztere schon bei Temperaturen von 30°, bei verticaler Stellung, kleine, über die Beobachtungsfehler hinausgehende Differenzen zeigt, rührt davon her, dass dasselbe bis — 35° reicht. Es ist daher das Quecksilbergefäss schon bei einer Temperatur von 30° einem inneren Drucke von mehr als 280 Millim. ausgesetzt.

7) Zusammenstellung der Resultate.

Aus den vorstehenden Untersuchungen ergeben sich für alte und neue Thermometer aus gewöhnlichem, weissem Glase die folgenden Sätze:

Der Nullpunct der Thermometer ist in beständiger Oscillation begriffen und schon in Folge der Variationen der Zimmertemperatur messbaren Schwankungen unterworfen.

Es ist daher zweckmässig, den durch Erwärmungen auf 100° maximal deprimirten Nullpunct als Ausgangspunct zu wählen, da derselbe von diesen secundären Variationen vollständig frei ist und sich im Laufe der Zeit nur ganz allmälig um einen geringen Betrag verschiebt. An diesem Heraufrücken nimmt überdies auch der deprimirte Siedepunct Theil, so dass der Fundamentalabstand dieser deprimirten Fixpuncte constant bleibt.

Die tiefste Depression, welche der zeitige Nullpunct eines Thermometers, durch Erwärmung des letzteren auf eine bestimmte Temperatur,

Digitized by Google

erleiden kann, ist proportional der Differenz zwischen dem zeitigen und dem, für 100° maximal deprimirten Nullpuncte und ferner proportional dem Quadrate der Erwärmungstemperatur.

Diese Regelmäässigkeit findet in sehr befriedigender Weise, im Gegensatze zu den bisherigen Anschauungen, gerade bei horizontal eintauchenden Thermometern statt, und in etwas geringerem Maasse auch bei vertical hängenden Thermometern.

Der Druck der inneren Quecksilbersäule bedingt daher bei verticaler Stellung der Thermometer nur Depressionen zweiter Ordnung, die von dem jeweiligen Drucke, dem Quadrat der Temperatur und von der Individualität des Thermometers abzuhangen scheinen.

Bedeutet T die wahre, t die abgelesene, von allen übrigen Fehlerquellen befreite Temperatur, γ den Stand des für 100° maximal deprimirten Nullpunctes und c denjenigen des zeitigen Nullpunctes, so ist nach längeren Erwärmungen die wahre Temperatur zu berechnen nach der Formel:

$$T = t - c + \frac{(c-\gamma)t^2}{100^2}$$

Durch Anwendung dieser Formel sind wir im Stande die Temperaturangaben der Quecksilberthermometer von der Individualität der letzteren unabhängig, also vergleichbar zu machen, ohne schon hiezu einer Vergleichung mit dem Luftthermometer zu bedürfen[1]). Wir brauchen blos von Zeit zu Zeit eine sorgfältige Bestimmung des für 100°, resp. 50° maximal deprimirten Nullpunctes vorzunehmen, und unmittelbar vor jeder Reihe von Temperaturmessungen den zeitigen Nullpunct zu bestimmen, um die anzubringende Nullpunctscorrection nach längeren Erwärmungen mit grosser Annäherung berechnen zu können.

Wir brauchen ferner nach Erwärmungen, die 100° nicht überschritten haben, nur einen Tag zu warten, um das erste rasche Ansteigen des Nullpunctes vorübergehen zu lassen, dann können wir das Thermometer schon wieder zu genauen Messungen benutzen, falls wir unmittelbar vor den Messungen den zeitigen Nullpunct bestimmen.

---

1) In einer der folgenden Arbeiten werde ich speciell nachweisen, dass, bei Zugrundelegung des Fundamentalabstandes zwischen den deprimirten Fixpuncten und mit Benützung der obigen Formel zur Berechnung der anzubringenden Nullpunctscorrectionen, die Uebereinstimmung der Quecksilberthermometer mit dem Luftthermometer eine grössere wird, als bisher, da alsdann in dem Intervall von 0 bis 100° das Quecksilberthermometer dem Luftthermometer höchstens um 0°,1 C. vorauseilt.

Digitized by Google

Zur Controlle ist es gut, auch die Minima des Nullpunctes vor und nach den Messungen zu beobachten. Die Thermometer müssen hiebei nicht plötzlich, aber doch möglichst rasch abgekühlt werden, da in den ersten Minuten nach dem Herausnehmen aus dem Wasserbade der stark deprimirte Nullpunct nach starken Erwärmungen sehr rasch steigt. Es verhalten sich jedoch auch in dieser Hinsicht die Thermometer sehr verschieden.

Da die Curven, welche den Verlauf der Depressionen für gegebene Temperaturen darstellen, selbst bei unseren unterbrochenen Versuchsreihen, eine sehr einfache und regelmäässige Gestalt haben, so wird es wohl um so mehr gelingen, die Abhängigkeit der Depressionen von der Zeitdauer bei ununterbrochenen Erwärmungen aufzufinden. Es wird alsdann die Möglichkeit gegeben sein, mit Quecksilberthermometern nicht nur genaue, sondern zugleich auch rasche Temperaturbestimmungen auszuführen.

Zum Schlusse erfülle ich noch eine angenehme Pflicht, indem ich Herrn Prof. Dr. O. E. Meyer, sowohl für die liberale Gewährung aller zu dieser Untersuchung erforderlichen Mittel, als auch für die freundliche Ueberlassung seines werthvollen Normalthermometers meinen herzlichsten Dank ausspreche. Ebenso bin ich den Herren Professoren Dorn, Löwig und Poleck für das Leihen ihrer Thermometer, ganz besonders aber den Herren Stud. phys. Rosencrantz und Stud. chem. Hofferichter zu Danke verpflichtet für die Beihülfe, welche Letztere mir sowohl bei den Siedepunctsbestimmungen, als auch bei den sehr mühsamen Berechnungen der Mitteltemperaturen mit grösster Bereitwilligkeit geleistet haben.

Digitized by Google

Ueber graphische Methoden zur Lösung gewisser einfacher electrischer Probleme.

Von

Professor G. Carey Foster.

(Vom Herrn Verfasser aus dem Philosophical Magazine, Mai 1875, freundlichst eingesandt.)

(Hiezu Tafel XVIII.)

Es kommt wohl sehr selten vor, dass die geometrische Darstellung von mathematischen Beziehungen zwischen physikalischen Grössen für die Zwecke der Forschung so geeignet ist wie der entsprechende analytische Ausdruck; handelt es sich jedoch um Zwecke der Erklärung, im Gegensatze zu denen der Forschung, so besitzen oft geometrische Constructionen einen grossen Werth. Besonders wenn sie in eine einfache Form gebracht werden können, so ist ihre physikalische Bedeutung leichter zu verstehen als die einer algebraischen Formel, wenigstens für Diejenigen, welche an mathematische Ausdrucksweisen nur wenig gewöhnt sind, und sie geben im Allgemeinen mit grösserer Klarheit die Wirkung einer Aenderung von einer der in Betracht gezogenen Grössen. Ich habe desshalb geglaubt, dass es, um die Aufmerksamkeit auf den Nutzen geometrischer Methoden beim elementaren physikalischen Unterricht zu lenken, der Mühe werth sein dürfte, im Detail ihre Anwendung auf einige wichtige electrische Probleme und zwar auf einige der einfachsten Fälle auszuführen, welche beim Ohm'schen Gesetze der Beziehungen zwischen electromotorischer Kraft, Stromstärke und Widerstand vorkommen.

Wird die Gleichung, welche das Ohm'sche Gesetz ausdrückt, in den drei folgenden Formen geschrieben:

$$\frac{E}{C} = R \qquad \frac{E}{R} = C \qquad CR = E$$

wo E die electromotorische Kraft, C die Stromstärke und R den Widerstand bezeichnen, so haben wir auf einmal drei verschiedene geometrische Constructionsarten mittelst rechtwinkeliger Coordinaten

Digitized by Google

erhalten, wobei die Coordinaten in den drei Fällen beziehungsweise (1) electromotorische Kraft und Stromstärke, (2) electromotorische Kraft und Widerstand, (3) Stromstärke und Widerstand darstellen.

I.

Die Ordinaten stellen electromotorische Kräfte und die Abscissen Stromstärken dar.

Dieses System, nach welchem der Widerstand durch die Neigung einer geraden Linie (d. h. durch die Tangente des Winkels, welchen die Linie mit der Abscissenachse einschliesst) dargestellt wird, wurde kürzlich von Crova[1]) auf die Discussion von Experimenten angewendet, die sich auf den Grad der Constans der sogenannten „constanten" galvanischen Batterien bezogen. Ferner wurde ihre Anwendung auf einige weitere Probleme, wovon etliche nach anderer Methode behandelt in dieser Abhandlung vorkommen, noch später[2]) von dem gleichen Autor ausgeführt. Es ist desshalb nicht nöthig, hier weiter darauf einzugehen.

II.

Die Ordinaten stellen electromotorische Kräfte und die Abscissen Widerstände dar.

Dieses System war schon von Ohm[3]) gebraucht und seitdem häufig angewendet worden, jedoch fast ausschliesslich von practischen Electrikern.[4]) Die folgenden Beispiele mögen dazu dienen, seine Anwendung auf Fragen zu erläutern, womit galvanische Schliessungskreise verbunden sind, in welchen eine constante electromotorische Kraft sich befindet.

Es soll OA (Tafel XVIII Fig. 1) die electromotorische Kraft einer Batterie darstellen, OB den Widerstand der Batterie und BC den Widerstand des äusseren Schliessungskreises, der aus einfachen metallischen Leitern, in denen keine weitere electromotorische Kraft wirkt, bestehen soll, dann stellt die Neigung der geraden Linie AC oder die Tangente des Winkels ACO die Stromstärke dar. Ein Blick auf die

---

1) Comptes rendus, 6. April 1874. vol. LXXVIII. p. 965.

2) Journal de Physique. Sept. 1874. vol. III, p. 278.

3) Die Galvanische Kette mathematisch bearbeitet. 1827.

4) Siehe z. B. R. S. Culley, Handbook of Practical Telegraphy, 1874. pag. 352—55. Latimer Clark, Elementary Treatise on Electrical Measurements, 1868. G. K. Winter, On Earth-Currents, Journal of the Society of Telegraph-Engineers, vol. II, pag. 80—101 etc.

Digitized by Google

Figur macht ersichtlich, dass der stärkste Strom, den die gegebene Batterie erzeugen kann, erhalten wird, wenn man den äusseren Widerstand BC gleich Null macht und dass er dargestellt wird durch die Neigung der Linie AB oder durch tang ABO. Es ist also klar, dass wenn der äussere Widerstand um gleiche Werthe CC_1, C_1C_2 . . ., wovon jeder gleich BC ist, vermehrt wird, die Stromstärke, die durch die Neigung der Linie, die von A aus an die Puncte C, C_1, C_2 . . . gezogen werden, dargestellt ist, um immer kleinere Werthe für jede gleiche Zunahme des Widerstandes abnimmt und dass sie für irgend einen endlichen Werth des Widerstandes nicht verschwindend klein wird.

Wirkt eine electromotorische Kraft in dem ausserhalb der Batterie gelegenen Theile des Schliessungskreises, so kann ihre Wirkung auf die Stromstärke dargestellt werden, wenn man durch C eine zu OA parallele Linie C_1C_1' von einer der äusseren electromotorischen Kraft, proportionalen Länge zieht und zwar nach aufwärts, wenn die electromotorische Kraft entgegengesetzt gerichtet, nach abwärts, wenn sie gleichgerichtet ist, und wenn man schliesslich die gerade Linie AC, (Fig. 2) zieht. Ist c der Punct, wo diese Linie OC schneidet, so misst tang AcO die Stromstärke. Es kann demgemäss die Wirkung irgend einer electromotorischen Kraft durch ein Diagramm wie Fig. 1 dargestellt werden, wenn darin die Linie OA so genommen ist, dass sie nicht die electromotorische Kraft der Batterie, sondern die totale resultirende electromotorische Kraft im gesammten Schliessungskreise bezeichnet.

Wenn eine Linie von B aus parallel zu OA (Fig. 1) gezogen wird, so stellt die Länge BD, BD_1, BD_2 . ., die von der durch A gezogenen geraden Linie, deren Neigung die Stromstärke gibt, abgeschnitten wird, die Differenz des Potentials zwischen den Bestimmungsstücken der Batterie oder mit anderen Worten die electromotorische Kraft dar, welche dazu dient, einen Strom in dem äusseren Leiter zu unterhalten. Die Figur zeigt, dass dieselbe variirt zwischen einem Maximum ($= OA$, der totalen electromotorischen Kraft der Batterie), wenn der äussere Widerstand unendlich ist (der Contact unterbrochen), und einem Minimum ($= 0$), wenn der äussere Widerstand gleich Null wird. Sind zwei Werthe BD und BD_1 der nach aussen wirksamen electromotorischen Kraft, welche beziehungsweise zwei bekannten Werthen BC und BC_1 des äusseren Widerstandes entsprechen, bekannt, so ist klar, dass die electromotorische Kraft und der innere

Digitized by Google

Widerstand der Batterie gegeben sind, wenn man die geraden Linien CD und $C_1 D_1$ zieht, dieselben bis zum Puncte A verlängert und von A aus ein Perpendikel AO auf CB fällt; AO und OB stellen dann beziehungsweise die verlangten Werthe dar. Auf experimentalem Wege können die Werthe für BD und BD_1 durch directe Messung mit einem Electrometer gefunden werden, oder sie können aus der Relation $e' = cr'$ abgeleitet werden, wo e' die nach aussen wirksame electromotorische Kraft und c die Stromstärke ist, wie sie mittelst eines Galvanometers in einem Schliessungskreise von dem äusseren Widerstande $= r'$ gemessen wird.

Aus den obigen Relationen kann man leicht eine Construction ableiten, welche manchmal von practischem Nutzen sein kann, um den permanenten Widerstand und die electromotorische Kraft einer constanten Batterie aus zwei Ablenkungen eines Galvanometers zu finden, ohne dass man trigonometrische Tafeln anzuwenden hätte. Diese Construction erfordert eine geringe Modification, je nachdem das gebrauchte Instrument eine Tangentenbussole oder eine Sinusbussole ist; es geschieht dies in folgender Weise:

1) Für eine Tangentenbussole. — Die Batterie wird einfach durch eine Tangentenbussole geschlossen und die Ablenkung α der Magnetnadel beobachtet; sodann wird ein bekannter Widerstand r in den Schliessungskreis eingeschaltet und die Ablenkung wieder beobachtet, es sei dieselbe gleich α'. Die folgende Construction gibt dann die electromotorische Kraft der Batterie ($= e$) und den permanenten Widerstand des Schliessungskreises ($= r$).

Von einem Punste A in der geraden Linie OA (Fig. 3) ziehe man AP, indem man den Winkel $OAP = \alpha$ macht. Man verlängere OA bis A', indem man AA' proportional dem hinzugefügten Widerstande r' nimmt. Auf derselben Seite von OA, wo AP liegt, ziehe man von A' aus die Linie $A'P'$, indem man den Winkel $OA'P' = \alpha'$ macht. Da α' kleiner als α ist, so werden sich die beiden Geraden AP und $A'P'$ schneiden. Von dem Schnittpuncte Q aus ziehe man QO senkrecht auf OA. Dann stellt OA den permanenten Widerstand des Schliessungskreises und QO die electromotorische Kraft dar, wobei diejenige electromotorische Kraft als Einheit genommen ist, welche, wenn sie in einem Schliessungskreise vom Widerstande gleich Eins

Digitized by Google

wirkt, einen Strom erzeugen würde, durch den im besonderen, angewandten Galvanometer eine Ablenkung von 45° bewirkt würde.

2) Für eine Sinusbussole. — Es sei β die Ablenkung, wenn kein äusserer Widerstand vorhanden ist. und β' die Ablenkung, wenn ein Widerstand r' in den Schliessungskreis eingeschaltet wird. Man mache BB' (Fig. 4) proportional r', ferner die Winkel OBP und $OB'P'$ an der gleichen Seite von BB' beziehungsweise gleich β und β' und verlängere BP und $B'P'$ bis zum Schnittpuncte Q. Man ziehe QO so, dass es den Aussenwinkel BQP' halbire, wobei QO die verlängerte BB' im Puncte O schneide; dann stellt OB den permanenten Widerstand des Schliessungskreises dar, während der Radius des um den Mittelpunct O so gezogenen Kreises, dass er die Geraden BP und $B'P'$ berührt, die electromotorische Kraft misst, wobei als Maasseinheit diejenige electromotorische Kraft genommen ist, welche in einem Schliessungskreise vom Widerstande gleich Eins einen Strom gibt, der stark genug ist, um bei dem gebrauchten Galvanometer eine Ablenkung von 90° zu bewirken.[1])

Werden die angegebenen Constructionen für einige verschiedene Werthe des äusseren Widerstandes ausgeführt, so sieht man, dass bei einer ganz constanten Batterie die Linien, wenn sie in dem gleichen Maassstabe wie AP, $A'P'$ gezogen werden, für den Fall einer Tangentenbussole alle durch den gleichen Punct gehen, und dass für den Fall einer Sinusbussole alle in der gleichen Weise wie BP und $B'P'$ gezogenen Linien Tangenten an demselben Kreise werden.

Diese Constructionen sind so einfach und können so schnell mit hinreichender Genauigkeit gemacht werden, dass vermittelst derselben die Wirkung der Veränderung des Widerstandes eines Schliessungskreises oder der Anzahl oder Combination von Elementen einer Batterie einem Auditorium mit Hilfe von wirklichen Messungen während der Vorlesung dargelegt werden kann. Um jedoch das Verfahren noch schneller ausführen zu können, habe ich einen Apparat machen lassen,

1) Es mag der Mühe werth sein anzuführen, dass jedes beliebige Galvanometer als Sinusbussole gebraucht werden kann, auch wenn es nicht mit einer Theilung versehen ist, welche den Winkel, um den es gedreht wird, direct abzulesen gestattet. Es ist nur nöthig, nachdem das Instrument so gestellt, dass, wenn der Strom circulirt, der Nullpunct mit der Nadel zusammenfällt, den Strom zu unterbrechen; die Nadel schwingt dann vom Nullpunct weg und kehrt in den magnetischen Meridian zurück; der nun abgelesene Winkel ist, derjenige, um welchen das Galvanometer aus dem Meridian gedreht worden ist.

Digitized by Google

welcher „Galvanometrischer Schlitten-Maassstab“ genannt werden kann, womit, wenn zwei Ablenkungen eines Galvanometers entsprechend einer bekannten Widerstandsdifferenz beobachtet worden sind, der permanente Widerstand und die electromotorische Kraft einer Batterie im Verlaufe von wenigen Secunden bestimmt werden kann. Die allgemeine Einrichtung dieses Apparates ist aus Figur 5 ersichtlich, welche in $\frac{1}{10}$ der natürlichen Grösse gezeichnet ist. MN ist eine hölzerne Basis von 155 Centm. Länge, 15,2 Centm. Breite und 4,7 Centm. Dicke, welche oben durch die ganze Länge mit einer Rinne versehen ist, deren Form Figur 5a zeigt. An der verticalen Seite der Basis ist, wie dies die Figur zeigt, eine Scala von 150 Centm. Länge angebracht, welche in Millimeter getheilt und von einem Punct A als Nullpunct aus nach links (M) bis 50 und nach rechts (N) bis 100 beziffert ist. Genau über dem 0-Striche der Scala ist ein kleiner Messingstift, dessen Achse durch den Mittelpunct eines getheilten Quadranten von 12 Centim. Radius geht. Ein anderer, ähnlicher Quadrant A' mit einem Messingstifte im Centrum ist an einem Holzschlitten angebracht, welcher an der Oberfläche von MN verschoben werden und durch eine Schraube in jeder Lage zwischen A und N festgestellt werden kann. Ferner ist eine verticale Scala von 65 Centm. Länge, in Millimeter getheilt und von unten nach oben beziffert, an einem Schlitten C befestigt, welcher in jeder Lage zwischen M und A geklemmt werden kann. Die Flächen der verticalen Scala und der Quadranten A und A' fallen mit der Fläche der horizontalen Scala MN zusammen. Zwei dünne Seidenfäden, die durch kleine Gewichte gespannt sind, gehen über die Rollen P und P' und sind an den Stiften in den Mittelpuncten von A und A' befestigt. Die Rollen sind so aufgestellt, dass die Seidenfäden so nahe als möglich in derselben verticalen Ebene wie die Scalen MN und CQ liegen. Der Gebrauch des Apparates ist folgender: Die Rolle P wird gehoben oder gesenkt, bis der bei A befestigte Faden an dem zugehörigen Quadranten die an der Tangentenbussole abgelesene Ablenkung angibt für den Fall, dass kein äusserer Widerstand eingeschaltet war; der Schlitten, welcher den Quadranten A' trägt, wird dann nach rechts oder links bewegt, bis die Anzahl von Centimetern in der Distanz AA' die gleiche ist, wie die Anzahl von Widerstands-Einheiten (oder ein Vielfaches derselben), welche in den Schliessungskreis eingeschaltet wurden, ehe die weite Ablesung am Galvanometer gemacht wurde. Sodann wird die

Digitized by Google

Rolle P' so justirt, dass der über sie gehende Faden an dem Quadranten A' die Galvanometerablesung angibt, die erhalten wurde, nachdem der AA' entsprechende Widerstand eingeschaltet wurde. Endlich wird die verticale Scala so verschoben, bis die verticale Linie, die durch die Mitte der Theilstriche gezogen und nach abwärts bis zur horizontalen Scala bei O verlängert ist, genau hinter dem Puncte Q liegt, in welchem sich die Fäden AP und $A'P'$ kreuzen. Wir haben dann nur die horizontalen und verticalen Distanzen AO und OQ abzulesen, um den permanenten Widerstand und die electromotorische Kraft des Schliessungskreises zu erhalten.[1]) Soll der Apparat für den Gebrauch mit einer Sinusbussole abgeändert werden, so ist blos nöthig die verticale Scala OQ durch einen Quadranten zu ersetzen, der mit concentrischen Kreisen versehen ist, deren Radien von einem Kreise zum anderen um 1 Millimeter zunehmen.

Die folgenden ergänzenden Beispiele sollen nach der gleichen Behandlungsweise in Verbindung mit verwandten Problemen gegeben werden.

Wärme-Entwickelung in einem Galvanischen Schliessungskreise. — Ziehe OC (Fig. 6) horizontal, um den Widerstand des Schliessungskreises, und OA vertical, um die electromotorische Kraft darzustellen; von A aus ziehe AC und dann AD senkrecht auf AC, so stellt OD die in dem Schliessungskreise in der Zeiteinheit erzeugte Wärme dar. Es ist leicht zu verstehen, dass OA nicht nothwendig die electromotorische Kraft der Batterie bezeichnet, sondern die resultirende electromotorische Kraft des ganzen Schliessungskreises d. h. die algebraische Summe aller electromotorischen Kräfte, welche in ihm irgendwo wirksam sind. Bezeichnet OB den Widerstand der Batterie und BC den übrig bleibenden Widerstand des Schliessungskreises und wird BA' vertical, $A'EF$ horizontal und $A'D'$ senkrecht auf AC gezogen, so wird EF die in der Batterie und BD' die im äusseren Schliessungskreise erzeugte Wärme geben.

Stärke der Ströme in den verschiedenen Zweigen eines getheilten Schliessungskreises. — Für die Betrachtung dieses Problemes ist es vor Allem nöthig, eine Methode zu haben, um geometrisch den combinirten Widerstand von zwei oder

1) Der Quadrant A kann bei Seite geschoben werden; es wird dann die verticale Scala genau auf den Nullpunct der horizontalen Scala eingestellt, wenn kleine Batterie-Widerstände gemessen werden sollen.

Digitized by Google

mehreren Leitern, die zu einem vielfachen Bogen verbunden sind, darzustellen. In derselben geraden Linie (Fig. 7) sollen AB und BC die Widerstände von zwei gesondert angenommenen Leitern darstellen. Man zieht AB' gleich AB und senkrecht auf AB, verbinde B' mit C und ziehe durch B eine Parallele zu AB', die $B'C$ in L schneide, dann stellt BL den combinirten Widerstand der beiden Leiter dar. Es stellen ferner AB, BC und CD (Fig. 8) die gesonderten Widerstände von drei zu einem vielfachen Bogen verbundenen Leitern dar. Macht man die vorige Construction, so stellt BL den Widerstand AB und BC im vielfachen Bogen dar. Man ziehe LM' parallel zu $ABCD$, mache $CM = BL$, ziehe MM' senkrecht auf BC, verbinde $M'D$ und ziehe CN senkrecht auf CD. Dann stellt CN den Gesammtwiderstand der drei zu einem vielfachen Bogen verbundenen Leiter dar.

Betrachten wir nur ein System von Leitern, wie es in Fig. 9 angegeben ist, wo zwei Puncte P und Q durch drei Leiter verbunden sind, deren Widerstände beziehungsweise r, r_1 und r_2 sein mögen; eine Batterie von der electromotorischen Kraft e sei in den ersten Leiter eingeschaltet. Die Stärke der Ströme und die Vertheilung des Potentials in den verschiedenen Theilen dieses Systems kann in folgender Weise dargestellt werden. Es soll OA (Fig. 10) r darstellen. Von O aus ziehe man OB und OC nach entgegengesetzten Richtungen senkrecht auf OA, mache CC' gleich OC und senkrecht darauf, ziehe BC' und sei der erzeugte Schnittpunct mit AO in D erzeugt; dann stellt OD den verbundenen Widerstand von r_1 und r_2 dar. Man ziehe AE senkrecht auf AO um die electromotorische Kraft e darzustellen und verbinde ED. Dann stellt tang $\measuredangle ADE$ die Stärke des Stromes in der Batterie und die Summe der Ströme in den beiden parallelen Zweigen dar. Diese können auf folgende Weise gesondert erhalten werden. Der Durchschnittspunct von ED und OB werde mit F bezeichnet, dann stellt OF die Differenz der Potentiale zwischen den Puncten P und Q oder die electromotorische Kraft dar, welche in den zwei Leitern vom Widerstande r_1 und r_2 wirksam ist. In OA mache man $OF' = OF$ und ziehe $F'B$ und $F'C$, dann stellen tang $\measuredangle OBF'$ und tang $\measuredangle OCF'$ die Stärke der Ströme in den Leitern dar, deren Widerstände durch OB und OC dargestellt wurden.

Es sollen nun zwei der Leiter, die bei P und Q mit einander verbunden sind, galvanische Batterien enthalten und wie vorher soll

Digitized by Google

der Widerstand des Leiters, der die eine Batterie enthält, gleich r, der Widerstand des Leiters, der die andere Batterie enthält, gleich r_1 sein; die electromotorischen Kräfte seien beziehungsweise e und e_1. Sind die Batterien so verbunden, dass beide streben das Potential bei P von dem bei Q in dem gleichen Sinne verschieden zu machen, so haben wir eine Anordnung, von der ein specieller Fall durch Poggendorff's Compensationsmethode für die Vergleichung von electromotorischen Kräften gegeben ist. Um einen geometrischen Ausdruck für die Stromstärken in den verschiedenen Theilen des Schliessungskreises im allgemeinen Falle (d. h. ohne anzunehmen, dass Compensation in einem Zweige stattfindet) zu erhalten, kann man auf folgende Weise verfahren. — In derselben geraden Linie (Fig. 11) stellen OA und OB die Widerstände r und r_1 der zwei Zweige einschlüssig der Batterien und OC senkrecht auf AB den Widerstand r_2 des dritten Zweiges dar. In der verlängerten CO mache $OA_1 = OA$ und $OB_1 = OB$, ziehe dann A_1A_2 gleich und parallel zu OA und B_1B_2 gleich und parallel zu OB, verbinde A_2C und B_2C. Es schneide A_2C die OA in N und B_2C die OB in M. Von A aus ziehe AE senkrecht auf AO, um die electromotorische Kraft e darzustellen, und ziehe EM, das OC in E' schneidet; in ähnlicher Weise ziehe von B aus BF[1]), um die electromotorische Kraft e_1 darzustellen, ziehe FN, das die verlängerte CO in F, schneidet. Dann stellt $F'E' = F'O + OE$ die electromotorische Kraft dar, welche in dem Leiter vom Widerstande r_2 — dargestellt durch OC — wirksam ist und $AE - F'E'$ und $FB - F'E'$ stellen die electromotorischen Kräfte dar, welche beziehungsweise in den Zweigen von den Widerständen r und r_1 wirksam sind.

III.

Die Ordinaten stellen Stromstärken und die Abscissen Widerstände dar.

Bei diesem Coordinatensystem wird die electromotorische Kraft durch den Flächeninhalt eines Rechteckes dargestellt. Wenn eine gegebene Batterie einen Strom, dessen Stärke durch die Ordinate Mm des Punctes M (Fig. 12) dargestellt ist, in einem Schliessungskreise

1) BF muss in entgegengesetzter Richtung wie AE gezogen werden, wenn — wie dies oben angenommen wurde — die Batterien so verbunden sind, dass die Differenz der Potentiale zwischen den Puncten P und Q zu jeder Batterie gesondert gehörig von dem gleichen Zeichen ist.

Digitized by Google

erzeugt, dessen Widerstand durch die Abscisse Om des gleichen Punctes dargestellt ist, so muss also die electromotorische Kraft proportional dem Flächeninhalte des Rechteckes OM sein. Ist die Batterie constant, so werden die Ströme, deren Stärke durch die Ordinaten M_1m_1, M_2m_2, .. dargestellt sind und den durch die Abscissen Om_1, Om_2 ... bezeichneten Widerständen entsprechen, derart ausfallen, dass die Flächeninhalte der Rechtecke OM, OM_1, OM_2 ... alle gleich sind. Hiernach wird die characteristische Eigenthümlichkeit der Batterie durch die Curve ausgedrückt, welche der geometrische Ort der Puncte M, M_1 ... ist — d. h. durch eine rechtwinkelige Hyperbel, deren Asymptoten die Achsen für den Strom gleich Null und den Widerstand gleich Null sind. Ist die characteristische Hyperbel einer gegebenen Batterie verzeichnet, so ist es selbstverständlich leicht, durch Abmessung der Coordinaten zu bestimmen, welcher Strom bei einem gegebenen Widerstande circulirt, oder umgekehrt zu ermitteln, wie gross der Widerstand im Schliessungskreise sein muss, damit der Strom eine bestimmte Stärke erhalte; die Schwierigkeit eine Hyperbel mit grosser Genauigkeit zu zeichnen, vermindert jedoch die practische Anwendbarkeit dieser Berechnungsmethode. Sind irgend wie die Asymptoten fixirt, so ist jede Hyperbel vollständig bestimmt, wenn ein Punct derselben gegeben ist. Wenn in gleicher Weise die entsprechenden Werthe der Stromstärke und des Widerstandes in irgend einem Falle für eine Batterie gegeben sind, so ist jeder in irgend einem anderen Falle bestimmt, wenn der Werth des anderen gegeben ist. Es ist also nicht nöthig, die Hyperbel wirklich zu zeichnen; ist ein Punct bezeichnet, so können alle anderen Puncte den gegebenen Aufgaben entsprechend leicht gefunden werden.

Es sollen z. B. die Coordinaten des Punctes M (Fig. 13) bezogen auf die Achsen OX und OY, beziehungsweise den Widerstand eines Leiters und die Stärke des Stromes darstellen, der in ihm von einer gegebenen electromotorischen Kraft erzeugt wird, gefunden soll werden die Stärke der Ströme, welche die gleiche electromotorische Kraft in Leitern erzeugt, deren Widerstände beziehungsweise durch die Abscissen Om_1 und Om_2 dargestellt werden. Durch M ziehe eine Linie MPQ parallel zu OX und durch m_1 und m_2 ziehe m_1P und m_2Q parallel zu OY; verbinde O mit P und O mit Q durch Gerade und seien p und q die Puncte, in welchen OP und OQ beziehungsweise Mm schneiden; dann werden mp und mq die geforderten Stromstärken

Digitized by Google

darstellen. Werden Linien parallel zu OX durch p, so dass sie $m_1 P$ in M_1, und durch q, so dass sie $m_2 Q$ und M_2 schneiden, gezogen, so werden M_1 und M_2 Puncte sein, deren Coordinaten, gleich denen von M, zusammengehörige Werthe des Widerstandes und der Stromstärke darstellen. Die Puncte M, M_1 und M_2 liegen also auf der gleichen rechtwinkeligen Hyperbel.

In ähnlicher Weise könnten wir mehrere Probleme von der Art der vorstehend discutirten mit Hilfe der Construction behandeln, welche zur Unterscheidung die Ohm'sche genannt werden kann; aber weil die Constructionen, die sich aus der Wahl des Widerstandes und der Stromstärke als Coordinaten ergeben, gewöhnlich eher schwieriger als die soeben gegebenen sind, und da ich nicht auf einige Fälle gekommen bin, in welchen sie entschieden deutlicher erschienen, so will ich nur zwei ergänzende Beispiele geben.

Es soll der permanente Widerstand und die electromotorische Kraft einer Batterie gefunden werden aus Beobachtungen der Intensitäten zweier Ströme entsprechend Widerständen, die um einen gegebenen Werth verschieden sind. Es stelle mM (Fig. 14) die Stromstärke dar, während der Widerstand des Schliessungskreises einen unbekannten Werth hat, der durch die (unbekannte) Abscisse Om dargestellt ist; nN drücke die Stromstärke aus, während der Widerstand um einen bekannten, mit mn bezeichneten Werth zugenommen hat. Durch M und N ziehe man gerade Linien parallel zu mn; N_1 und M_1 seien die Puncte, in welchen diese Linien beziehungsweise die verlängerte nN und mM schneiden. Man ziehe die Gerade N, und M, und verlängere sie bis zum Durchschnitte O mit mn. Dann stellt Om den Originalwiderstand des Schliessungsbogens dar und das Rechteck an der Basis Om mit der Höhe mM oder das Rechteck an der Basis On mit der Höhe nN stellen die electromotorische Kraft dar.

Die in der Zeiteinheit von einem constanten Strome von gegebener Stärke, der durch einen Leiter von gegebenem Widerstande hindurchgeht, erzeugte Wärme kann durch das Volumen eines rechtwinkeligen Prismas dargestellt werden, in welchem zwei Dimensionen die Stromstärke, die dritte den Widerstand darstellen. Für den Fall einer Batterie von constanter electromotorischer Kraft kann die Relation zwischen dem Widerstande im Schliessungskreise und der in der Zeiteinheit erzeugten Wärme

Digitized by Google

allgemein in folgender Weise augedrückt werden. — Man errichte drei rechtwinkelige Achsen OX, OY und OZ (Fig. 15); auf OX trage man OK so auf, dass es den Widerstand darstellt und auf OY trage man OM so auf, dass der Flächeninhalt des Rechteckes KM die electromotorische Kraft, und also OM die Stromstärke darstellt. In ähnlicher Weise trage man ON auf OZ so ab, dass es die Stromstärke darstellt. Dann ist die in der Zeiteinheit erzeugte Wärme proportional dem Inhalte des rechtwinkeligen Parallelopipeds OP, das über den Linien OK, OM und ON errichtet wurde. Der Ort von P ist der Schnitt zweier gleicher und ähnlicher hyperbolischer Cylinder, deren Gleichungen beziehungsweise $xy = \text{constans} =$ electromotorische Kraft und $xz = \text{constans} =$ electromotorische Kraft sind; er ist selbst eine rechtwinkelige Hyperbel in der Ebene von OX und OQ und hat diese Linien zu Asymptoten. Stellen OK' den inneren Widerstand der Batterie und KK' den äusseren Widerstand dar, so wird die in der Batterie erzeugte Wärme durch das Parallelopiped OP' und die im äusseren Schliessungskreise erzeugte Wärme durch das Parallelopiped $K'P$ dargestellt.

Digitized by Google

Beschreibung eines 10¼ zölligen mit Glas-Silberspiegel versehenen Aequatoreals, ausgeführt für die O-Gyallaer Sternwarte in den Werkstätten des Herrn John Browning in London.

Von

Dr. Nicolaus von Konkoly.

Das Fernrohr ist ein Newton'scher Reflector mit einem parabolischen, nach Liebig's Methode versilberten Glasspiegel, dessen freie Oeffnung 10¼ Zoll bei einer Brennweite von 6,5 Fuss beträgt. Der Spiegel sitzt am unteren Ende des Fernrohres auf einer polirten Eisenplatte, die durch 3 Paare Schrauben, nämlich 3 Zug- und 3 Druckschrauben befestigt ist; die 3 Paare Schrauben dienen zum Centriren des Spiegels.

Das Rohr ist aus Bessemer Stahlblech verfertigt und mit 4 gusseisernen Ringen der grösseren Steifheit wegen versehen, wovon die 2 mittleren sich in anderen, ebenfalls gusseisernen Ringen sammt dem Rohre um dessen Achse drehen lassen; letztere sind mit der Declinationsachse fest verbunden. Am oberen Ende des Rohres befindet sich der kleine ovale Diagonalspiegel, der die vom Objectiv-Spiegel reflectirten Lichtstrahlen zum Auge des Beobachters, respective dem Oculare zurückwirft. Dieser kleine Spiegel, der nur so gross ist, dass er blos den Lichtkegel, der vom Objectivspiegel kommt, aufzunehmen im Stande ist, wird durch ein sinnreiches Gestelle festgehalten. Drei Uhrfedern sind gegen das Centrum convergirend 120° von einander im Rohre festgemacht; sie enden in der Mitte in ein dreieckiges Messingstück, auf dem die Fassung des Spiegelchens aufsitzt; an den Enden verlaufen sie in Schrauben, deren Muttern auswendig am Rohre sitzen und mit denen man wieder den Diagonalspiegel centriren kann. In der Mitte des erwähnten Dreieckes ist ein rundes Loch, durch das man die eigentliche Fassung mit einer langen, gut handlichen Schraube festziehen kann; daneben befindet sich eine Zug- und Druckschraube,

Digitized by Google

um dem Spiegel genau die Neigung von 45 Graden geben zu können. Sowohl der grosse als der kleine Spiegel sind mit separaten Deckeln versehen, um selbe vor Staub und Nässe zu schützen. Die oben erwähnte Vorrichtung, das Fernrohr um seine Achse drehen zu können, dient dazu, dass der Beobachter das Ocular immer in eine horizontale Lage bringen kann; dieser Vortheil für den Beobachter ist keineswegs gering zu schätzen.

Was die Aufstellung des Instrumentes anbelangt, so ist dieselbe sehr solide ausgeführt. Die Grundplatte, auf welcher die zwei Gestelle, welche das obere Lager der Stundenachse bilden, mit acht Schrauben verboltzt sind, besteht aus Gusseisen, ist an der unteren Seite gegen Durchbiegung durch Rippen geschützt und auf drei aus Kanonenmetall gefertigte Schrauben gestellt, welche es ermöglichen die Platte und mit dieser das Instrument horizontal zu stellen. Diese drei Schrauben ruhen eine jede in viereckigen schmiedeisernen Rahmen, welche am Fundament-Steine aufsitzen; in diesem sind ein beweglicher gusseiserner Klotz mit je zwei Kanonenmetallschrauben diametral zu verschieben, um damit die Azimuthal-Correction bewirken zu können.

Am oberen Ende der beiden Ständer ruht ein mit diesen verboltzter Kreis aus Gusseisen, dessen Mittelpunct das Centrum der Stundenachse bildet. Genau über diesem Kreise ist der verstellbare Stundenkreis mit Silbertheilung versehen, von einem Durchmesser von 12″. Er lässt direct 5 Secunden in Zeit ablesen. Das verstellbare System ist von Sir Airy erdacht worden und hat den Zweck einen Stern ohne Rechnung in gerader Aufsteigung einzustellen. Der Kreis hat zwei Nonien; der eine ist fest (am Ständer), der andere geht mit der Achse mit. Man hat am ersten die Sternzeit, am letzteren die Rectascension des Sternes einzustellen. Beide Nonien sind mit Lupen versehen. Das untere Ende der Stundenachse, welche aus Gussstahl gefertigt und glashart ist, ruht auf einem separaten Ständer, welcher oben ein Lager für die Stundenachse, unten eine glasharte flache Stellschraube trägt. Oberhalb dieses Ständers befindet sich eine 15 Zoll im Durchmesser haltende Kreisscheibe aus Kanonenmetall, in deren Stirn ein endloser Schraubengang eingeschnitten ist, in welchen das stählerne Gewinde einer Schraube ohne Ende eingreift, die nach Belieben mit einem Schlüssel oder durch das Uhrwerk gedreht werden kann. Diese Schraube wird durch eine starke Feder in das Zahnrad gedrückt; das Ein- und Ausschalten des Schlüssels, respective Uhrwerkes,

Digitized by Google

wird durch eine der drei Klemmschrauben bewerkstelligt, welche das an der Achse lose sitzende Zahnrad festklemmen oder lösen. Dies Alles kann mit einem Huyghens'schen Schlüssel vom Ocular aus bewerkstelligt werden. Oberhalb des Stundenkreises sind auf einer starken Platte die beiden Lager für die gleichfalls aus Stahl gefertigte Declinationsachse befestigt. Die Declinationsachse trägt am einen Ende das Fernrohr, respective dessen Wiege, an dem entgegengesetzten Ende den Declinationskreis sammt der feinen Bewegung und dem zwei Centner schweren Gegengewichte.

Der Declinationskreis ist aus Gusseisen und hat 14 Zoll im Durchmesser. Er ist von einem Messingring umzogen, welcher die auf Silber ausgeführte Stirntheilung trägt; dieser Einstellungskreis lässt Minuten ablesen. Ebenfalls am Declinationskreise ist ein messingener Ring aufgeschraubt, der mit einem auf der Stirn eingeschnittenen Gewinde versehen ist. In diesen greift eine endlose Schraube aus Stahl ein, welche die feine Bewegung effectuirt. Man kann diese ein- und auslegen und mit einer grossen Kopfschraube festklemmen. Die feine Einstellung in Declination, sowie sämmtliche Bewegungen des Instrumentes lassen sich mit Schlüsseln und Schnüren vom Ocularende aus bewerkstelligen.

Was das Uhrwerk betrifft, so ist dasselbe so gut construirt, dass man mit Recht sagen kann, es spielt nur mit der doch immer beträchtlichen Masse, welche es zu treiben hat. (Gewicht der beweglichen Theile 596 Pfund.) Es wird durch ein 100 Pfund schweres Gewicht getrieben, welches an einem stählernen Drahtseil aufgehängt im Innern des Pfeilers niedergeht und so Niemanden im Wege steht. Das ganze Uhrwerk ist zwischen die zwei verticalen Ständer gesetzt, so dass es vor jeder Berührung des Beobachters geschützt ist. Als Regulator dienen zwei Watt'sche Kugeln, welche bei ihrem Divergiren oben auf zwei stählerne, empfindliche Federn mit einer Kanonenmetallfläche wirken und einen sehr gleichförmigen Gang hervorbringen. Ich habe im Juni vorigen Jahres den Cometen Coggia spectroskopisch beobachtet, habe ihn noch in der Dämmerung eingestellt, bin zum Abendessen gerufen worden und vergass das Uhrwerk zu arretiren. Nach meiner Rückkehr in die Sternwarte fand ich etwa 45 Minuten später das Spectrum des Cometen noch sehr schön im Gesichtsfelde des Spectroskopes. Das Uhrwerk geht drei Stunden einige Minuten; ich habe öfters schon einen Fixstern $1^h\ 31^m$ im Faden erhalten. (In der Nähe

Digitized by Google

des Meridianes, wo die Refraction ziemlich constant bleibt.) Es ist bemerkenswerth, dass wenn ich ein Spectroskop von grösseren Dimensionen oder ein Zöllner'sches Photometer anschraube, das Instrument seine Balancirung beinahe gar nicht verliert. Ich brauche weder am grossen Gegengewichte noch an der empfindlichen Schraube des Regulators etwas zu ändern, es mögen die genannten Instrumente angefügt sein oder nicht.

Beigegeben sind elf Oculare, inbegriffen die drei des Positionsmicrometers; ihre Vergrösserung ist folgende:

1)	Durchgangsocular mit 5 Silber-Fäden . . .	35	Mal
2)	Cometenocular mit 40′ Sehfeld	77	„
3)	Ramsden'sches Ocular mit Stahlringmicrometer .	120	„
4)	Huyghens'sches Ocular	180	„
5)	Ramsden'sches Ocular (Positions-Micrometer) .	266	„
6)	dto.	380	„
7)	Huyghens'sches Ocular	500	„
8)	Ramsden'sches Ocular (Im Pos. Micrometer) .	555	„
9)	Huyghens'sches Ocular	700	„
10)	Ramsden'sches Ocular	800	„
11)	dto.	950	„

Ferner sind noch dazu gekommen ein

a)	Durchgangs-Ocular 5 Fäden	80	Mal	Vergr.
b)	Mappirungs-Ocular mit Glastheilung	196	„	„
c)	Achromatisches einlinsiges Ocular	77	„	„

Das Positionsmicrometer ist auf das Sorgfältigste gearbeitet. Die Theilung ist auf Platin gezogen, der 3zöllige Kreis lässt durch 2 diametrale Nonien 1′ ablesen. Ich habe die Excentricität auf's Genaueste untersucht, fand sie aber so gering, dass sie innerhalb der Grenzen der Angabe des Kreises fällt, weshalb es überflüssig ist, davon weiter zu reden.

Um die Sonne zu beobachten hat Hr. Browning sein patentirtes „Solar Eyepiece" beigegeben. Diese Vorrichtung besteht aus zwei Prismen, die an der ersten Oberfläche das Licht reflectiren und einen Theil davon polarisirt rückwärts hinaussenden. Mit dieser Vorrichtung kann man die Sonnenflecken stundenlang beobachten, ohne dass das Blendglas dadurch leidet. Was die Formänderung des Spiegels anbetrifft, so habe ich sie bei verschiedenen Temperaturen auf's Genaueste untersucht und gefunden, dass diese Aenderung bedeutend innerhalb

Digitized by Google

der Grenzen der Beobachtungsfehler liegt; mit diesem Umstand ist es also auch nicht so arg wie die neuen Reflectoren bei uns noch immer auf Rechnung der alten mangelhaften Instrumente verschrieen sind. Was die Dauerhaftigkeit der Versilberung anbelangt, so kann ich davon bis jetzt noch sehr wenig sagen. Ich habe jedoch auf meinen Reisen in England Glassilberspiegel gesehen, von denen behauptet wurde, sie seien 7 Jahre alt. Im October vorigen Jahres zeigte mir Hr. Wolf auf der Pariser Sternwarte einen Martin'schen Spiegel, der in einem schlechten Lokale 5 Jahre stand und seine Politur noch vollkommen gut erhalten hat.

Am oberen Ende des Fernrohres ist ein Sucher von 2″ Oeffnung und 26″ Brennweite angebracht; in demselben sind drei Silberfäden in Form eines Dreieckes ausgespannt.

Am unteren Ende habe ich für verschiedene Beobachtungen, bei denen es sich um ein sehr grosses Gesichtsfeld handelt, einen Steinheil'schen Cometensucher von 27‴ Oeffnung und 27″ Brennweite anbringen lassen, der für photometrische Beobachtungen vortrefflich zu sein scheint. Auf diese Weise können zwei Beobachter an einem und demselben Instrumente arbeiten und den gleichen Stern spectroskopisch und photometrisch untersuchen.

Was die optische Leistung des Instrumentes anbetrifft, so kann ich, da ich die grösseren europäischen Achromaten beinahe alle kenne, ganz unbefangen sagen, dass ich kaum glaube, dass ein Achromat von derselben Oeffnung die gleiche Lichtstärke und überhaupt Leistungsfähigkeit habe wie dieser Spiegel. Natürlich fallen hier sämmtliche vom Mangel des Achromatismus herrührenden Farben weg; man mag das Bild am Rande oder in der Mitte des Sehfeldes einstellen, es bleibt gleich scharf definirt.

O-Gyalla. Sternwarte, Juli 1875.

Dr. Nicolaus von Konkoly.

Digitized by Google

Ueber die Beziehung zwischen Druck, Volumen und Temperatur bei Gasen.

Von

Moriz Kuhn.

(Aus dem Jahresberichte der Staats-Realschule am Schottenfelde in Wien vom Herrn Verfasser freundlichst eingesandt.)

I.

Die in der Erfahrung begründete Unterscheidung des Spannungs- und Ausdehnungscoefficienten führt auf die Unhaltbarkeit des combinirten Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetzes.

Die Abhängigkeit der den Zustand eines Gases bestimmenden Grössen: des Druckes p, des Volumens v, und der Temperatur t, fand bis gegenwärtig ihren Ausdruck in dem Mariotte'schen[1]) und Gay-Lussac'schen Gesetze, und zwar galt für gleichbleibendes Volumen die Formel:

$$p : p' = (1 + \alpha t) : (1 + \alpha t') \qquad 1)$$

für unveränderten Druck:

$$v : v' = (1 + \alpha t) : (1 + \alpha t') \qquad 2)$$

und endlich für constante Temperatur:

$$p : p' = v' : v \qquad 3)$$

Unter α sei der sogenannte Ausdehnungscoefficient verstanden.

Obwohl diese drei Proportionen nicht unmittelbar mit einander vereinigt werden dürfen, da sie blos unter Bedingungen Anwendung finden, wovon je eine die beiden andern ausschliesst, so ist doch leicht zu erkennen, dass jede dieser Formeln in der richtigen Zusammenfassung der beiden andern bereits enthalten ist. Jede solche Verbindung liefert nämlich zwischen den zusammengehörigen Grössen p, v, t und p', v', t' eines und desselben Gasquantums immer die allgemeinere Relation:

1) Der Satz, welcher aussagt, dass die permanenten wie auch die coercibeln Gase, letztere so lange sie noch genügend weit von ihrem Condensationspuncte entfernt sind, das Volumen, unter sonst gleichen Umständen, im umgekehrten Verhältnisse des äusseren Druckes ändern, wird zufolge neuerer Nachweise öfters auch das Boyle'sche oder auch Townley'che Gesetze genannt; hier soll jedoch die obige, immer noch üblichere Bezeichnung gebraucht werden.

Digitized by Google

$$pv : p'v' = (1 + \alpha t) : (1 + \alpha t') \qquad 4)$$

oder:

$$\frac{pv}{1 + \alpha t} = \frac{p'v'}{1 + \alpha t'} = \text{Const.} \qquad 5)$$

Diese letzte Beziehung, welche gewöhnlich der Ausdruck für das vereinigte Mariotte-Gay-Lussac'sche Gesetz genannt wird, beherrscht bis heute, wenngleich nicht ganz unangefochten, doch noch immer alle theoretischen Untersuchungen über die Gase. Man beachtete jedoch viel zu wenig, dass sie nur dann vollkommen giltig sein kann, wenn auch alle Bedingungen, welche bei ihrer Ableitung vorausgesetzt wurden, erfüllt werden. Eine solche Bedingung ist die Annahme der absoluten Gleichheit des sogenannten Ausdehnungscoefficienten α im 1. Falle, also bei constantem Volumen mit jenem im 2. Falle, also bei constantem Druck. Die hierauf bezüglichen Untersuchungen, namentlich jene von Regnault[1]) haben aber im Gegentheile dargethan, dass der Coefficient für die Druckänderung bei constantem Volumen, welcher im Folgenden Spannungscoefficient genannt werden soll, einen merklich anderen Werth besitzt, als jener der Volumsänderung bei constantem Druck, welchem die Bezeichnung Ausdehnungscoefficient in eigentlicher Bedeutung zufällt. Es ist auch im Voraus und ohne besondere Annahme theoretisch durchaus nicht einleuchtend, warum diese beiden, in ihrer Bedeutung wesentlich verschiedenen Grössen gleich sein sollen.

Die nachstehende Tabelle enthält eine Zusammenstellung beider Coefficienten nach den Bestimmungen Regnault's.[2]) Zur besseren Unterscheidung mögen dieselben beziehungsweise mit α_s und α_a bezeichnet werden.

Name des Gases	Spannungscoefficient $\alpha_s =$	Ausdehnungscoefficient $\alpha_a =$
Wasserstoff	0·003667	0·003661
Atmosphärische Luft	3665	3670
Stickstoff	3668	3671
Kohlenoxyd	3667	3669
Kohlensäure	3688	3710
Stickstoffoxydul	3676	3719
Schweflige Säure	3845	3903
Cyangas	3829	3877

1) Regnault. Relation des expériences etc. Premier mémoire. Mémoires de l'académie. T. XXI.

2) A. a. O., S. 91.

Digitized by Google

Der Ausdehnungscoefficient für Stickstoff wurde von Regnault nicht ermittelt, wesshalb hier zum Behufe späterer Vergleichung vorläufig ein von Schröder van der Kolk[1]) auf theoretischem Wege gefundener Werth eingestellt wurde.

Führt man diese Resultate der Beobachtung in die Formeln 1) und 2) ein, so wird:

$$p:p' = (1 + \alpha_s t):(1 + \alpha_s t') \qquad 6)$$

$$v:v' = (1 + \alpha_a t):(1 + \alpha_a t') \qquad 7)$$

während die dritte Proportion:

$$p:p' = v':v \qquad 8)$$

hierdurch noch unbeeinflusst bleibt. Die richtige Verbindung der drei letzten Relationen kann aber jetzt nicht mehr zu identischen Ausdrücken führen; man erhält nämlich: aus 6) und 8):

$$pv:p'v' = (1 + \alpha_s t):(1 + \alpha_s t') \qquad 9)$$

aus 7) und 8):

$$pv:p'v' = (1 + \alpha_a t):(1 + \alpha_a t') \qquad 10)$$

aus 6) und 7):

$$pv:p'v' = \frac{1 + \alpha_a t}{1 + \alpha_a \tau} : \frac{1 + \alpha_s t}{1 + \alpha_s \tau} \qquad 11)$$

oder:

$$pv:p'v' = \frac{1 + \alpha_s t}{1 + \alpha_s \tau'} : \frac{1 + \alpha_a t'}{1 + \alpha_a \tau'} \qquad 12)$$

je nachdem man bei der letzten Vereinigung die Temperatur τ welche zu p und v' oder jene τ', welche zu p' und v gehört in die Rechnung einführt. Der Widerspruch in den Resultaten 9) und 10) deutet darauf hin, dass die gleichzeitige Annahme des Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetzes eine Verschiedenheit der beiden Coefficienten α_s und α_a ausschliesst. Aus den beiden Proportionen 11) und 12), und zwar aus jeder derselben, ist ersichtlich, dass das Mariotte'sche Gesetz neben der Anwendbarkeit der Gay-Lussac'schen Formel, als Spannungs- und Ausdehnungsgesetz, jedoch bei gleichzeitiger Annahme zweier verschiedener Coefficienten, nicht bestehen kann. Alle vier Resultate fallen aber, wie man leicht überblickt, wieder in eines zusammen, sobald man voraussetzen darf, es sei:

$$\alpha_s = \alpha_a = \alpha$$

1) Schröder. Ueber die Abweichung der wirklichen Gase vom Mariotte'schen Gesetze. Pogg. Ann. CXVI, S. 429.

Digitized by Google

man gelangt sodann wieder auf die Gleichung 5):

$$\frac{pv}{1 + \alpha t} = \frac{p'v'}{1 + \alpha t'}.$$

Das Ergebniss der vorhergehenden Prüfung kann um so weniger überraschen, als es eine längst bekannte Thatsache ist, dass Luftthermometer mit constantem Volumen stets andere Temperaturangaben liefern, als Luftthermometer mit constantem Druck, und dass namentlich das Mariotte'sche Gesetz sich bei keinem der bekannten Gase bestätigt. Man hat auch bereits die verschiedenartigsten Wege eingeschlagen, um besser mit der Erfahrung übereinstimmende Formeln abzuleiten; fast in allen Fällen ging man jedoch von dem Grundgedanken aus, die beiden Fundamentalsätze über die Gase wenigstens ihrer Form nach zu erhalten und beschränkte sich grösstentheils darauf, blos Correctionen an der Grundformel anzubringen; man sah sich genöthigt den Begriff des ideellen Gases aufzustellen, d. i. eines solchen, welches das Mariotte'sche Gesetz befolgt, eine Eigenschaft, die indess keiner der bekannten Luftarten auch nur zufällig bei allen Wärmegraden zukömmt, weshalb man die letzteren kurz wirkliche Gase nannte. Hierdurch verloren aber die Mariotte'sche und Gay-Lussac'sche Formel die Bedeutung, der Ausdruck eines Naturgesetzes zu sein und wurden zu Näherungsformeln.

Im Folgenden soll nun zunächst die Unvereinbarkeit der beiden Gesetze mit der von Regnault constatirten Thatsache der Verschiedenheit des Spannungs- und Ausdehnungscoefficienten mit noch viel grösserer Evidenz dargethan werden, und zwar durch eine Methode, welche gleichzeitig den Versuch ermöglicht, eine der Erfahrung viel mehr anpassende Beziehung zwischen p, v und t in geschlossener Form herzustellen.

Nimmt man an, es könne diese Beziehung zwischen den Bestimmungsstücken des Zustandes eines Gases dargestellt werden durch eine einzige Funktion:

$$t = f(p, v) \qquad 13)$$

dann muss:

$$dt = \left(\frac{dt}{dp}\right) dp + \left(\frac{dt}{dv}\right) dv \qquad 14)$$

Soll nun den Forderungen in 6) und 7) gleichzeitig entsprochen werden, so kann man setzen:
bei constantem Volumen v:

Digitized by Google

$$\frac{p}{1 + \alpha_s t} = \frac{p'}{1 + \alpha_s t'}$$

und bei constantem Druck p:

$$\frac{v}{1 + \alpha_a t} = \frac{v'}{1 + \alpha_a t'},$$

wobei $\frac{p'}{1 + \alpha_s t'}$ als reine Funktion von v und $\frac{v'}{1 + \alpha_a t'}$ als eine solche von p zu betrachten ist, welche im Sinne der gestellten Forderung als willkürliche Constanten C_v und C_p aufzufassen sind. Es ist also:

$$\frac{p}{1 + \alpha_s t} = C_v \text{ und } \frac{v}{1 + \alpha_a t} = C_p.$$

Hieraus erhält man durch partielle Differenziation der Temperatur t beziehungsweise nach p und v:

$$(1 + \alpha_s t) - \alpha_s p \left(\frac{dt}{dp}\right) = 0$$

$$(1 + \alpha_a t) - \alpha_a v \left(\frac{dt}{dv}\right) = 0$$

oder:

$$\left(\frac{dt}{dp}\right) = \frac{1 + \alpha_s t}{\alpha_s p} \text{ und } \left(\frac{dt}{dv}\right) = \frac{1 + \alpha_a t}{\alpha_a v},$$

wodurch man auf die Differenzialgleichung:

$$dt = \frac{1 + \alpha_s t}{\alpha_s p} dp + \frac{1 + \alpha_a t}{\alpha_a v} dv \qquad 14a)$$

gelangt. Wie man sich leicht überzeugen kann, entspricht derselben nur dann ein Integral, wenn $\alpha_s = \alpha_a = \alpha$ ist; denn schreibt man obige Gleichung in der Form:

$$dt = P\,dp + V\,dv$$

so muss, damit dieselbe überhaupt integrabel sei, die Bedingung:

$$\left(\frac{dP}{dv}\right) + \left(\frac{dP}{dt}\right) \cdot \left(\frac{dt}{dv}\right) = \left(\frac{dV}{dp}\right) + \left(\frac{dV}{dt}\right) \cdot \left(\frac{dt}{dp}\right)$$

oder:

$$\left(\frac{dP}{dv}\right) + V \cdot \left(\frac{dP}{dt}\right) = \left(\frac{dV}{dp}\right) + P \left(\frac{dV}{dt}\right)$$

erfüllt sein, was zur Bestimmungsgleichung nach α_s und α_a:

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{1 + \alpha_a t}{\alpha_a v} = \frac{1}{v} \cdot \frac{1 + \alpha_s t}{\alpha_s p}$$

und durch Vereinfachung zur Gleichung:

Digitized by Google

$$\frac{1 + \alpha_a t}{\alpha_a} = \frac{1 + \alpha_s t}{\alpha_s}$$

führt, welche blos dann für jeden beliebigen Werth von t Bestand hat, wenn $\alpha_s = \alpha_a = \alpha$ ist; dann wird aber aus 14a):

$$\frac{\alpha\, dt}{1 + \alpha t} = \frac{dp}{p} + \frac{dv}{v},$$

also:

$$\log C(1 + \alpha t) = \log pv \text{ [1]}$$

oder:

$$\frac{pv}{1 + \alpha t} = C$$

wodurch man naturgemäss wieder zur Gleichung 5) gelangt ist. Die Forderungen, welche in 6) und 7) gestellt wurden, sind somit dem Vorgehenden zufolge nicht zulässig, d. h. die Gay-Lussac'sche Formel kann, solange man zwei verschiedene Coefficienten für die Spannungs- und Volumsveränderung zu constatiren vermag, keine Giltigkeit haben; auch selbst dann nicht, wenn man noch nicht verlangt, dass auch der Mariotte'schen Formel Genüge geschehen soll. Hingegegen würde allerdings bei Gleichheit der beiden Werthe für α_s und α_a durch die Anwendung des Gay-Lussac'schen Gesetzes sowohl auf Druck- als auch auf Volumsänderung, die Formeln nach Mariotte sich als reine Consequenz ergeben, denn das unter der beschränkenden Annahme erhaltene Integral gibt für gleichbleibende Temperatur:

$$pv = \text{Const.}$$

Zu ähnlichen Resultaten gelangt man durch Verbindung der Forderungen in 6) und 8), respective 7) und 8). Es ist nämlich bei constantem Volumen v:

$$\frac{p}{1 + \alpha_s t} = C_v$$

bei constanter Temperatur t:

$$pv = C_t.$$

Würde die verlangte Funktion durch:

$$p = f'(v,\ t) \qquad 15)$$

dargestellt werden können, dann müsste:

$$dp = \left(\frac{dp}{dt}\right) dt + \left(\frac{dp}{dv}\right) dv \qquad 16)$$

1) In dieser Abhandlung soll der natürliche Logarithmus einer Grösse durch das Symbol log, der Briggs'sche Logarithmus dagegen mit Log bezeichnet werden.

Digitized by Google

und da aus den obigen zwei Gleichungen folgt:

$$(1 + \alpha_v t)\left(\frac{dp}{dt}\right) - \alpha_v p = 0 \text{ und } v\left(\frac{dp}{dv}\right) + p = 0$$

oder:

$$\left(\frac{dp}{dt}\right) = \frac{\alpha_v p}{1 + \alpha_v t} \text{ und } \left(\frac{dp}{dv}\right) = -\frac{p}{v},$$

so erhält man als Differenzialgleichung:

$$\frac{dp}{p} = \frac{\alpha_v dt}{1 + \alpha_v t} - \frac{dv}{v}, \qquad 16a)$$

welcher das Integral:

$$\log p = \log \frac{C(1 + \alpha_v t)}{v} \text{ oder } pv = C(1 + \alpha_v t)$$

entspricht, so dass man auch durch diese Art der Verbindung von 6) und 8) wieder die Gleichung 9:

$$\frac{pv}{1 + \alpha_v t} = C$$

erhält. Da jedoch eine ähnliche Vereinigung von 7) und 8) nothwendig:

$$\frac{pv}{1 + \alpha_a t} = C$$

also die Gleichung 10) als Resultat ergeben muss, so ist hiemit ebenfalls dargethan, dass nur die Annahme $\alpha_v = \alpha_a = \alpha$ allen übrigen Voraussetzungen gerecht zu werden vermag.

II.

Natürliche Auffassung des Zusammenhanges zwischen Volumen und Temperatur, wodurch sich eine geänderte Dilatationsformel überhaupt und speciell für Gase als Ersatz des Gay-Lussac'schen Gesetzes in dessen Anwendung auf Volumsveränderung ergibt.

Die Ursache der früher constatirten Widersprüche darf, wie sich bei eingehender Prüfung der Regnault'schen Beobachtungen gezeigt hat, keinesfalls auf Rechnung der allerdings unvermeidlichen Fehler der experimentellen Bestimmungen gesetzt werden; sie liegt vielmehr in den unnatürlichen Voraussetzungen, welche schon mit der Aufstellung der Gay-Lussac'schen Formel für die Volumsänderung, also eigentlich mit der Wahl des Temperaturmaasses angenommen wurden, was hiemit nachgewiesen werden soll.

Um die eben ausgesprochene Behauptung zu begründen, ist es demnach vor Allem geboten, die heute angewendete Dilatationsformel in der allgemeinsten Bedeutung auf ihre Brauchbarkeit zu prüfen.

Digitized by Google

Der gewöhnlich gebrauchte mathematische Ausdruck für den Zusammhang zwischen dem Volumen (respective den Dimensionen) eines Körpers und dessen Wärmezustand [1]) heisst:

$$v = v_0 (1 + \alpha t) \text{ oder } v - v_0 = v_0 \alpha t. \qquad 17)$$

In diesen Formeln bedeutet v_0 das Volumen des betreffenden Körpers bei der Temperatur des schmelzenden Eises, welche zugleich als Ausgangspunct für die Messungen der Wärmezustände angenommen wird, für die also $t = 0$ zu setzen ist; t und v sind die zusammengehörigen Werthe der Temperatur und des Volumens in irgend einem Falle; alle übrigen, das Volumen etwa beeinflussenden Umstände sind dabei als nicht geändert anzusehen. Ferner ist der sogenannte Ausdehnungscoefficient α eine Grösse, deren Bedeutung sich aus 17) unmittelbar ergibt, sobald man über das Temperaturmaass irgend einen bestimmten Grundsatz aufgestellt hat; es wird dann α als diejenige Zahl aufgefasst, die angibt, um welchen Bruchtheil des ursprünglichen Volumens v_0 sich der Körper im Durchschnitt, für je einen Grad der Temperaturänderung von 0 bis t, ausdehnt, denn aus 17) folgt blos:

$$\alpha = \frac{v - v_0}{v_0 t}. \qquad 17a)$$

Erweist sich dieser Werth für alle möglichen Intervalle der Temperatur als constant, dann ist α ein Ausdehnungscoefficient in der eigentlichsten Bedeutung; in sehr vielen Fällen findet man jedoch, dass α selbst wieder mit dem Werth des Temperaturintervalls veränderlich, also Funktion von t ist.

Um nun, wie vorhin als unumgänglich nothwendig erkannt wurde, einen Grundsatz für die Temperaturmessung aufstellen zu können, muss man im Voraus eine Annahme machen über die Eigenschaft des Ausdehnungscoefficienten irgend eines Körpers; denn mit der Temperatur t kann nur dann ein bestimmter Quantitätsbegriff verbunden sein, wenn in:

$$t = \frac{v - v_0}{\alpha v_0} \qquad 17b)$$

auch der Ausdruck rechts vom Gleichheitszeichen etwas ganz Bestimmtes vorstellt.

---

1) Dem Begriffe Wärmezustand muss wohl im weitesten Sinne eine ziemlich complicirte Bedeutung beigelegt werden; hier kann selbstverständlich nur der die Volumsveränderung unmittelbar bedingende Theil des Wärmezustandes gemeint sein.

Digitized by Google

Es werde also etwa α für irgend einen Körper als constant betrachtet, wie dies für das Gesetz der Dilatation bei Gasen angenommen wird, oder eigentlicher, man setze vorläufig blos voraus, es existire ein Körper, dessen Ausdehnung durch die Wärme dieser Annahme unterworfen, auf ein naturgemässes oder bequemes Temperaturmaass führen würde. Ferner soll für den Wärmezustand des unter gewissen Bedingungen siedenden Wassers, wie üblich $t = 100$ gesetzt werden, dann ist, wenn v_s das Volumen für diese Temperatur vorstellt:

$$v_s = v_0\ (1 + 100\,\alpha) \text{ oder } v_s - v_0 = v_0 . 100\alpha. \qquad 18)$$

Hieraus folgt nun erstens aus 17a) ein bestimmter Werth für die Constante α, nämlich:

$$\alpha = \frac{v_s - v_0}{100\,v_0} \qquad 19)$$

und weiters ist dadurch schon, was nicht übersehen werden darf, das Maass der Temperatur definirt, denn man hat nun aus 17b) und 19):

$$t = 100\,\frac{v - v_0}{v_s - v_0}\,. \qquad 20)$$

Es entspricht jetzt jedem Werthe des Volumens v eines Körpers von der Eigenschaft, wie der oben angenommene, auch ein nach 20) bestimmter Werth der Temperatur t; ein solcher Körper ist somit gleichzeitig — wenigstens theoretisch — geeignet, als thermometrische Substanz gewählt zu werden, und alle auf Grund seiner Volumsveränderung vorgenommenen Bestimmungen werden in demselben Masse brauchbar sein, in welchem die auf α bezüglichen Annahmen naturgemäss sind. Niemals darf man aber darauf vergessen, dass der ursprünglich unbestimmte Quantitätsbegriff der Wärme, welchen wir Temperatur nennen, durch die obige oder durch ähnliche Annahmen einer gewissen mathematischen, jedoch mehr oder weniger willkürlichen Definition unterworfen wurde.

Aus 17) und 18) folgt auch:

$$\frac{v}{v_s} = \frac{1 + \alpha\,t}{1 + \alpha\,100} = 1 + \frac{\alpha\,(t - 100)}{1 + \alpha\,100}$$

oder $t - 100 = \tau$ gesetzt:

$$v = v_s\left(1 + \alpha\tau . \frac{1}{1 + \alpha\ 100}\right) = v_s(1 + \beta\tau) \qquad 21)$$

eine Formel, welche anzuwenden ist, wenn man z. B. die Siedetemperatur des Wassers als Ausgangspunkt für die Zählung der Wärme-

Digitized by Google

grade und das derselben entsprechende Volumen des Körpers v_0 als Anfangs- oder Vergleichsvolumen wählt. Die Anwendung der Formel:

$$v = v_0 (1 + \alpha\tau) \qquad 22)$$

würde also eine Vernachlässigung in sich schliessen, welche ausgedrückt wird durch:

$$-\alpha\tau v_0 (\alpha 100 - \alpha^2 100^2 + \alpha^3 100^3 - \ldots)$$

mithin ist eine Substituirung der Formel 22) an Stelle von 17) theoretisch unstatthaft.

Hieraus geht ferner hervor, dass die Volumseinheit des Körpers, entsprechend der Temperatur des schmelzenden Eises, durch Erhöhung der Temperatur von 0° auf 1° um den Bruchtheil α, die Volumseinheit bei der Temperatur des siedenden Wassers, in Folge einer gleichwerthigen Erhöhung, also von 100° auf 101°, hingegen um einen andern Bruchtheil β des unmittelbar vorher eingenommenen Rauminhaltes v_0 ausgedehnt wird; denn es ist:

$$\frac{v_1}{v_0} - 1 = \alpha \text{ und } \frac{v_{101}}{v_{100}} - 1 = \beta$$

wo:

$$\beta = \frac{\alpha}{1 + 100\alpha}$$

gesetzt werden soll, also im vorliegenden Falle β kleiner als α ausfällt.

Aus den vorhergehenden Betrachtungen, wie noch allgemeiner aus den beiden zugleich mit 17) bestehenden Gleichungen:

$$\frac{\frac{dv}{dt}}{v_0} = \alpha \text{ und } \frac{\frac{dv}{dt}}{v} = \frac{\alpha}{1 + \alpha t}$$

geht hervor, dass der Ausdehnungscoefficient von dem Anfangs- oder Vergleichsvolumen abhängig ist, und demnach strenge genommen definirt werden muss, als eine Zahl, die angibt, um welchen Bruchtheil desjenigen Volumens, von dessen zugehörigen Wärmezustand die Temperaturzählung beginnt, sich der betreffende Körper für einen Grad ausdehnt — eine Annahme die offenbar mehr oder minder unnatürlich ist.

Ganz genau dieselben Einwendungen können erhoben werden, wenn man, wie dies oft geschieht, α selbst wieder als eine solche Funktion von t betrachtet, nämlich wenn man:

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 t + \alpha_3 t^2 + \alpha_4 t^3 + \ldots.$$

setzt, wodurch:

$$v = v_0 (1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3 + \ldots.)$$

Digitized by Google

wird; so lange wenigstens, als nicht zwischen α_1, α_2, α_3 u. s. w. gewisse, im weiteren Verlaufe dieser Abhandlung, sich von selbst ergebende Bedingungen gestellt werden, welche die Unnatürlichkeit der Annahme, alle Volumen von jenem bei der Temperatur des schmelzenden Eises abzuleiten, wieder aufheben.

Geht man hingegen von dem Grundgedanken aus, dass der zum Ausgangspunkt gewählte Zustand gleichgiltig bleiben muss, so ist es naturgemäss als einfachstes Ausdehnungsgesetz anzunehmen: die sehr kleine Temperaturänderung werde, als Ursache der Ausdehnung, der Volumsveränderung direct, dem bereits unmittelbar vorher eingenommenen Volumen aber umgekehrt proportional zu setzen sein. Auf diese Weise gelangt man zu der Gleichung:

$$dt : \delta t' = \frac{dv}{v} : \frac{\delta v'}{v'} \quad ^1) \qquad 23)$$

oder:

$$\frac{dv}{v\,dt} = \frac{\delta v'}{v'\delta t'} = b$$

worin b eine Constante ist und der Temperatur, des nun geänderten Temperaturmaasses wegen, eine andere Bedeutung beigelegt werden muss. Die so erhaltene Differenzialgleichung:

$$\frac{dv}{v} = b\,dt \qquad 24)$$

gibt integrirt:

$$\log v = bt + c$$

oder:

$$v = e^{(bt+c)} = e^c e^{bt} = a e^{bt},$$

worin also $e^c = a$ gesetzt wurde. Für $t = 0$ wird $a = v_0$, demnach ist:

$$v = v_0\, e^{bt}. \qquad 25)$$

Das Auftreten von v_0 in der letzterhaltenen Formel ist mit den oben ausgesprochenen Behauptungen durchaus nicht im Widerspruch, wie übrigens, obwohl bereits aus der Form der Differenzialgleichung 24) ersichtlich auch nach Folgendem erhellt.

Setzt man nämlich wieder für die Temperatur des siedenden Wassers $t = 100$ und bezeichnet mit v_s das ihr entsprechende Volumen,

1) Diese Voraussetzung kommt auch gleich derjenigen, dass selbst bei verschiedenen Wärmezuständen, für gleiche Temperaturänderungen, die Volumsänderungen den jeweiligen Volumen proportional sind.

Digitized by Google

was mit Rücksicht auf die vorläufig noch unbestimmte Constante b gestattet ist, so muss auch die Gleichung:

$$v_s = v_0 e^{b\,100} \qquad 26)$$

gelten, durch welche Wahl nun b allerdings bereits einen bestimmten Werth erhält und in Folge welcher mit gleichzeitiger Berücksichtigung von 25) auch schon eine neue Einheit des Temperaturmaasses eingeführt wurde.

Die Vergleichung von 25) und 26) liefert:

$$\frac{v}{v_s} = e^{b\,(t-100)}.$$

Zählt man die Temperatur vom Siedepunct des Wassers ausgehend und bezeichnet den neuen Wert mit τ, dann ist:

$$\tau = t - 100 \text{ und } v = v_s e^{b\,\tau} \qquad 27)$$

Da ähnlich, wie v_s, auch ein anderes Anfangsvolumen gewählt werden kann, ohne die Form der Function oder den Werth der Constanten ändern oder erst eine Vernachlässigung zulassen zu müssen, so ist hiemit wohl genügend die Berechtigung der oben zu Grunde gelegten Vorstellungsweise dargethan.

Mit der Annahme:

$$\frac{dv}{v} = b\,dt,$$

wobei b als constant betrachtet wurde, ist jedoch blos ein specieller Fall erledigt. Diese einfachste Voraussetzung ist nicht nothwendig geboten, sondern man wird vielmehr um die Allgemeinheit nicht zu beeinträchtigen a priori annehmen müssen, dass die bereits vorhandene Temperatur selbst wieder von Einfluss auf die Grösse der eine gewisse Volumsveränderung herbeiführenden Temperaturänderung sein kann. Die sehr kleinen Werthe dieser letzteren werden also im Allgemeinen proportional sein einer gewissen, von der materiellen Beschaffenheit des Körpers und sonstigen Einfluss nehmenden Umständen abhängigen Function des bereits bestehenden Wärmezustandes. In Bezug auf das Volumen haben aber immer noch, und zwar einzig und allein die früher aufgestellten Grundsätze zu gelten. Man wird demnach allgemein setzen müssen:

$$dt : \delta t' = \varphi(t)\frac{dv}{v} : \varphi(t')\frac{\delta v'}{v'}$$

oder:

$$\frac{\varphi(t)\,dv}{v\,dt} = \frac{\varphi(t')\,\delta v'}{v'\,\delta t'} = k.$$

Digitized by Google

Die hieraus resultirende Differenzialgleichung ist somit:

$$\frac{dv}{v} = \frac{k \cdot dt}{\varphi(t)} = \psi(t)\,dt \qquad 28)$$

wobei $\frac{k}{\varphi(t)} = \psi(t)$ gesetzt worden ist, was wegen der Unbestimmtheit von k, $\varphi(t)$ und $\psi(t)$ gestattet ist. Die Integration der Gleichung 28) gibt:

$$\log v = \int \psi(t)\,dt = \chi(t)$$

oder:

$$v = e^{\chi(t)}. \qquad 29)$$

Setzt man für $t = t_0$, $v = v_0$, so findet man:

$$v_0 = e^{\chi(t_0)}$$

$$v = v_0 \frac{e^{\chi(t)}}{e^{\chi(t_0)}} \qquad 30)$$

wobei man auch für $e^{-\chi(t_0)}$, weil diese Grösse in einem bestimmten Falle constant ist, etwa a schreiben kann, in Folge dessen sich die Gleichung 30) auch in der Form:

$$v = a v_0 e^{\chi(t)} \text{ oder } v = v_0 e^{\mu(t)} \qquad 31)$$

ansetzen lässt. Zwischen $\chi(t)$ und $\mu(t)$ besteht dann, wie leicht einzusehen ist, die Beziehung:

$$\mu(t) = \chi(t) + \log a.$$

Wiefern nun $\varphi(t)$ nicht etwa ursprünglich als bekannt angenommen werden kann, bleibt es wohl Aufgabe der experimentellen Untersuchung, die damit zusammenhängende Function $\chi(t)$ näher zu bestimmen, nichtsdestoweniger lässt sich auch schon im Voraus manche wichtige Frage hierüber mit einiger Wahrscheinlichkeit entscheiden.

So könnte z. B. der in der Differenzialgleichung 28) vorkommende Proportionalfactor:

$$\frac{k}{\varphi(t)} = \psi(t)$$

etwa eine constante Grösse sein, wenn die Molecüle des Körpers sich bereits ausserhalb der Wirkungssphäre aller übrigen Theilchen befinden. Dies ist aber nur der Fall für die gasförmigen Körper, so lange sie noch von ihrem Condensationspuncte genügend weit entfernt sind. Für die starren und tropfbarflüssigen Körper hingegen, wie auch für Gase und Dämpfe in dem erwähnten Ausnahmsfalle, wird sich dann $\psi(t)$ nicht als constant erweisen. Immerhin ist es von Interesse zu untersuchen, auf welche Consequenzen eine solche einfache Annahme für die Gase führt.

Digitized by Google

III.

Ableitung der Beziehung zwischen Spannkraft, Volumen und Temperatur für Gase, unter der vorläufigen Annahme, dass das Gay-Lussac'-sche Gesetz auch in seiner Anwendung auf Druckänderung in erster Annäherung durch eine der früher entwickelten Dilatationsformel ähnliche Expansionsformel ersetzt werden könne.

Die aufgestellten Behauptungen finden, wie weiter gezeigt werden soll, in der That mehrfach Bestätigung, wenigstens insoferne, als sich die daraus ergebenden Folgerungen viel besser als das Mariotte'sche und Gay-Lussac'sche Gesetz den Erfahrungen anschliessen.

Da es nach dem Vorausgehenden selbstverständlich ist, dass auch die durch Erwärmung bewirkte unendlich kleine Druckzunahme bei Gasen, während das Volumen constant erhalten bleibt, nicht auf einen bestimmten Anfangswerth, sondern naturgemässer auf den jeweiligen Druck zu beziehen ist, so gelten mit Rücksicht auf die von Regnault festgestellte Verschiedenheit des Spannungs- und Ausdehnungscoëfficienten die beiden partiellen Differenzialgleichungen:

für v constant,

$$dp = \alpha_p p\, dt \qquad 32\,a)$$

für p constant,

$$dv = \alpha_v v\, dt, \qquad 32\,b)$$

worin, um Verwechslungen zu vermeiden, der etwas geänderten Bedeutung wegen, für den Spannungscoëfficienten α_p, für den Ausdehnungscoefficienten α_v und für die Temperatur t gesetzt wurde. Die allgemeine Gleichung 14) für das totale Differenzial der Temperatur geht daher über in:

$$dt = \frac{dp}{\alpha_p p} + \frac{dv}{\alpha_v v} =$$

$$= \frac{1}{\alpha_v \alpha_p}\left(\frac{\alpha_v dp}{p} + \frac{\alpha\ dv}{v}\right). \qquad 33)$$

Hiebei mögen α und α_v, der einfachsten, jedoch keineswegs, am wenigsten für α_p nothwendig gebotenen Voraussetzung entsprechend, vorläufig als constant betrachtet werden.

Die sodann augenblicklich ersichtliche Integrabilität dieser Gleichung sagt zunächst schon aus, dass die hier entwickelte Vorstellungsweise mit der Existenz zweier verschiedenen Werthe für den Spannungs- und Ausdehnungscoëfficienten nicht im Widerspruch steht, während

Digitized by Google

sich, wie gezeigt wurde, das Gay-Lussac'sche Gesetz damit durchaus nicht vereinbaren lässt.

Auch die Verbindung der oben benützten Exponentialformel für die Volumsänderung mit der gewöhnlichen arithmetischen Formel für die Spannungsänderung, wenn man die letztere durchaus beibehalten wollte, liefert eine Differenzialgleichung, welche nicht integrabel ist.

Durch Vollführung der Integration der Gleichung 33) erhält man:

$$\alpha_v \alpha_p t = \log \frac{p^{\alpha_v} v^{\alpha_p}}{C}.$$

Bezeichnet v_0 das Volumen für $t = 0$ und einen bestimmten anfänglichen Druck $p = p_0$, so erhält man für die Integrationsconstante:

$$C = p_0^{\alpha_v} v_0^{\alpha_p}$$

also:

$$\alpha_v \alpha_p t = \log \frac{p^{\alpha_v} v^{\alpha_p}}{p_0^{\alpha_v} v_0^{\alpha_p}}$$

oder:

$$p^{\alpha_v} v^{\alpha_p} = p_0^{\alpha_v} v_0^{\alpha_p} e^{\alpha_v \alpha_p t}. \qquad 34)$$

Diese Gleichung ist der unter den oben gestellten Bedingungen sich ergebende mathematische Ausdruck der Beziehung zwischen Druck, Volumen und Temperatur für Gase und Dämpfe, falls sie noch genügend weit von ihrem Condensationspuncte entfernt sind.

Um die Verification dieser Formel vornehmen zu können, ist es nothwendig, in Erinnerung zu bringen, dass die Temperatur in anderer Weise, als bisher zu messen ist, und dass in Folge dessen auch die Werte von α_p und α_v etwas anders ausfallen müssen, als jene von α_s und α_a, welche unmittelbar den Resultaten von Regnault entlehnt wurden und in der eingangs gegebenen Tabelle eingetragen erscheinen. Da unter allen Gasen die atmosphärische Luft das grösste Interesse hat und die für diese Gasart vorhandenen Versuchsdaten am meisten zur Prüfung geeignet sind, so möge hier vorerst für diesen speciellen Fall die Berechnung durchgeführt werden.

Mit Zugrundelegung der Mariotte-Gay-Lussac'schen Formel fand Regnault für Luft:

$$\alpha_s = 0{\cdot}0036650$$
$$\alpha_a = 0{\cdot}0036706.\ ^{1})$$

1) Weil kein Grund vorlag, die letzte Decimalstelle wegzulassen, und diese im Gegentheil bei Anwendung von siebenstelligen Logarithmen noch von Einfluss ist, so wurde obige genauere Zahl (Relation etc. p. 73), statt jener in der Tabelle auf Seite 328 dieser Abhandlung enthaltenen Zahl in die Rechnung eingeführt.

Digitized by Google

Ist p_0 ein bestimmter Werth der Spannkraft (etwa gleich dem Drucke einer 760^{mm} hohen Quecksilbersäule bei 0° Cels.) und bezeichnet man beziehungsweise mit v_0 und v_{100} den bei diesem, ungeändert erhaltenen Druck p_0 und der Temperatur $t = 0°$ und $t = 100°$ Cels. vom Gase eingenommenen Rauminhalt, dann ist:

$$v_{100} = v_0 (1 + 100\alpha_v)$$

oder:

$$\frac{v_{100}}{v_0} = 1{\cdot}36706.$$

Bleibt dagegen von den drei zusammengehörigen Grössen v_0, p_0 und $t = 0$ das Volumen v_0 ungeändert, während die Temperatur auf $t = 100$ und hiemit die Spannkraft des Gases auf p_{100} steigt, so ist in ähnlicher Weise:

$$p_{100} = p_0 (1 + 100\alpha_p)$$

oder:

$$\frac{p_{100}}{p_0} = 1{\cdot}36650.$$

Wählt man auch in der neuen Formel $t = 0$ für den Gefrierpunct und $t = 100$ für den Siedepunct des Wassers, da die willkürliche Annahme zweier Grenzpuncte gestattet ist, so folgt aus der Hauptgleichung 34) für:

$$v = v_0,\ p_{100} = p_0 e^{100\alpha_p}$$

und für:

$$p = p_0,\ v_{100} = v_0 e^{100\alpha_v}$$

demnach:

$$\frac{p_{100}}{p_0} = e^{100\alpha_p} \text{ und } \frac{v_{100}}{v_0} = e^{100\alpha_v}$$

so dass:

$$e^{100\alpha_p} = 1.36650 \qquad 35\,a)$$

dagegen:

$$e^{100\alpha_v} = 1{\cdot}36706. \qquad 35\,b)$$

Hieraus ist, wenn unter M der Modulus des Briggs'schen Logarithmensystems verstanden wird:

$$\alpha_p = \frac{\text{Log } 1{\cdot}36650}{100 . M} = 0{\cdot}003122527$$

$$\alpha_v = \frac{\text{Log } 1{\cdot}36706}{100 . M} = 0.003126627$$

und das Verhältniss beider Grössen:

$$\omega = \frac{\alpha_v}{\alpha_p} = 1{\cdot}001313.$$

Digitized by Google

Die in den Formeln 35 *a*) und 35 *b*) enthaltenen Zahlenwerthe für $(1 + 100\,\alpha_s)$ und $(1 + 100\,\alpha_a)$ sollten allerdings selbst einer Correctur unterzogen werden. Für die nachfolgenden Untersuchungen kann jedoch, wie einige Proberechnungen gezeigt haben, vorläufig davon Umgang genommen werden.[1])

IV.

Die Beziehung zwischen Spannkraft und Volumen lässt sich durch eine potenzirte Mariotte'sche Formel genauer darstellen, als durch die einfache; die Exponenten sind die beiden Coëfficienten für Volums- und Druckänderung.

Sind p, v, t und p_1, v_1, t_1 zusammengehörige Werthe von Druck, Volumen und Temperatur, dann ergibt sich aus 34):

$$p^{\alpha_v} v^{\alpha_p} = p_1^{\alpha_v} v_1^{\alpha_p} e^{\alpha_v \alpha_p (t-t_1)} \qquad 36)$$

somit für gleichbleibende Temperatur ohne weitere beschränkende Voraussetzung bezüglich des Druckes und des Volumens:

$$p^{\alpha_v} v^{\alpha_p} = p_1^{\alpha_p} v_1^{\alpha_p} = \text{Const.} \qquad 37)$$

Die letzterhaltene Gleichung erinnert der Form nach an jene, welche die Beziehung zwischen Spannkraft und Volumen für den Fall ausdrückt, als sich ein ideelles Gas ohne Mittheilung oder Entziehung von Wärme arbeitsverrichtend ausdehnt. Da eine Verwechslung beider, schon wegen der wesentlich verschiedenen Bedeutung derselben, nicht leicht zu besorgen ist, so kann jede weitere Bemerkung hierüber entfallen.

Schon die früheren Untersuchungen über die Form von $t = f(p,v)$ haben gelehrt, dass das Mariotte'sche Gesetz, wenn man die

---

1) Regnault hat, wie erwähnt, bei der Berechnung der beiden Coëfficienten das Mariotte-Gay-Lussac'sche Gesetz zu Grunde gelegt, nachträglich aber doch mit Rücksicht auf die bedeutendere Differenz einen strengen Unterschied gemacht zwischen dem Ausdehnungscoëfficienten bei constantem Volumen und jenem bei constantem Druck. Wendet man zur Berechnung der Regnault'schen Daten die Formel:

$$p^{\alpha_v} v^{\alpha_p} = p_0^{\alpha_v} v_0^{\alpha_p} e^{\alpha_v \alpha_p' t}$$

an, so lässt sich zeigen, dass die von Regnault in die Rechnung ursprünglich eingeführte irrige Annahme $\alpha_s = \alpha_a$ durch die gleichzeitige Anwendung des Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetzes in ihrem Einfluss auf die Resultate einigermaassen paralysirt wird.

Auf die diesbezüglichen Verbesserungen soll bei einer anderen Gelegenheit näher eingegangen werden.

Digitized by Google

Gay-Lussac'sche Formel auf Druck und Volumsänderung gleichzeitig anwendet, was nur für $\alpha_s = \alpha_u$ möglich ist, als rein mathematische Consequenz erscheint; für α_s verschieden von α_u aber strenge genommen fallen muss, und nur in dem Maasse als Näherungsgesetz gelten kann, in welchem sich die Werthe von α_s und α_u annähern. Die letzterhaltene Gleichung zeigt dies recht deutlich, indem blos für

$$\alpha_s = \alpha_u, \qquad pv = p_1 v_1$$

gesetzt werden könnte. Da es nun eine bekannte, wiewohl noch immer zu wenig beachtete Thatsache ist, dass die Anwendung des Mariotte'schen Gesetzes niemals genügend übereinstimmende Resultate geliefert hat, so erschien es zweckdienlich, die Formel 37) an Beobachtungsdaten zwischen Druck und Volumen bei constanter Temperatur zu prüfen.

Spannkraft in Atm. v. 760mm. Quecksilb.	Spannkraft in Centimetern Quecksilber	Volumen beobachtet	Volumen berechnet nach der Mariotte'schen Formel	Abweichung	Volumen berechnet nach der Formel: $v = v_1\left(\frac{p_1}{p}\right)^{\omega}$ (Kuhn) A	Abweichung	Volumen berechnet nach der Formel: $v = v_1\left(\frac{p_1}{p}\right)^{\omega}$ (Kuhn) B	Abweichung	$A - B$
1	76	5013	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	501·292	− 0.008	0·002
4·75	361·248	105·247	105·47	+ 0·223*	105·249	+ 0·002	. . . .	. . . .	0·002
4·94	375·718	101·216	101·412	+ 0·196*†	101·190	− 0·026	101·188	− 0·028	0·002
5	381·223	99·692	99·946	+ 0·254*	99·726	+ 0·034	99·724	+ 0·032	0·002
6	462·518	82·286	82·380	+ 0·094	82·178	− 0·108	82·176	− 0·110	0·002
6·58	500·078	76·095	76·193	+ 0·098	75·998	− 0·097	75·995	− 0·099	0·002
7·6	578·738	66·216	66·417	+ 0·201*	66·229	+ 0·013	66·227	+ 0·011	0·002
11·3	859·624	44·308	44·325	+ 0·017	44·179	− 0·129	44·179	− 0·129	0·000
13	999·236	37·851	38·132	+ 0·281*	37·999	+ 0·148	37·999	+ 0·148	0·000
16·5	1262·000	30·119	30·192	+ 0·073	30·078	− 0·041	30·078	− 0·041	0·000
17	1324·506	28·664	28·770	+ 0·106	28·657	− 0·007	28·656	− 0·008	0·001
19	1466·736	25·885	25·978	+ 0·093	25·874	− 0·011	25·874	− 0·011	0·000
21·7	1658·49	22·968	23·044	+ 0·076	22·949	− 0·020	22·948	− 0·020	0·000
21·7	1658·44	22·879	22·972	+ 0·093*†	22·880	+ 0·001	22·879	0·000	0·001
24	1843·85	20·547	20·665	+ 0·118*	20·576	+ 0·029	20·576	+ 0·029	0·000
26·5	2028·666	18·833	18·872	+ 0·039	18·746	− 0·087	18.745	− 0·088	0·001
27	2049·868	18·525	18·583	+ 0·063 †	18·506	− 0·019	18.505	− 0·020	0·001

Digitized by Google

Die vorausgehende Zusammenstellung enthält die Resultate einer längeren Reihe von Beobachtungen, welche im Jahre 1829 durch Arago und Dulong ausgeführt wurde,[1]) bei welcher die Temperatur constant 13° war und die das ganz beträchtliche Intervall von 1—27 Atmosphären umfasste, ferner die nach der Formel von Mariotte, sowie nach der neuen hier entwickelten Formel berechneten Volumen und endlich die Differenzen zwischen Rechnung und Beobachtung.

Wie man sich durch einen Blick in die Tabelle überzeugen kann, sprechen die Differenzen, welche die nach der Mariotte'schen Formel berechneten Volumen gegen die entsprechenden Werthe der Beobachtung zeigen, keinesfalls für die absolute Genauigkeit dieser Formel. Die Fehler sind fast durchaus noch bedeutend und haben alle den gleichen Sinn der Abweichung, was bei den nach der neuen Formel erhaltenen Resultaten nicht der Fall ist. Um ganz sicher schliessen zu können, namentlich weil ein Verdacht gegen die Richtigkeit der Zahl 501·3 (3. Columne, 1. Reihe) nicht ganz ausgeschlossen ist, wurde in der aus 37) folgenden Gleichung:

$$v = v_1 \left(\frac{p_1}{p}\right)^{\omega} \qquad 38)$$

nicht blos $p_1 = 76$, $v_1 = 501{\cdot}3$ angenommen, welche Voraussetzung die Reihe A ergab, sondern es wurde auch noch eine zweite Reihe B mit den Anfangswerthen:

$$p_1 = 361{\cdot}248,\ v_1 = 105{\cdot}247$$

ausgemittelt.

Die Uebereinstimmung der beiden Reihen, sowohl untereinander, als auch mit den Ergebnissen der Beobachtung kann als ziemlich befriedigend angesehen werden. Aehnliche Resultate erhält man auch, wenn in der neuen Formel andere zusammengehörige Werte für Druck und Volumen, die nicht zu grosse, evident auf Beobachtungsfehlern beruhende Sprünge aufweisen, als Ausgangspuncte wählt. So z. B. erhält man aus den Beobachtungen bei 4·94 und 27 Atmosphären Druck, also für:

$$p_1 = 375{\cdot}718,\ v_1 = 101{\cdot}216,\ p = 2049{\cdot}868$$

durch Rechnung:	$v = 18{\cdot}512$
durch Beobachtung:	$v = 18\,525$
Differenz	$\Delta = -0{\cdot}013$

1) Mémoires de l'académie. T. X. pag. 193 ff.

Digitized by Google

Demnach bei einem Intervall von 22 Atmosphären einen Fehler, der gewiss innerhalb der, den gegebenen Umständen entsprechenden Grenzen der Beobachtungsfehler liegt, da die Abweichungen der beiden berechneten Volumen für 21.7 Atmosphären Druck, somit zwei unter fast gleichen Verhältnissen erhaltene Daten, bei Anwendung des Mariotte'schen Gesetzes untereinander schon um 0·017 differiren.

Um ein sicheres Urtheil über die Grösse und den Einfluss der Beobachtungsfehler der experimentellen Bestimmungen von Arago und Dulong zu gewinnen, wurde in erster Annäherung angenommen, dass die mitgetheilten Differenzen, welche mit gesteigertem Druck merklich abnehmen, mit ziemlicher Genauigkeit etwa durch eine arithmetische Reihe der zweiten Ordnung dargestellt werden können, wenn sie frei wären von den Fehlern der Beobachtung. Fasst man unter dieser Voraussetzung die Beobachtungsdaten der Gruppen von 0—10, 10—20 und 20—30 Atmosphären Druck zusammen, so erhält man:

für	5·82	15·56	24·29 Atm. Druck
$\Delta =$	0·1777	0·1140	0·0778

woraus durch Interpolation folgende Reihe erhalten wird:

Druck in Atmosphären	Abgeleitete Differenz	Druck in Atmosphären	Abgeleitete Differenz
4	0·192	16	0·112
5	0·184	17	0·107
6	0·176	18	0·102
7	0·168	19	0·097
8	0·161	20	0·093
9	0·154	21	0·089
10	0·147	22	0·085
11	0·140	23	0·082
12	0·134	24	0·079
13	0·128	25	0·076
14	0·122	26	0·073
15	0·117	27	0·071

Durch die Vergleichung dieser Differenzreihe mit den nach der Mariotte'schen Formel berechneten Volumen lässt sich wenigstens angenähert constatiren, inwieferne die Fehler der Beobachtung auf die in der voranstehenden Tabelle enthaltenen Abweichungen von Einfluss sind. Es erweisen sich in Folge dieses Verfahrens alle mit

Digitized by Google

einem Sternchen bezeichneten Abweichungen als zu gross, alle übrigen dagegen, mit Ausnahme von $\Delta = +0{\cdot}106$ bei 17 Atmosphären Druck, welche fast vollkommen genau mit der abgeleiteten Differenz übereinstimmt, als zu klein. Den ersteren entsprechend ergeben sich beinahe durchwegs positive, den letzteren entsprechend ausnahmslos negative Abweichungen, wenn man die neue Formel anwendet und ebenso erhellt auch, dass jene Daten der experimentellen Bestimmung, welche nach der Formel:

$$p_1^{\omega} v_1 = p^{\omega} v = \text{Const.}$$

noch zu grosse, weniger befriedigende Abweichungen liefern, in der That solche sind, welche auch bedeutendere Beobachtungsfehler in sich bergen. Diejenigen Abweichungen nach der Mariotte'schen Formel, die der abgeleiteten Differenzreihe fast vollständig genügen, wurden in der Tabelle durch ein Kreuzchen hervorgehoben. Ihnen entsprechen Differenzen, aus der neuen Formel hervorgehend, die zwar schon sehr klein sind, aber noch überwiegend negativ bezeichnet erscheinen, was jedoch vorläufig blos den einzigen Schluss gestattet, dass der hier zu Grunde gelegte Werth von ω nicht absolut genau sei.

Bringt man mit Hilfe der abgeleiteten Differenzreihe Correctionen an die der Mariotte'schen Formel entstammenden Werthe an, indem man überlegt, dass:

$$\frac{p_1 v_1}{p} - v = \Delta = f(p)$$

gesetzt wurde, so ist:

$$v = \frac{p_1 v_1}{p} - \Delta = v' - \Delta$$

wenn mit v' kurz das nach der Mariotte'sahen Formel berechnete Volumen bezeichnet wird. Stellt man die in solcher Weise, aber immer noch mit Hilfe der eben genannten Formel ermittelten und bereits corrigirten Volumen mit jenen, welche die neue Gleichung:

$$p^{\omega} v = \text{Const.}$$

lieferte, zusammen, so lässt sich die Berechtigung aller vorausgegangenen Behauptungen kaum mehr verkennen.

Zum besseren Verständniss dieser Zusammenstellung möge noch vorausgeschickt werden, dass die in der Tabelle auf Seite 344 angeführten Zahlen für den Druck in Atmosphären, welche dort mehr den Zweck einer leichteren Vergleichung mit den Originaldaten be-

Digitized by Google

sitzen sollen, ohne Rücksicht auf ihre Genauigkeit, unmittelbar der Dulong'schen Tabelle entlehnt worden sind. Hier treten diese Zahlen jedoch in die Rechnung ein, weshalb eine Controlrechnung durchgeführt wurde. Diese machte mehrere kleine Aenderungen nothwendig, welche zwar von nicht bedeutendem Einfluss sind, nichtsdestoweniger aber berücksichtigt werden mussten, damit der Rechnung nicht der Vorwurf ungleichmässiger Genauigkeit gemacht werden könne, von welchem die Dulong'schen Werte nicht frei sind.

Druck in Atmosphären	Volumen nach der Formel $v = v' - \Delta$ corrigirt	Volumen nach der Formel $p^{\omega} v = \text{Const.}$	Differenz
4·8	105·284	105·249	— 0·035
4·9	101·227	101·190	— 0·037
5·0	99·762	99·726	— 0·036
6·1	82·205	82·178	— 0·027
6·6	76·022	75·998	— 0·024
7·6	66·253	66·229	— 0·024
11·3	44·187	44·179	— 0·008
13·2	38·005	37·999	— 0·006
16·6	30·083	30·078	— 0·005
17·4	28·665	28·657	— 0·008
19·3	25·882	25·874	— 0·008
21·8	22·958	22·948	— 0·010
21·8	22·886	22·880	— 0·006
24·3	20·587	20·576	— 0·011
26·6	18·800	18·746	— 0·054
27·0	18·517	18·506	— 0·011

Die Differenzen fallen jetzt schon sehr klein aus; das gleiche Zeichen deutet darauf hin, dass eine geeignete Abänderung des Wertes ω die mittlere Abweichung noch veringern würde. Um hierüber einigermaassen urtheilen zu können, sei hier blos erwähnt, dass z. B. eine unmittelbare Auswertung von den ersten zwei Beobachtungen von Arago und Dulong nach der Formel

$$\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\omega} = \frac{v_1}{v} \qquad 39)$$

oder:

$$\omega = \frac{\text{Log}\, v_1 - \text{Log}\, v}{\text{Log}\, p - \text{Log}\, p_1} \qquad 40)$$

$$\omega = 1{\cdot}001323$$

ergibt, während durch Ermittlung von ω aus den verschiedenen Bestimmungen des Spannungscoëfficienten nach Regnault viel grössere

Digitized by Google

Differenzen im Vergleiche zu dem der ganzen hier entwickelten Rechnung zu Grunde gelegten Werth:

$$\omega = 1{\cdot}001313$$

erhalten werden.

So z. B. erhält man, wenn blos die Resultate der ersten Reihe bei Regnault benützt werden, also für:

$$1 + 100\alpha_t = 1{\cdot}36623,$$

gesetzt wird:

$$\alpha_p = 0{\cdot}00312055 \text{ und } \omega = 1{\cdot}001948;$$

wenn hingegen das Mittel aus den ersten vier Beobachtungsreihen also:

$$1 + 100\alpha_t = 1{\cdot}36646$$

in die Rechnung eingeführt wird:

$$\alpha_p = 0{\cdot}00312223 \text{ und } \omega = 1{\cdot}001407.$$

Der Gang der Abweichungen in der vorstehenden Tabelle müsste, dem angewandten Verfahren zufolge ohne Rücksicht auf die Grösse der mittleren Abweichung, bereits ein ganz regelmässiger sein; Sprünge, wie jene, dem Druck von 26.6 Atmosphären entsprechend, können nur noch solchen Fehlern, die von der Beobachtung unabhängig sind, zugeschrieben werden. In der That erweist eine Controlrechnung die Unrichtigkeit der in der Originalabhandlung enthaltenen Zahl; ebenso dürfte die Annahme des zufälligen Ausfalles einer zweiten Decimalstelle bei der Zahl 501·3 höchst wahrscheinlich sein, denn die dort angegebenen berechneten Volumen stimmen blos dann besser, wenn man $v_0 = 501{\cdot}35$ setzt. Es wurden aber in der vorausgehenden Berechnung der Tabelle alle hypothetischen Abänderungen, welche etwa den Schein aufkommen lassen könnten, als wären sie zu Gunsten der zu prüfenden Formel nothwendig, absichtlich vermieden; daher wurden auch die Daten mit unwesentlichen Berichtigungen so benützt wie sie sich vorfanden. Um jedoch übersehen zu können, welchen Einfluss die Verbesserung der erwähnten Fehler haben, wurde die Berechnung auch mit Rücksicht auf die höchst wahrscheinlich vernachlässigte Decimalstelle und mit Hinweglassung der evident falschen Zahl $v' = 18{\cdot}872$ bei der Ableitung der Correctionen nochmals durchgeführt. Die nächste Tabelle enthält die auf diese Weise gefundenen Resultate:

Digitized by Google

Druck in Atmosphären	Volumen nach der Formel $v = v' - \Delta$ corrigirt	Volumen nach der Formel $p^{\omega} v = \text{Const.}$	Differenz
4·8	105·236	105·259	— 0·027
4·9	101·225	101·200	— 0·025
5·0	99·760	99·736	— 0·024
6·1	82·204	82·186	— 0·018
6·6	76·021	76·005	— 0·016
7·6	66·248	66·235	— 0·013
11·3	44·189	44·183	— 0·006
13·2	38·007	38·003	— 0·004
16·6	30·083	30·081	— 0·002
17·4	28·662	28·660	— 0·002
19·3	25·878	25·877	— 0·001
21·8	22·950	22·951	+ 0·001
21·8	22·881	22.882	+ 0·001
24·3	20·574	20·578	+ 0·004
26·6	18·739	18·748	+ 0·009
27·0	18·498	18.508	+ 0·010
			Mittel — 0·007

Man sieht, dass die Zahlen der letzten Reihe erstens einen bereits vollständig gleichmässigen Gang zeigen, was übrigens im Wesen der hier angewandten Rechnungsmethode begründet ist und blos darauf hindeutet, dass alle zufälligen Rechnungsfehler eliminirt sind, zweitens aber auch einen viel kleineren mittleren Werth der Differenzen ergeben, woraus der Schluss folgt, die Formel:

$$p^{\omega} v = \text{Const.}$$

genügt den Beobachtungen über die Compression der atmosphärischen Luft von Arago und Dulong weit besser als die Formel:

$$pv = \text{Const.}$$

und zwar gilt dies für das beträchtliche Intervall von 1—27 Atmosphären Druck.

V.

Die hier entwickelte Formel:

$$p^{\omega_v} v^{\omega_p} = \text{Const.}$$

erklärt vollständig das Verhalten der verschiedenen Gase im Vergleiche zu einander.

Einen weiteren Prüfstein für die Behauptungen, welche zur Gleichung:

$$p^{\omega} v = \text{Const.}$$

führten, bieten die umfassenden Untersuchungen von Regnault

Digitized by Google

über die Compressibilität der Gase,[1]) deren Ergebnisse sowohl ihn selbst, als auch andere Physiker zu mannigfachen Annahmen drängten, um nur einigermaassen eine Erklärung des durch die Versuche constatirten Verhaltens der Gase zu finden oder doch wenigstens einen der Mariotte'schen Formel sich anschliessenden, aber dieses Verhalten besser darstellenden mathematischen Ausdruck aufstellen zu können. Regnault ging z. B. so weit, den ohnehin schon unnatürlichen Begriffen des vollständigen und unvollständigen Gases, in Folge dessen, dass der Wasserstoff sich keinem von beiden unterordnen lässt, den noch unnatürlicheren Begriff des übervollständigen Gases (fluide élastique plus que parfait) beizufügen;[2]) und doch sind, wie man sich überzeugen kann, seine Versuche über die Zusammendrückbarkeit der Gase qualitativ in bester Uebereinstimmung mit dem ebenfalls von ihm selbst festgestellten Unterschiede des Werthes für den Spannungs- und den Ausdehnungscoëfficienten.

Wie als bekannt vorausgesetzt werden darf, untersuchte Regnault das Verhalten einiger Gase bezüglich der Zusammendrückbarkeit bei bedeutend variirendem anfänglichen Druck und fand, dass die Grösse:

$$\left(\frac{p_1 v_1}{pv} - 1\right)$$

welche, wenn das Mariotte'sche Gesetz gelten würde, immer gleich Null sein müsste, auffallend verschiedene Werthe zeigt, ja während sie für atmosphärische Luft, Stickstoff und Kohlensäure, wenn $p > p_1$ ist, stets positiv ausfällt, ist sie für Wasserstoff entschieden negativ. Der neuen Formel zufolge ist nun:

$$\frac{p_1 v_1}{pv} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\omega - 1} \qquad 41a)$$

oder:

$$\frac{p_1 v_1}{pv} - 1 = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\omega - 1} - 1 \qquad 41b)$$

die fragliche Differenz muss daher, sobald man $p > p_1$ voraussetzt, immer dann positiv werden, wenn $\omega > 1$, dagegen negativ, wenn $\omega < 1$ ist. Für atmosphärische Luft und Kohlensäure ist aber nach den Bestimmungen Regnault's $\alpha_a > \alpha_s$, demnach auch $\alpha_v > \alpha_p$ und somit $\omega > 1$, weshalb nothwendigerweise:

$$\frac{p_1 v_1}{pv} - 1 > 0$$

1) Regnault. Relation des expériences. VI. Mémoire, p. 329—428.
2) A. a. O. p. 402.

Digitized by Google

sein muss; für Wasserstoff hingegen lieferten die oben erwähnten Bestimmungen $\alpha_a < \alpha_s$ folglich $\alpha_v < \alpha_p$ und $\omega < 1$, wodurch jetzt:

$$\frac{p_1 v_1}{pv} - 1 < 0$$

werden muss. Da Regnault den Coëfficienten α_a für Stickstoff nicht ermittelt hat, so ist eine Prüfung der Formel durch das Verhalten dieses Gases ohne Beiziehung anderer Daten nicht möglich. Benützt man, als Ersatz hiefür, den von Schröder van der Kolk berechneten Wert $\alpha = 0{\cdot}003671$,[1]) dann folgt aus der neuen Formel mit der Erfahrung übereinstimmend, dass auch für Stickstoff die erste der beiden Ungleichungen zu gelten hat.

Wie eben gezeigt wurde, bietet die aus der Formel:

$$p^\omega v = \text{Const.}$$

abgeleitete Beziehung:

$$\frac{p_1 v_1}{pv} - 1 = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\omega - 1} - 1 \gtreqless 0$$

ein sicheres Mittel, die Art der Abweichung eines Gases vom Mariotte'schen Gesetze festzustellen, sobald die Werte von α_v und α_p für dieses Gas bekannt sind. Es lässt sich daraus aber ferner auch schliessen, welches von zwei Gasen grössere Abweichungen liefern muss.

So folgt z. B., dass bei Anwendung des Mariotte'schen Gesetzes auf Beobachtungsresultate für Kohlensäure im Vergleiche zu jenen für Wasserstoff, atmosphärische Luft, Stickstoff und Kohlenoxyd sich immer viel grössere Abweichungen ergeben werden, wie sich unter Anderem auch bei Dichtenbestimmungen herausstellt; denn für Kohlensäure ist α_a von α_s, also auch α_v von α_p bedeutend mehr verschieden, somit ω eine mit der Einheit keineswegs mehr zu verwechselnde Grösse. Man erhält nämlich, wenn für das letztgenannte Gas etwa die in der Tabelle eingetragenen Werte:

$$\alpha_a = 0{\cdot}003710 \text{ und } \alpha_s = 0{\cdot}003688$$

zu Grunde gelegt werden:

$$\alpha_v = 0{\cdot}003155305 \text{ und } \alpha_p = 0{\cdot}003139343,$$

mithin:

$$\omega = \frac{\alpha_v}{\alpha_p} = 1{\cdot}005117.$$

Aehnliches gilt für Stickstoffoxydul, schweflige Säure und Cyangas.

1) Seite 328 dieser Abhandlung.

Digitized by Google

IV.

Weitere Anwendung der Formel: $p^{\alpha_v} v^{\alpha_p} = \text{Const.}$ auf die Compressionsversuche von Regnault.

Ein weiterer Umstand, der ebenfalls in der Gleichung:

$$\frac{p_1 v_1}{pv} - 1 = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\omega-1} - 1$$

ganz deutlich ausgesprochen erscheint, ist der schon von Regnault hervorgehobene Einfluss der Differenz $(p - p_1)$ auf die Grösse der Abweichung vom Mariotte'schen Gesetz[1]), nur wäre der obigen Gleichung zufolge dieser Einfluss in dem mit der Differenz $(p-p_1)$ gleichzeitig steigenden und fallenden Verhältnisse $\frac{p}{p_1}$ zu suchen. Regnault stellte nämlich in den meisten Fällen ein Verhältniss her, welches:

$$\frac{p}{p_1} \text{ beinahe gleich } 2$$

ergab; jedoch finden sich auch andere Verhältnisse vor, so z. B.:

$$\frac{p}{p_1} \text{ beinahe gleich } 3.$$

Die diesem letzteren Verhältnisse entsprechenden Werte der Function:

$$\frac{p_1 v_1}{pv},$$

unterscheiden sich, selbst unter sonst gleichen Umständen, so bedeutend von denjenigen, welche dem ersten Verhältnisse angehören, dass Regnault sich veranlasst fand, die Functionswerthe in zwei getrennte Gruppen zusammenzustellen[2]).

Nach der hier entwickelten Formel ist nun in der That:

$$\text{für } \frac{p}{p_1} = 2, \quad \frac{p_1 v_1}{pv} = 2^{\omega-1}$$

$$\text{für } \frac{p}{p_1} = 3, \quad \frac{p_1 v_1}{pv} = 3^{\omega-1}$$

u. s. f.

also der fragliche Einfluss der Verschiedenheit von p und p_1 auf den

1) Regnault, Relation etc. p. 104.

2) A. a. O., S. 374—401. Die Beobachtungen für das Verhältniss $\frac{p}{p_1} = 3$ werden in den Berufungen auf die Compressionsversuche Regnault's häufig ganz ignorirt.

Digitized by Google

Wert der Function $\frac{p_1 v_1}{pv}$ nicht blos als nothwendig existirend nachgewiesen, sondern auch seiner Art und Grösse nach vollkommen bestimmt.

Der Wert des Exponenten ω in der Gleichung:

$$p^{\omega} v = \text{Const.}$$

ist nach dem Vorausgehenden gegeben durch:

$$\omega = \frac{\alpha_v}{\alpha_p},$$

also durch das Verhältniss des Ausdehnungs- zum Spannungscoëfficienten. Es muss sich aber, wie ebenfalls schon angedeutet wurde, dieser Werth sogar auch aus Compressionsversuchen, bei denen keine Aenderung der Temperatur eingetreten ist, bestimmen lassen; denn aus der Gleichung:

$$p^{\omega} v = \text{Const.}$$

erhält man:

$$\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\omega} = \frac{v_1}{v} \text{ und } \omega = \frac{\text{Log } v_1 - \text{Log } v}{\text{Log } p - \text{Log } p_1}.$$

In der folgenden Tabelle sind diejenigen Werte angegeben, welche die Berechnung liefert, wenn man die Daten der an vielen Orten citirten ersten Beobachtungsreihe Regnault's für atmosphärische Luft zu Grunde legt.

Nummer der Beobachtung	Normale Temperatur	Corrigirtes Volumen	Spannkraft auf 0° zurückgeführt.	Wert des Exponenten $\omega =$
1	4·44	1939·69	738·72	1·002036
2	4·44	969·26	1476·25	
3	4·40	1939·69	738·99	1·002093
4	4·40	969·86	1475·82	
5	4·40	1940·21	739·07	1·001768
6	4·40	970.10	1476·34	
7	4·43	1939·47	739·19	1·002060
8	4·43	969·39	1476·80	

Das Mittel aus allen vier Resultaten für ω:

1·001989

stimmt mit dem schon früher angeführten Werte:

1·001948

welcher der ersten Beobachtungsreihe Regnault's zur Bestimmung des Spannungscoëfficienten entstammt, und welcher sogar zwischen

Digitized by Google

die in der Tabelle enthaltenen Einzelwerte hineinfällt, ganz gut überein, weniger befriedigend hingegen mit dem im Vorhergehenden benützten Werte:

$$1{\cdot}001313,$$

doch kann hieraus noch kein Schluss zu Ungunsten der Formel:

$$p^{\omega} v = \text{Const.}$$

gezogen werden, da die derselben Beobachtungsart entnommenen Zahlen eine fast genau so grosse Differenz zeigen.

Würden die übrigen Compressionsversuche eine ähnliche Uebereinstimmung ergeben, dann wäre hierin wohl der glänzendste Beweis für die Berechtigung aller hier aufgestellten Behauptungen geliefert, und jede weitere Untersuchung könnte entfallen. Indessen erhält man unter Zugrundelegung der späteren Reihen, welche einem grösseren anfänglichen Druck entsprechen, für den Exponenten ω Werte, die mit diesem Druck wachsen, was auch, wie Regnault selbst angibt, mit den Werten der Function:

$$\frac{p_1 v_1}{pv}$$

der Fall ist. Die letzteren erweisen sich nach ihm sogar noch als von der Temperatur abhängig, so dass er jede Hoffnung aufgab, die wahre Form dieser Function aus den Beobachtungen allein herauszufinden und zu einem auf empirischem Wege bestimmten Ausdruck von willkürlich gewählter Form seine Zuflucht nahm.

Es liessen sich jedoch auch manche Bedenken gegen die von Regnault angewendete, heute als einzig verlässlich angesehene Methode der Beobachtung vorbringen. So z. B. scheint es nicht unwahrscheinlich, dass durch Füllung der ganzen Röhre mit Gas von erhöhter Spannkraft die in Folge dessen eintretende Erweiteruug derselben bedeutend grösser ausfallen müsse, als bei der Dulong'schen Methode, bei welcher die Gasmenge durch die ganze Versuchsreihe unverändert bleibt, also die gedrückte Fläche mit erhöhter Spannkraft abnimmt; wobei auch noch zu berücksichtigen ist, dass die von Regnault angewendeten Glasröhren bei gleicher Wanddicke einen doppelt so grossen innern Durchmesser hatten, als jene von Dulong verwendeten. Als notwendige Folge davon müssten die nach der Regnault'schen Methode gemessenen Volumen umsomehr zu klein ausfallen, je grösser der angewendete Druck ist, wodurch sich allein schon erklären liesse, warum die Beobachtungen von Arago und

Digitized by Google

Dulong, trotz der weniger befriedigenden Genauigkeit der einzelnen Bestimmungen, im Ganzen doch eine bessere Uebereinstimmung zeigen als die Beobachtungen von Regnault. Der letztgenannte Physiker hat zwar mit derselben Sorgfalt, welche er allen seinen experimentellen Untersuchungen zuwendete, sich auch in diesem Falle bemüht, die störenden Nebenumstände aufzusuchen und ihrem Werthe nach festzustellen, allein wie es scheint diesmal mit weniger glücklichem Erfolge.

So z. B. ermittelte Regnault die in Folge des erhöhten Druckes eintretende Vergrösserung der Manometerröhre auf zweierlei Art. Die erste Art der Prüfung ist aber dem bei seinen Compressionsversuchen eingeschlagenen Vorgange gar nicht anpassend; sie ist eigentlich nur eine Aufsuchung der Fehler des Dulong'schen Verfahrens und würde demnach auch blos beweisen, dass Dulong, nicht aber dass Regnault berechtigt war, den Einfluss des erhöhten Druckes auf das scheinbare Volumen des comprimirten Gases zu vernachlässigen. Ausserdem begnügte sich Regnault, was sehr auffallend ist, mit der Feststellung der Verlängerung der Röhre, die doch nur von untergeordneter Bedeutung sein kann, und verzichtete ganz darauf, die jedenfalls bedeutenden Einfluss nehmende Erweiterung aufzufinden, welche doch bei seinen Experimenten auch schon desshalb grösser sein musste, weil die hiebei benützte Röhre bei doppeltem inneren Radius dem Gase unter sonst gleichen Umständen eine zweimal grössere Druckfläche darbot, als die Dulong'sche Röhre. Die zweite Art der Prüfung ergab zwar, dass eine beträchtlichere Vermehrung der Capacität der Manometerröhre eintreten müsse, als nach der ersten Art hervorging, doch hielt Regnault auch diese Vergrösserung noch für zu klein, um einen Einfluss auf die Beobachtungsdaten nehmen zu können.

Da sich die hier aufgeworfene Frage bezüglich der Verbesserung, welcher die scheinbare Grösse des Gases unterzogen werden müsste, auf dem Wege der Kritik allein nicht entscheiden lässt, und da andererseits auch nach der Dulong'schen Methode von Regnault ausgeführte Compressionsversuche vorliegen,[1]) so schien es von Interesse zu sein, diese ebenfalls nach der hier entwickelten Formel zu berechnen, und zwar um so mehr, als sie einer spätern Zeit angehören, somit alle früher gewonnenen Erfahrungen dabei bereits benützt werden konnten. Die nächsten zwei Tabellen enthalten die Resultate der

1) Regnault. Mémoire sur la chaleur spécifique des fluides d'élastiques Mémoire de l'académie. T. XXVI. pag. 229—261.

Digitized by Google

bei gleichbleibender Temperatur ausgeführten Compressionsversuche für atmosphärische Luft, nämlich das Volumen und die dazu gehörige Spannkraft, ferner den Werth des Productes pv als auch jenen der Function $p^{\omega}v$ für $\omega = 1{\cdot}001313$.

I.

Theilstrich der Röhre	Volumen des Gases $v =$	Spannkraft des Gases in Mm. $p =$	Produkt $pv =$ (in Zehnern ausgedr.	Differenzen der aufeinanderfolgenden Werte	Differenzen bezogen auf den anfänglichen Wert
200	1914·90	776·79	148747		
250	1790·84	830·55	148738	— 9	— 9
300	1663·72	893·93	148725	— 13	— 22
350	1539·89	965·73	148712	— 13	— 35
400	1413·27	1052·18	148701	— 11	— 46
450	1285·67	1156·36	148690	— 11	— 57
500	1156·67	1285·27	148663	— 27	— 84
550	1025·35	1449·62	148637	— 26	—110
600	895·26	1659·89	148603	— 34	—144
650	759·39	1954·96	148555	— 48	—192
700	622·78	2384·27	148488	— 67	—259
740	511·16	2903·37	148409	— 79	—338
760	455·43	3257·33	148348	— 61	—399
780	400·05	3706·63	148284	— 64	—463
800	344·54	4300·55	148172	—112	—575
820	288·68	5129·55	148080	— 92	—667
830	260·88	5670·82	147940	—140	—807

II.

Theilstrich der Röhre	Volumen des Gases $v =$	Spannkraft des Gases in Mm. $p =$	Functionswert $p^{\omega} v =$ (in Zehnern ausgedr.)	Differenzen der aufeinanderfolgenden Werte	Differenzen bezogen auf den anfänglichen Wert
200	1914·90	776.79	150053		
250	1790.84	830·55	150057	+ 4	+ 4
300	1663.72	893·93	150058	+ 1	+ 5
350	1539·89	965·73	150060	+ 2	+ 7
400	1413·27	1052·18	150066	+ 6	+ 13
450	1285·67	1155·36	150053	— 13	0
500	1156·67	1285·27	150065	+ 12	+ 12
550	1025·35	1449·62	150064	— 1	+ 11
600	895·26	1659·89	150061	— 3	+ 8
650	759·39	1954·96	150041	— 20	— 12
700	622·78	2384·27	150012	— 29	— 41
740	511·16	2903·37	149970	— 42	— 83
760	455·43	3257·33	149922	— 48	—131
780	400·05	3706·63	149892	— 30	—161
800	344·54	4300.55	149808	— 84	—245
820	288·68	5129.55	149750	— 58	—303
830	260·88	5670·82	149629	—121	—424

Digitized by Google

Wie man erkennt ist die Constanz von $p^{\omega} v$ bis zu 3 Atmosphären unzweifelhaft und selbst die Unterschiede der Functionswerte für höhere Spannkräfte gegen den anfänglichen Wert von $p^{\omega} v$ sind viel geringer als die entsprechenden Unterschiede der Producte pv. Hiebei ist aber noch zu beachten, dass nach den vorausgegangenen Entwicklungen eigentlich:

$$p^{\alpha_v} v^{\alpha_p} = C$$

sein soll, wenn C eine Constante bedeutet, also:

$$(p^{\omega} v)^{\alpha_p} = C \text{ und } p^{\omega} v = C^{\frac{1}{\alpha_p}} = C_1,$$

wobei C_1 die in der Tabelle eingetragenen Functionswerte darstellt, welche ebenfalls von einander nicht verschieden ausfallen sollten. Es ist demnach:

$$C = C_1^{\alpha_p}$$

das heisst, die in der 4. Columne der Tabelle II enthaltenen Zahlen sind noch mit:

$$\alpha_p = 0{\cdot}003122527$$

zu potenziren, wodurch die Unterschiede offenbar noch kleiner werden müssen. Bei der grossen Uebereinstimmung, welche sich hier schon zeigt, ist es blos nöthig, die Resultate der Rechnung für den anfänglichen und die beiden extremen Functionswerte mitzutheilen, also entsprechend den Theilstrichen 200, 400 und 830; man erhält für:

Theilstrich	$p^{\alpha_v} v^{\alpha_p} = C_1^{\alpha_p} = C$
200	1·045406
400	1·045407
830	1·045398

Demnach sind die Differenzen schon für die extremen Functionswerte verschwindend klein, umsomehr also für alle übrigen dazwischen liegenden.

Die Ausmittelung der Werte von C muss, wie man sieht, noch um eine Ziffer weiter gehen, als dies in der Tabelle für pv und demgemäss auch für $p^{\omega} v$ geschah, um überhaupt noch einen merklichen Unterchied zu erhalten; mit dieser siebenten Ziffer ist man aber bereits bis an die Grenze der Verlässlichkeit des Calcüls gekommen. Es erklären sich also die noch übriggebliebenen Abweichungen der Werte von $p^{\omega} v$ dadurch, dass:

$$C_1 = C^{\frac{1}{\alpha_p}} = C^{320{\cdot}254}.$$

Digitized by Google

Wenn man somit statt der Constanten C die Constante C_1 rechnet, wie dies ursprünglich geschah, so müssen natürlich alle Fehler durch die Potenzirung mit 320 bedeutend vergrössert erscheinen. Es wurde jedoch das bei Zusammenstellung der Tabelle II gewählte Verfahren desshalb vorgezogen, damit nicht umgekehrt der Vorwurf erhoben werden könne, es seien die Abweichungen durch Potenzirung mit α_p künstlich verkleinert worden. Die weitere Untersuchung bewies zur Genüge, dass obigen Differenzen von $p^{\omega}v$, obwohl sie schon sehr klein sind, auch nicht einmal eine so grosse Bedeutung beigelegt werden dürfe, wie jenen von pv.

Die vorausgehenden Betrachtungen rechtfertigen also gewiss den Schluss, es können die nach Dulong's Methode von Regnault erhaltenen Beobachtungsdaten für die Compression der atmosphärischen Luft ebenfalls sehr gut durch die Formel:

$$p^{\alpha_v} v^{\alpha_p} = C \quad \text{oder} \quad p^{\omega}v = C_1$$

dargestellt werden. Aehnliches ergibt sich, wie schon aus der im Abschnitt V dieser Abhandlung aufgestellten Vergleichung des Verhaltens verschiedener Gase zum Mariotte'schen Gesetze erhellt, wenigstens auch für die dort in Betracht gezogenen ausdehnsamen Flüssigkeiten. Aber selbst die Resultate der Compressionsversuche nach Regnault's Methode stimmen viel besser überein, wenn man statt des Mariotte'schen Gesetzes die Formal: $p^{\omega}v = \text{Const.}$ in Anwendung bringt.

Wollte man die letzteren noch genauer darstellen, dann müsste ω selbst wieder etwa als Function der Spannkraft oder der Dichte angenommen werden, also auch α_v oder α_p, vielleicht sogar jede dieser beiden Grössen. Nach den Bestimmungen Regnault's haben sich in der That sowohl für α_a als auch α_s verschiedene Werte ergeben, wenn der anfängliche Druck geändert wurde. Die nähere Untersuchung dieser Thatsache, welche an und für sich schon als ein weiterer Beweis gegen die absolute Richtigkeit des combinirten Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetzes angeführt werden darf, hat noch zu manchen sehr interessanten Folgerungen geführt, deren Publication jedoch einer anderen Gelegenheit vorbehalten werden muss.

Digitized by Google

Kleinere Mittheilung.

Ein optisches Phänomen.

Von Devic.

(Pariser Comptes rendus T. LXXIX pag. 96.)

Man nehme ein Dambrett mit schwarzen und weissen Feldern, stelle es lothrecht auf, und betrachte es aus einer gewissen Entfernung entweder mit beiden Augen oder auch nur mit einem. Man neige dann den Kopf in der Art dass die die beiden Augen verbindende Linie parallel zur Richtung einer Reihe der Diagonalen der Quadrate werde. Man sieht alsdann die auf diesen Diagonalen liegenden Ecken der weissen und schwarzen Quadrate, statt sich einfach zu berühren, durch einen Strich verbunden, der schwarz ist für die schwarzen Quadrate und weiss für die weissen. Dieser Strich wird dicker, je mehr man den Kopf neigt, und erreicht das Maximum seiner Breite in der eben angegebenen Lage. Das Dasein dieser Striche wird besonders deutlich, wenn man den Kopf bald nach der Rechten, bald nach der Linken neigt, also die Verbindungslinie der Augen abwechselnd parallel macht einer der beiden Reihen der Diagonalen.

Geschieht die Beobachtung mit einer Brille oder Lorgnette, so ist das Phänomen umgekehrt, d. h. die Striche zeigen sich dann zwischen den Ecken, die auf den gegen die Augenlinie winkelrechten Diagonalen liegen.

Dasselbe Phänomen beobachtet man auch nett an schwarzen Kreisen, die einander berührend auf weisses Papier gezogen sind. Bringt man das Auge parallel der Linie der Centra, so sieht man die Kreise sich in einem schwarzen Fleck vereinigen; stellt man es parallel der gemeinschaftlichen inneren Tangente, so sieht man sie gleichsam von einander entfernt und einen weissen Raum zwischen sich lassend. Es scheint hiernach, dass, um im Augenblicke den Contact der beiden Scheiben gut zu beobachten, die günstigste Stellung diejenige sein würde, wo sich die die beiden Augenwinkel verbindende Linie 45^0 gegen die Linie der Centra neigte.

Digitized by Google

Ueber einen Schulapparat zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalentes.

Von

J. Puluj,

Assistenten an der k. k. Marine-Akademie in Fiume.

(Hiezu Tafel XXII.)

In vorliegender Abhandlung wird die Beschreibung und Theorie eines Apparates von sehr einfacher Construction mitgetheilt, der mir zu Demonstrationen in Vorlesungen diente.

Die Bestandtheile des Apparates sind: Eine Schwungmaschine mit verticaler Spule, ein Calorimeter *c* (Fig. 1 Taf. XXII) zur Messung der Wärme, welche in demselben durch Reibung erzeugt wird, und eine Hebelvorrichtung *hhrs* zur Messung der in die Wärme umgesetzten Arbeit.

Die Spule *a* (Fig. 2) trägt ein conisches Metallstück *b*, welches innen mit Holz ausgefüttert ist, und mittelst dreier Stellschrauben in der Spule coaxial festgeklemmt werden kann. Das Calorimeter besteht aus zwei abgestutzten Hohlkegeln aus Gusseisen, welche fein polirt sind und in einander vollkommen passen, so dass der innere Kegel aus dem äusseren etwas herausschaut und nicht ganz an den Boden desselben reicht. Die Kegel hatten folgende Dimensionen. — Aeusserer Kegel: Durchmesser der Basis 1.8 Ctm.; äusserer Durchmesser der Oeffnung 2.96 Ctm.; innerer Durchmesser derselben 2.85 Ctm.; Dicke der Mantelfläche 0.11 Ctm. — Innerer Kegel: Durchmesser der Basis 1.68 Ctm.; äusserer Durchmesser der Oeffnung 2.88 Ctm.; innerer Durchmesser derselben 2.75 Ctm.; Dicke der Mantelfläche 0.13 Ctm. Beide Kegel waren von 4.7 Ctm. Höhe.

Mittelst dreier Stellschrauben in dem Metallstücke *b* lässt sich auch das Calorimeter coaxial feststellen. Die Spitzen der Stellschrauben werden vom Calorimeter durch dicke Papierstreifen isolirt. Der innere Kegel trägt einen dünnen Holzdeckel, an welchem ein leichter Balken aus Holz angeschraubt ist. Durch die Mitte des Balkens und Holz-

Digitized by Google

deckels geht eine Bohrung von 1.3 Ctm. Durchmesser und dient zur Aufnahme des Thermometers. Der innere Kegel wird ganz mit Quecksilber gefüllt. Der eine Arm des horizontalen Balkens ist an seinem Ende mit einem Häkchen versehen, an welchem der über die fixe Rolle r geschlungene Faden einer Wagschale befestigt ist. Der zweite Arm des Balkens dient als Gegengewicht.

Wird nun die Schwungmaschine in Bewegung gesetzt, so sucht der äussere Kegel den inneren und den mit ihm fest verbundenen Balken mitzunehmen und die Schale sammt Belastung zu heben. Durch wiederholte Versuche lässt sich diejenige Belastung finden, bei welcher der Balken mit dem horizontalen Theile des Fadens einen rechten Winkel einschliesst. Das Gewicht der Schale sammt Belastung repräsentirt nun diejenige Kraft, welche die Reibung der Mantelflächen beider Kegel überwindet, und deren Arbeitsleistung in Wärme umgesetzt wird. Diese Kraft bedarf noch einer Correction, denn dieselbe hat nicht blos die Reibung beider Kegel, sondern auch die Reibung an der Axe der Rolle zu überwinden. Das Correctionsgewichtchen wird auf folgende Weise bestimmt: Ist P das Gewicht, welches bei senkrechter Stellung des Balkens gegen den Faden die Reibung der Kegelmantelflächen überwindet, so wird die Axe der Rolle gegen die Lager mit $R = \sqrt{2}P$ gedrückt. Es wird daher die Schlinge h des Fadens ausgehängt, ein Gewicht $\frac{\sqrt{2}P}{2}$ angebunden und durch ein entsprechendes Gewicht in der Schale äquilibrirt. Jenes Zulegegewichtchen, welches nothwendig ist, um das Gleichgewicht zu stören, überwindet die Reibung an der Axe der Rolle und ist die gesuchte Correction; dieselbe ist von P abzuziehen. Für meinen Apparat ergab sich aus mehrerén Versuchen eine Correction von 0.7 Gramm.

Die Arbeitsleistung der Kraft P lässt sich durch folgende Ueberlegung mit Leichtigkeit bestimmen. Ist die Schwungmaschine in Bewegung, so dreht sich der äussere Kegel, und der innere wird durch die Kraft P fix erhalten. Es wird an der Sache nichts geändert, wenn man sich den Fall umgekehrt denkt, nämlich der äussere Kegel sei unbeweglich und der innere werde von der Kraft P so gedreht, dass ihre Richtung zum Balken stets senkrecht bleibt. In diesem Falle ist die nach einmaliger Umdrehung des Kegels geleistete Arbeit

$$a = 2l\pi P,$$

Digitized by Google

wenn l den Hebelarm der Kraft P bedeutet. Nach n-maliger Umdrehung ist die in Wärme umgesetzte Arbeit

$$A = 2nl\pi P.$$

Bedeutet ferner c den Wasserwerth des Calorimeters, α die Zimmertemperatur, $\vartheta - \alpha$ die Temperaturzunahme im Calorimeter nach n-maliger Umdrehung, so ist die in Calorien ausgedrückte Wärmemenge:

$$W = c(\vartheta - \alpha).$$

Es ergibt sich somit für das mechanische Wärmeäquivalent die Formel

$$J = \frac{2nl\pi P}{c(\vartheta - \alpha)}.$$

Macht der äussere Kegel jene n-Umdrehungen in einer Secunde, so ist bei gleichförmiger Drehung der Rotationsmaschine nt die Anzahl der Umdrehungen in t Secunden, und daher, wenn $\vartheta - \alpha$ die der Zeit t entsprechende Temperaturzunahme bedeutet,

$$J = \frac{2n\pi lP}{c(\vartheta - \alpha)}t, \qquad 1).$$

und

$$\vartheta - \alpha = \frac{2n\pi lP}{Jc}t. \qquad 2).$$

Diese Formeln sind unter der Voraussetzung aufgestellt, dass das Calorimeter keine Wärme ausstrahlt, und können daher zur numerischen Berechnung von Versuchen verwendet werden, bei denen in kurzer Zeit viele Umdrehungen gemacht werden, also auch viel Wärme erzeugt wird, gegen welche die ausgestrahlte Wärme vernachlässigt werden kann.

Während der Zeit, als Arbeit in Wärme umgesetzt wird, gibt das Calorimeter einen Theil seiner Wärme fortwährend an die Umgebung ab. Die ausgestrahlte Wärmemenge lässt sich in der Rechnung sehr leicht berücksichtigen. Es sei nun zu irgend einer Zeit t die Temperatur im Calorimeter ϑ. Wächst die Zeit, so wird auch die Temperatur zunehmen; zur Zeit $t + dt$ wird die Temperatur $\vartheta + d\vartheta$ sein. Wird die Wärme ausgestrahlt, so ist die Temperatur-

Digitized by Google

zunahme nicht mehr der Zeit t proportional; die Formel 2 bleibt aber noch immer richtig für ein sehr kleines Zeitelement dt. In der Zeit dt wird die Arbeit $2nl\pi Pdt$ in Wärme umgesetzt und in Folge dessen muss das Thermometer um

$$\frac{2nl\pi P}{Jc}dt$$

steigen. Gleichzeitig wird aber das Calorimeter während des Zeitelementes dt auch eine gewisse Wärmemenge ausstrahlen, daher das Thermometer um

$$R(\vartheta-\alpha)dt$$

fallen, wenn R die Geschwindigkeit der Abkühlung des Calorimeters in einer Secunde und bei 1 Grad C. Temperaturdifferenz zwischen dem Calorimeter und der Luft bedeutet. Der Unterschied beider letzten Ausdrücke ist die wirkliche Temperaturzunahme $d\vartheta$ des Calorimeters. Es ergibt sich somit für die Temperaturzunahme des calorimetrischen Apparates in der Zeit dt eine lineare Differentialgleichung erster Ordnung

$$d\vartheta = \frac{2n\pi lP}{Jc}dt - R(\vartheta-\alpha)dt,$$

oder

$$\frac{d\vartheta}{dt} + R(\vartheta-\alpha) - \frac{2n\pi lP}{Jc} = o$$

und ihr Integral

$$\vartheta-\alpha = e^{-Rt}\left(C + \frac{2n\pi lP}{Jc}\cdot\frac{e^{Rt}}{R}\right).$$

Die Constante C erhält ihre Bedeutung aus dem Anfangwerthe der Temperatur ϑ. Ist für $t = o$, $\vartheta = \vartheta_0$, so ergibt sich aus der letzten Formel

$$C = -\frac{2n\pi lP}{JcR} + \vartheta_0 - \alpha,$$

und durch Wiedereinsetzung dieses Werthes erhält man schliesslich nach einigen Reductionen

Digitized by Google

$$\vartheta - \vartheta_0 = \left(\frac{2n\pi lP}{JcR} - \vartheta_0 + \alpha\right)(1 - e^{-Rt}). \qquad 3).$$

In dieser allgemeinen Formel muss auch die Formel 2 als specieller Fall enthalten sein. Wird nämlich die Geschwindigkeit der Abkühlung $R = o$ gesetzt, so resultirt aus 3

$$\vartheta - \vartheta_0 = \frac{0}{0},$$

ein Ausdruck von unbestimmter Form, welcher durch Derivation des Zählers und Nenners nach R und nachherige Substitution von $R = o$ in die schon erwähnte Formel

$$\vartheta - \vartheta_0 = \frac{2n\pi lP}{Jc}t$$

übergeht.

Ist ϑ_0 von der Zimmertemperatur α wenig verschieden, so kann in der Rechnung die Differenz $\vartheta_0 - \alpha$ gegen die grosse Zahl $\frac{2n\pi lP}{JcR}$ vernachlässigt werden, und die Formel 3 übergeht in

$$\vartheta - \vartheta_0 = \frac{2n\pi lP}{JcR}(1 - e^{-Rt}).$$

Ist auch die Dauer des Versuches kurz, so kann ferner wegen Kleinheit von R die Exponentialgrösse e^{-Rt} in eine Reihe entwickelt werden:

$$\vartheta - \vartheta_0 = \frac{2n\pi lP}{JcR}\left(1 - 1 + \frac{Rt}{1!} - \frac{R^2t^2}{2!} + \frac{R^3t^3}{3!} - \ldots\right).$$

Mit Beibehaltung der drei ersten Glieder der Reihe erhält man die angenäherte Formel:

$$\vartheta - \vartheta_0 = \frac{2n\pi lP}{Jc}\left(1 - \frac{Rt}{2}\right)t. \qquad 4).$$

und

$$J = \frac{2n\pi lP}{c(\vartheta - \vartheta_0)}\left(1 - \frac{Rt}{2}\right)t. \qquad 5).$$

Digitized by Google

Für ein unendlich grosses t nähert sich die Formel 3 der Grenze

$$\vartheta - \vartheta_0 = \frac{2n\pi lP}{JcK}t,$$

welchen Ausdruck man auch erhält ausgehend von dem Gedanken, dass der Grenzwerth von $\vartheta - \vartheta_0$ dann erreicht sein wird, wenn die in einer Secunde durch Reibung erzeugte Wärme der in derselben Zeit vom Calorimeter ausgestrahlten Wärmenmenge gleich ist.

Unter Voraussetzung, dass die Anzahl der Umdrehungen $n = o$ ist, dass somit keine Wärme erzeugt wird, erhält man aus der oben aufgestellten Differentialgleichung

$$d\vartheta = - R(\vartheta - \alpha)dt,$$

und das Integral

$$\log nat(\vartheta - \alpha) = - Rt + a,$$

welches mit Berücksichtigung der Grenzbedingungen $t = o$, $\vartheta = \vartheta_0$ das bekannte Newton'sche Abkühlungsgesetz

$$\vartheta - \alpha = (\vartheta_0 - \alpha)e^{-Rt}$$

liefert, welches auch aus der Formel 3 sich ergibt, wenn darin $n = o$ gesetzt wird. Aus den zusammengehörigen Werthen von ϑ und t und der anfänglichen Temperaturdifferenz $\vartheta_0 - \alpha$ lässt sich auch die Abkühlungsgeschwindigkeit R berechnen. Bei einer anfänglichen Temperaturdifferenz von 40,5 C. ergab sich aus vielen Versuchszahlen der Werth dieser Constanten

$$R = 0.000963$$

für eine Secunde und eine Temperaturdifferenz 1°C. Die Abkühlungsgeschwindigkeit ist aber keineswegs eine constante, sondern eine mit der Temperaturdifferenz $\vartheta - \alpha$ veränderliche Grösse. Um daher auch für Versuche, bei denen grössere Temperaturdifferenzen vorkommen, eine Differentialgleichung aufzustellen, müsste man von der Dulong-Petit'schen Formel

$$\vartheta - \alpha = (\vartheta_0 - \alpha)e^{at + bt^2}$$

Digitized by Google

ausgehen, und hätte eine etwas allgemeinere Differentialgleichung

$$\frac{d\vartheta}{dt} - (a + 2bt)(\vartheta - \alpha) - \frac{2n\pi lP}{Jc} = o$$

zu integriren.

Die von mir angestellten Versuche dauerten nicht länger als 50 Secunden, und die dabei vorkommenden Temperaturdifferenzen waren immer kleiner als 4°5 C. Ich verwendete daher zur numerischen Berechnung des mechanischen Wärmeäquivalentes die obige Formel 5.

Versuche.

Ich habe mit dem beschriebenen Apparate auch eine Reihe von Versuchen angestellt, deren numerische Berechnung ich weiter folgen lasse. Die Methode des Experimentirens ist sehr einfach. Vor Allem wird ermittelt, welches Gewicht nothwendig ist, um die Reibung der Kegelmantelflächen zu überwinden und den Balken senkrecht gegen den horizontalen Theil des Fadens zu erhalten. Hat der calorimetrische Apparat nahezu die Zimmertemperatur angenommen, so beginnt der eigentliche Versuch. Es wird eine etwas tiefere Temperatur notirt, der Balken gegen den Faden senkrecht gestellt, und in dem Augenblicke, als das Calorimeter die notirte Temperatur angenommen hat, das Schwungrad der Rotationsmaschine mit dem Schlage eines Secundenpendels in Bewegung gesetzt, dann der Balken losgelassen und die Anzahl von Umdrehungen gezählt. Bei meinen Versuchen machte das Schwungrad nur eine und die Spule 7.2 Umdrehungen in einer Secunde. Nach dem Versuche wurde in der Regel 10 Secunden lang gewartet, und in dem Augenblicke, als das Thermometer zu steigen aufhörte, die Temperatur des Calorimeters notirt. Die so abgelesene Temperatur ist etwas kleiner als jene, welche das Calorimeter genau am Ende des Versuches hat, weil von demselben fortwährend Wärme ausgestrahlt wird. Die Temperaturablesung bedarf daher noch einer Correction

$$\triangle = 0.00963(\vartheta - \alpha),$$

worin ϑ die abgelesene Temperatur des Calorimeters und α die Zimmertemperatur bedeutet. Die Correction wird jedesmal zu der Temperaturzunahme $\vartheta - \vartheta_0$ hinzugegeben.

Digitized by Google

Bei der numerischen Berechnung der Versuche wurde für die specifische Wärme nach Regnault gesetzt:

Für Eisen 0.11379,
„ Quecksilber 0.03332,
„ Glas 0.19768.

Ferner war das Gewicht
des äusseren Kegels 22.174 Gramm,
„ inneren Kegels 40.250 „
„ Quecksilbers
im Calorimeter 187,770 „
im Thermometer 13,573 „

Das Gewicht des Quecksilbers in der Thermometerkugel ist aus den Dimensionen derselben berechnet worden. Das Gewicht der Glaskugel sammt dem eingetauchten Stücke der Thermometerröhre schätzte ich auf 0.49 Gramm.

Aus diesen Zahlen berechnete ich den Wasserwerth des Calorimeters

$$c = 0{,}0139987 \text{ Kilogramm.}$$

Es war ferner die Länge des Hebelarmes, an welchem der Faden befestigt war, $l = 30.34$ Ct. Zur Ueberwindung der Reibung an der Axe der Rolle war ein Gewichtchen von 0.7 Gramm nöthig. Die Temperaturen wurden bis auf 0.02 eines Grades der Reaumur'schen Scala genau abgelesen. Vor jeder Versuchsreihe wurde das Calorimeter mit feinem Fliesspapier sorgfältig gereinigt.

In der nachfolgenden Tabelle bedeutet:

1. t die Dauer des Versuches in Secunden;
2. α die Zimmertemperatur in Celsius'schen Graden;
3. ϑ_0 und ϑ die Temperaturen des Calorimeters am Anfang und am Ende des Versuches;
4. $\vartheta - \vartheta_0$ die Temperaturzunahme des Calorimeters;
5. P das Gewicht der Schale sammt Belastung in Grammen;
6. J das mechanische Wärmeäquivalent in Kilogrammometern.

Die Temperaturen des Calorimeters sind in Reaumur'schen Graden beobachtet worden. In der Tabelle ist ϑ und ϑ_0 in C Graden ausgedrückt.

Digitized by Google

Resultate der Beobachtungen:

Nr.	t	α	ϑ_0	ϑ	$\vartheta - \vartheta_0$	P	J
1.	20	11°30	11°375	12°250	0.875	20·6	440·2
	50	11·32	12·400	14·525	2·125	19·8	427·2
	30	11·31	12·125	13·450	1·325	20·6	431·8
	30	11·30	12·163	13·513	1·350	21·1	434·5
2.	50	9°50	9°600	11°7500	2°1500	19·7	421·8
	40	9·50	10·000	11·6875	1·6875	19·7	430·9
	50	10·00	10·125	12·4375	2·3125	21·3	425·3
	50	10·00	10·625	12·9625	2·3375	21·7	427·9
3.	40	13°70	13°8750	15°6250	1°7500	20·3	429·3
	20	13·71	15·0000	15·8750	0·8750	20·3	427·9
	40	13·50	15·2750	17·0000	1·7250	20·3	431·9
	50	13·00	13·2375	15·4375	2·2000	20·3	425·2
	30	13·00	13·8125	15·1625	1·3500	20·3	417·5
4.	20	10°30	10°5000	11°3750	0°8750	20·3	433·1
	40	10·29	11·7500	13·5000	1·7500	20·3	426·5
	30	10·30	11·0000	12·3125	1·3125	20·3	429·9
	20	10·30	12·9000	13·8000	0·9000	20·3	410·7
	30	10·90	11·0000	12·3750	1·3750	20·3	412·0
	50	13·00	13·2500	15·4375	2·1875	20·3	427·6
	30	13·00	13·6250	15·0000	1·3750	20·3	410·6
	30	13·00	14·6250	16·0000	1·3750	20·6	414·0
	30	12·97	15·375	16·7250	1·3500	20·6	419·5
	30	12·50	13·3125	14·6500	1·3375	20·5	426·0
5.	30	12·50	12°7125	14°0000	1°2875	19·5	422·1
	40	13·00	13·1875	14·8750	1·6875	19·5	427·1
6.	40	10°00	10°0875	11°8750	1°7875	20·6	427·1
	40	10·00	10·7875	12·6250	1·8375	20·6	423·7
	20	10·00	10·9250	11·8125	0·8875	20·3	423·8
						Mittel	425.2 ± 5.4

Das Mittel aus allen Werthen des mechanischen Wärmeäquivalentes 425.2 mit dem mittleren Fehler ± 5.4 ist in bester Uebereinstimmung mit der Zahl 424.9, welche Joule als Mittel aus einer grossen Reihe sehr gut übereinstimmender Werthe gefunden hat. Dieses Resultat kann zugleich als Maass der Genauigkeit gelten, mit der die Versuche mit Hilfe dieses einfachen Apparates sich ausführen lassen.

Digitized by Google

Von Vortheil ist beim Experimentiren noch folgende Vorrichtung. Auf einem dünnen rechtwinkligen Holzdreieck Fig. 3 ist von c aus durch die rechtwinklige Ecke a mit dem Halbmesser von der Länge eines Balkenarmes ein Bogen am beschrieben und in Grade getheilt. Senkrecht zur Kathete ac sind parallel zur Kante ab Linien gezogen. Das Holzdreieck ruht horizontal auf einem Gestell und wird unter dem Balken so aufgestellt, dass die Axe des letzteren mit der einen und der Faden mit der anderen Kathete desselben zusammenfallen. Bei einer Belastung, die etwas grösser gewählt ist als jene, welche nöthig ist, um den Querbalken in der normalen Stellung gegen den Faden zu erhalten, wird der Balken mit der Kathete ac einen Winkel φ einschliessen. Der Schlitten ee (Fig. 1), auf dem die Rolle ruht, wird noch etwas auf der Tischplatte verschoben, bis der Faden mit den Linien auf dem Holzdreieck parallel läuft.

Der aus einer etwas zu grossen Belastung nach der Formel 5 berechnete Werth des mechanischen Wärmeäquivalentes ist, wie leicht einzusehen, noch mit $\cos\varphi$ zu multipliciren.

$$J = J_\varphi \cos\varphi.$$

Digitized by Google

Beitrag zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalentes.

Von

J. Puluj,

Assistenten an der k. k. Marine-Akademie in Fiume.

Ich habe mit dem Apparate, dessen Beschreibung und Theorie die vorstehende Abhandlung enthält, eine neue Versuchsreihe zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalentes angestellt.

Die Versuchsmethode wurde in der Weise abgeändert, dass nicht bei senkrechter, sondern bei einer beliebigen Stellung des Fadens gegen den Balken experimentirt wurde.

Das in der vorstehenden Abhandlung beschriebene Holzdreieck, welches so aufgestellt wurde, dass der Holzbalken längs der einen und der Faden längs der zweiten Kathete desselben fiel, gestattete den Winkel φ zu bestimmen, welchen der Balken bei entsprechender Belastung mit jener ersten Kathete des Holzdreieckes einschloss. Während des Versuches wurde der Faden durch das Verschieben der Rolle mit den auf dem Holzdreieck gezogenen Linien immer parallel erhalten und der Winkel φ so oft als möglich abgelesen. Die Ablesung der Winkel machte Herr Prof. G. Bauer; ich zählte die Anzahl der Umdrehungen und machte die Temperaturablesungen.

In der nachfolgenden tabellarischen Zusammenstellung bedeutet φ das arithmetische Mittel jener Winkelablesungen und a die Anzahl derselben. Die übrigen Buchstaben haben ihre frühere Bedeutung; α, ϑ und ϑ_0 sind in Celsius'schen Graden, P in Grammen, und das mechanische Wärmeäquivalent J in Kilogrammometern angegeben. Nach dem jedesmaligen Versuche wurde die Temperatur des Calorimeters erst nach Ablauf von 15 Secunden auf $^1/_{100}$ eines Reaumur'schen Grades genau abgelesen.

Der numerischen Berechnung liegen folgende Zahlen zu Grunde: Es war das Gewicht:

Digitized by Google

des äusseren Kegels 22,157 Gramm
des inneren Kegels 40,224 „
des Quecksilbers
im Calorimeter 187,623 „
im Thermometer 13,562 „

Für das Gewicht der Thermometerkugel sammt einem Stück der eingetauchten Glasröhre wurde 0,49 Gramm angenommen, ferner als specifische Wärme nach Regnault gesetzt

für Eisen 0,11379,
„ Quecksilber . . . 0,33332,
„ Glas . . . . . 0,19768.

Die Versuche, deren Resultate ich hier folgen lasse, sind nach der Formel

$$J = \frac{2n\pi lP}{c(\vartheta - \vartheta_0)} \left(1 - \frac{Rt}{2}\right) t \cos\varphi$$

berechnet worden. An der Temperaturzunahme des Calorimeters wurde wegen der späteren Ablesung der Temperatur ϑ eine Correction

$$\triangle = 0{,}000963 \,.\, 15(\vartheta - \alpha)$$

angebracht. Die Reibung der Rolle betrug 0.241 Gramm, welche vom jedesmaligen P in Abzug zu bringen sind.

Nr.	Datum	α	ϑ_0	ϑ	$\vartheta - \vartheta_0$	n	φ	a	P	J
1	20. März	13°2	13·4500	15·2750	1.8250	40	15° 0′	7	21·803	433·8
2		13·2	14·2500	15·6374	1.3875	30	16 0	9	21·803	423·1
3	22. März	9·4	9·8000	11·2250	1·4250	30	17 5	12	21·803	414·9
4		9·8	10·4125	11·8125	1·4000	30	17 30	14	21·803	420·5
5		10·0	10·5000	11·9000	1·4000	30	17 7	13	21·803	421·7
6		10·9	10·6875	12·0875	1·4000	30	16 10	12	21·803	426·8
7	23. März	11·5	11.6125	13·0625	1·4500	30	15 9	15	21·803	412·7
8		12·0	12.1625	13·5250	1·3625	30	14 54	16	21·803	439·8
9		12·4	11.7500	13·6875	1·9375	40	17 10	18	21·803	409·2
10		13·8	13.6875	15·9750	2·2875	50	13 59	19	21·803	435·1
11	25. März	12·5	13·9125	15·6875	1·7750	40	15 58	25	21·803	441·2
12		13·0	13·8750	15·6500	1·7750	40	18 50	24	21·803	436·0
13		13·0	13·7875	15·6000	1·8125	40	18 0	26	21·803	429·6
14		12·6	13·6500	15·5125	1·8625	40	18 6	25	21·803	417·1

Digitized by Google

Nr.	Datum	α	ϑ_0	ϑ	$\vartheta - \vartheta_0$	n	φ	a	P	J
15	26. März	12°1	11·9750	13·7875	1·8125	40	20°42′	11	21·803	425 6
16		12·4	12·7000	14·5250	1·8250	40	21 18	18	21·803	419·6
17		12·9	13·0875	14·8875	1·8000	40	19 0	17	21·803	432·1
18		13·0	13·4125	15·2500	1·8375	40	18 0	18	21·803	425·0
19		13·1	13·7500	15·5750	1·8250	40	18 33	18	21·803	428·1
20		13·9	13·9125	15·7750	1·8625	40	18 18	17	21·803	419·9
21	28. März	13·1	12·9625	14·7750	1·8125	40	21 21	17	21·803	423·8
22		13·1	13·6125	15·4375	1·8250	40	17 47	17	21·803	428·1
23	29. März	12·4	12·4375	14·6875	2·2500	50	20 18	25	21·803	427·2
24		12·0	11·7375	13·7875	2·0500	40	21 15	4	24·803	427·4
25	31. März	13·9	14·2500	16·5000	2·5000	50	18 5	26	21·803	432·2
26		13·5	13·9250	16·2250	2·3000	50	13 39	31	21·803	432·0
27		13·3	14·2000	16·5375	2·3375	50	9 8	30	21·803	430·6
28	14. April	17·5	17·3375	19·9125	2·5750	50	13 47	37	23·803	422·9
29		17·6	18·0875	20·5625	2·5250	50	13 0	37	23·803	431·2
30		17·4	17·7500	20·2500	2·5000	50	13 30	40	23·803	434·8
31		17·1	17·8500	20·4375	2·5875	50	5 56	40	23·803	428·8
32		16·8	17·8125	20·1500	2·3375	50	9 38	39	21·803	429·7
33		16·4	17·6250	20·0625	2·4375	50	18 21	31	22·803	414·7
34	15. April	16·0	16·1375	18·5375	2·4000	50	22 51	26	23·803	429·8
35		15·0	16·1500	18·5000	2·3500	50	15 12	37	22·803	437·4
36	16. April	15·4	15·5250	17·9875	2·4625	50	19 50	35	23·803	427·6
37		15·6	16·1125	18·6000	2·4875	50	18 42	41	23·803	425·4
38	17. April	16·6	16·5625	18·0875	1·5250	30	17 44	26	23·803	423·9
39		17·0	17·3375	18·9250	1·5875	30	16 49	26	23·803	407·9
40	18. April	15·6	15·4750	17·0375	1·5625	30	14 18	13	23·803	421·3
41		16·0	16·1375	17·6875	1·5500	30	13 57	18	23·803	424·3
42		16·0	16·4875	18·0375	1·5500	30	12 55	25	23·803	424·8
43		16·0	16·7000	18·2625	1·5625	30	15 41	13	24·803	433·1
44		16·0	16·6750	18·2750	1·6000	30	14 25	19	24·803	425·6
45		16·3	16·5125	18·0750	1·5625	30	19 48	18	24·803	421·3
46	20. April	15·8	15·6875	17·7375	2·0500	40	15 30	14	23·803	423·5
47		15·9	16·3375	18·3625	2·0250	40	9 4	16	23·803	437·7
48		17·7	17·7500	19·7875	2·0375	40	13 40	36	23·803	429·2
49		17·7	18·0750	20·1000	2·0250	40	9 17	38	23·803	437·6
50		17·4	18·7500	19·7750	1·0250	20	4 55	21	23·803	433·7
51		17·4	18·7375	19·7500	1·0125	20	1 23	16	23·803	440·5
52	22. April	16·3	16·3500	17·9875	1·6375	30	19 16	19	25·803	424·2
53		16·7	17·2125	18·9000	1·6875	30	16 46	21	25·803	416·2
54		17·9	17·8000	19·4250	1·6250	30	19 8	22	25·803	428·3
55		18·0	18·2375	19·9250	1·6375	30	17 2	25	25·803	428·7
56		18·0	18·7000	20·3625	1·6625	30	18 24	25	25·803	417·6
57		18·0	19·7125	21·3500	1·6375	30	15 10	18	25·803	427·6

Digitized by Google

Als arithmetisches Mittel aus allen 57 Werthen des mechanischen Wärmeäquivalentes ergibt sich die Zahl 426,7 mit dem mittleren Fehler $\pm$ 5,9, welcher Werth so wie die ältere Bestimmung 425,2 $\pm$ 5,4 mit dem Joule'schen Resultate 424,9 in bester Uebereinstimmung ist. Mit Nichtberücksichtigung der aus den Versuchen 8, 9, 11, 39 und 51 gewonnenen Resultate, welche am meisten vom Mittelwerthe differiren, erhält man 426,6 als Mittelzahl von 52 Werthen des mechanischen Wärmeäquivalentes.

Digitized by Google

Theorell's Typendruck-Meteorograph.

Von

Ferd. Osnaghi.

Aus der Oesterreichischen Zeitschrift für Meteorologie 1875 Nr. 16 und 17.)

(Hiezu Tafel XIX—XXI.)

Am Observatorium der k. k. Central-Anstalt für Meteorologie befindet sich seit September 1874 ein selbstregistrirendes Instrument in Thätigkeit, das sich von allen anderen bis jetzt gebräuchlichen hauptsächlich dadurch unterscheidet, dass die Angaben desselben direct in Zahlen gedruckt werden, während die gewöhnlichen Registrir-Instrumente Curven liefern, die erst durch nachfolgende Mess-Operationen in Zahlenwerthe übertragen werden müssen, was einen sehr bedeutenden Aufwand an Zeit und Kräften in Anspruch nimmt.

Dieser äusserst sinnreiche Apparat ist von Prof. Dr. Theorell in Upsala erfunden und von dem Mechaniker der königlichen Akademie in Stockholm, Herrn P. M. Sörensen, in ausgezeichneter Weise ausgeführt worden.

Der für das Wiener Observatorium construirte Apparat ist der dritte dieser Art und unterscheidet sich von seinen Vorgängern sehr vortheilhaft dadurch, dass die einzelnen Instrumente, deren Angaben der Druck-Apparat zu liefern hat, nicht mit demselben in unmittelbarer mechanischer Verbindung zu stehen brauchen, sondern dass dieselben blos auf electrischem Wege durch Drahtleitungen mit dem Haupt-Apparate verbunden sind, wodurch eine freiere Wahl in der Aufstellung der einzelnen Beobachtungs-Instrumente erreicht wurde. Bei dem am Wiener Observatorium aufgestellten Meteorographen befinden sich die Windfahne und das Anemometer auf der Terrasse des Beobachtungsthurmes, die Psychrometer in einem eigens für dieselben hergestellten Schutzhäuschen mitten in einem Garten und blos das Barometer ist in demselben Raume placirt, in welchem auch der Druck-Apparat aufgestellt ist; selbstverständlich könnte auch dieses in jedem beliebigem Raume des Gebäudes aufgestellt sein.

Digitized by Google

Aus dem eben Gesagten ist ersichtlich, dass die Aufzeichnungen des Instrumentes sich auf die im nachfolgenden angeführten meteorologischen Elemente erstrecken, als: Windrichtung, Windesgeschwindigkeit, Luft-Temperatur, Temperatur des befeuchteten Thermometers und Luftdruck; ausserdem wird auch noch die Zeit, zu welcher jede Beobachtung registrirt wird, angegeben.

Der Apparat liefert stündlich 4 Beobachtungen aller dieser Elemente, daher täglich 96 Beobachtungen erhalten werden.

Die Betriebskraft dieses Apparates liefert ein galvanischer Strom, der durch die Wirkung einer mit dem Apparate in Verbindung stehenden Uhr nach je 15 Minuten in Thätigkeit kommt und dadurch der Reihe nach die Angaben der einzelnen Instrumente zur Registrirung vorbereitet.

Der eigentliche Bewegungsmechanismus sowohl beim Druck-Apparate als auch bei den einzelnen in den zugehörigen Zeitmomenten mit demselben in electrischer Verbindung stehenden Beobachtungs-Instrumente ist ein nach den einfachsten Principien construirter Electromotor, der durch die oscillirende Bewegung seines Ankerhebels ein kleines Schwungrad, an dessen Achse die Strom-Unterbrechungsfedern angebracht sind, in Umdrehung versetzt, zugleich aber einem Rahmen eine hin- und hergehende Bewegung ertheilt, die dieser seinerseits wieder den an Stahlstäbchen angebrachten Eingriffszähnen für die einzelnen Typenräder mittheilt.

Das wichtigste Organ des Druck-Apparates ist jedoch die Commutator-Achse, durch welche zu den geeigneten Momenten die Umschaltung der electrischen Leitung von einem Beobachtungs-Instrumente auf das andere und dem entsprechend auch das Eingreifen der betreffenden Bewegungszähne in die Stiften jenes Typenrades bewirkt wird, welches die Angaben des gerade eingeschalteten Instrumentes zu liefern hat.

Wir lassen nun Dr. Theorell, welcher die Güte hatte, uns eine ausführliche, mit Zeichnungen illustrirte Beschreibung des Apparates zur Verfügung zu stellen, selbst sprechen:

Der Apparat, dessen Beschreibung ich im Nachstehenden geben werde, beruht[1]) auf denselben Principien wie das in den Verhandlungen der k. schwedischen Akademie der Wissenschaften für 1872 beschriebene Instrument, welches zuerst auf der Londoner Weltausstellung 1871 ausgestellt, gegenwärtig an dem meteorologischen Observatorium

1) Cfr. Repertorium Bd. V pag. 121.

Digitized by Google

zu Upsala fungirt, wo es dazu bestimmt ist, das von mir früher construirte Instrument zu ersetzen. Ich könnte mich somit darauf beschränken, die Verbesserungen und Ergänzungen anzugeben, die in dem neu construirten Apparate angebracht sind und im Uebrigen in Betreff der beiden Instrumenten gemeinsamen Mechanismen den Leser auf die erwähnte Abhandlung verweisen. Der specielle Zweck der vorliegenden Publication nöthigt mich indessen, hier eine vollständige Auseinandersetzung zu liefern, obgleich ich mich auch dabei auf jene Details beschränken werde, deren Kenntniss erforderlich ist, um die Wirkungsweise des Instrumentes zu verstehen.

Der Apparat besteht aus einem Haupttheile, dem Druck-Apparat, der durch Leitungsdrähte mit vier anderen Apparaten in Verbindung steht, welche die verschiedenen, zur Registrirung bestimmten meteorologischen Instrumente, nämlich das Barometer, die beiden Thermometer, das Anemometer und die Windfahne, sämmtlich an den geeigneten Orten aufgestellt, enthalten.

Diese fünf Theile des Apparates enthalten jeder für sich kleine electromagnetische Apparate, von welchen der zum Druck-Apparate gehörige während der ganzen Dauer der Beobachtungen in Bewegung ist, während jene der andern Theile nach einander in Verbindung mit dem Druck-Apparate wirken und durch denselben Strom (den bewegenden Strom) in Bewegung gesetzt werden. Die Aufgabe der zuletzt genannten Mechanismen besteht darin, die Bewegung des Druck-Apparates nach den jeweiligen Angaben der verschiedenen meteorologischen Instrumente zu reguliren.

Dieses Reguliren erfolgt gleichfalls mittels galvanischer Ströme, die wir „regulirende Ströme“ nennen wollen. In den oben offenen Thermometerröhen und ebenso in dem unteren Schenkel des Heberbarometers bewegen sich Stahldrähte herab, welche in der Zwischenzeit zwischen den einzelnen Beobachtungen ein wenig über die Quecksilber-Oberfläche gehoben sind. In den zur Messung der Windverhältnisse bestimmten Instrumenten sind kleine Platinplättchen angebracht, isolirt und um dieselbe Achse beweglich, wie die entsprechenden zur Angabe der momentanen Stellung der Instrumente bestimmten Contact-Arme. Die drei Stahldrähte und in gleicher Weise die beweglichen Platinplättchen bilden ihrerseits einen der Pole des regulirenden Stromes und das Quecksilber oder die metallischen Contact-Arme der anemometrischen Apparate den andern Pol. Der regulirende

Digitized by Google

Strom wirkt dadurch, dass er einen zweiten zu diesem Behufe in dem Druck-Apparate angebrachten Electromagnet („regulirender Electromagnet"), in Thätigkeit setzt.

Mittelst dieser zwei Ströme, des „bewegenden" und des „regulirenden", wird die Function des Meteorographen bewirkt. Indem die Verbindungen zwischen dem Druck-Apparate und den meteorologischen Instrumenten nur durch Leitungsdrähte hergestellt sind, hat man den Vortheil voller Freiheit in der Wahl des Aufstellungsortes sowohl für die einzelnen meteorologischen Instrumente als für den Druck-Apparat.

Der Druck-Apparat besitzt sechs theils einfache, theils doppelte, mit Typen (Ziffern) versehene Räder, von welchen je ein System zu jedem einzelnen meteorologischen Instrumente gehört. Diese Räder haben die Aufgabe, die Angaben der betreffenden Instrumente gedruckt zu liefern. Dieselben werden, eines nach dem andern, und zwar zur selben Zeit in Bewegung gesetzt, wie die beweglichen Pole des regulirenden Stromes, nämlich die Stahldrähte oder die Platinplättchen. Diese Bewegung erfolgt immer in der Weise, dass die Typenräder durch ihre Umdrehung den von dem entsprechenden beweglichen Pole zurückgelegten Weg genau messen.

Zu diesem Behufe bewegt der Strom, der zu gleicher Zeit durch beide Mechanismen hindurchgeht, mittels zweier Häkchen bei jeder Transmission sowohl das Typenrad um eine Ziffer als den beweglichen Pol um den entsprechenden Weg.

Dieses Spiel des Apparates währt so lange, bis der bewegliche Pol die Entfernung, welche ihn von dem andern Pole (dem Quecksilber oder dem Zeiger des betreffenden Instrumentes) getrennt hatte, zurückgelegt hat. Sofort überträgt der regulirende Strom die Bewegung auf ein anderes der meteorologischen Instrumente und zugleich auf das entsprechende Typenrad.

Wenn einmal die übereinstimmende Bewegung zwischen dem beweglichen Pole und dem entsprechenden Typenrade hergestellt ist, so wird dieselbe nothwendigerweise sich erhalten, so dass die Lage des beweglichen Poles immer durch die auf dem höchsten Puncte des Rades befindlichen Typen genau angegeben sein wird.

Von dem Augenblicke an, wo der regulirende Strom geschlossen und infolge dessen von dem Augenblicke, wo die gleichzeitige Be-

Digitized by Google

wegung des Rades und des Poles aufhört, wird die Angabe des Instrumentes durch die auf der höchsten Stelle des Rades befindlichen Typen genau markirt sein.

Wenn alle Typenräder auf die angegebene Weise so eingestellt sind, dass sie die Angaben der verschiedenen meteorologischen Instrumente anzeigen, so dient derselbe Mechanismus, welcher die Typenräder in Bewegung gesetzt hat, auch für den Abdruck der beobachteten Werthe. Zu diesem Behufe tritt derselbe mit einem speciellen Mechanismus in Verbindung, der zuerst auf die Typen, welche abgedruckt werden sollen, Farbe aufträgt und hierauf den Abdruck auf einem Papierstreifen bewirkt.

Die nun folgenden Bewegungen dienen blos zur Vorbereitung des Meteorographen für die nächste Beobachtung, indem eine hinreichende Entfernung zwischen den Stahldrähten und dem Quecksilber der Instrumente hergestellt wird, wobei aber immer die Uebereinstimmung zwischen der Lage der beweglichen Pole und der Stellung der Typenräder erhalten wird.

Der Meteorograph kömmt zum Stillstande durch die Unterbrechung des „bewegenden Stromes"; die Bewegung wird eingeleitet, indem der bewegende Strom alle 15 Minuten durch den Zeiger einer Uhr geschlossen wird.

Zu jedem der beiden Thermometer und ebenso zu dem Barometer gehören je zwei Typenräder, das eine für die ganzen Zahlen, das andere für die Zehntel, in welches letztere die Häkchen eingreifen. Um die Zehntelgrade oder Millimeter stets mit voller Genauigkeit zu erhalten, habe ich diesen Rädchen 20 Zahlen, nämlich: 00, 05, 10, 15 u. s. f., gegeben, so dass jeder Hin- und Hergang des Häkchens einem 20tel Grade oder Mm. entspricht. Est ist klar, dass nach Herstellung des regulirenden Stromes das Typenrad sich nicht um $^1/_{20}$stel bewegen kann.

Das Typenrad des Anemometers ist von 0 bis 71 numerirt, indem jede Einheit 1 Kilometer per Stunde darstellt. Das Typenrad der Windfahne trägt die Bezeichnungen 1 bis 32, um 32 verschiedene Windrichtungen unterscheiden zu können.

Die Tafeln XX u. XXI zeigen die Details der eben erläuterten Operationen. Man erblickt auf Fig. 1 den bewegenden Electromagnet *M* des Druck-Apparates. Derselbe wirkt mittels eines Balancier's auf eine Kurbel, deren Drehung auf die gewöhnliche Weise mittels eines

Digitized by Google

Schwungrades regulirt wird, so dass das Ganze einen einfach wirkenden Electromotor der einfachsten Art bildet. Mittels des Armes *b*, wird dem Winkelhebel *p*, der um den Zapfen *f* drehbar ist, eine oscillirende Bewegung ertheilt, die dann durch den Arm *d* auf den Rahmen *e* übertragen wird, an welchem die Eingriffhäkchen *c* der Typenräder befestigt sind.

Für alle Instrumente, mit Ausnahme der Windfahne, sind die Häkchen paarweise angebracht, um auch die entgegengesetzte Bewegung ausführen zu können.

Fig. 2 zeigt die Haupttheile des für die Ausführung des Abdruckes bestimmten Mechanismus. An einem Messingstück sind die Cylinder *c* angebracht, um welche herum der von der Rolle *r* sich abwickelnde Papierstreifen gegen zwei andere Cylinder *C* geführt wird, welche, indem sie mittels Federn gegen einander gedrückt werden, das Papier um eine der Entfernung zweier Druckzeilen entsprechende Länge verschieben.

Das Häkchen *d*, welches an der hin- und herziehenden Bewegung theilnimmt, greift seinerseits in das Zahnrad *e* ein. Wenn dieses Rad eine volle Umdrehung ausführt, so bewirkt dasselbe mittels des Armes *b* eine Drehung des beweglichen Rahmens um die horizontale Achse in *k* um beiläufig den 12. Theil einer vollen Umdrehung, zuerst von unten nach oben, dann von oben nach unten.

Während der ersten Hälfte dieser Bewegung nimmt der Rahmen einen Cylinder *f* mit, der mit Farbe getränkte Polster trägt und auf dem gezähnten kreisförmigen, mit den Typenrädern concentrischen Sector abrollt, so dass in der gehobenen Lage des Rahmens die Polster sich über die abzudruckenden Typen legen, um auf dieselben etwas Farbe aufzutragen. Wenn der Rahmen hierauf sich nach abwärts bewegt, nimmt der die Polster tragende Cylinder wieder seine ursprüngliche Lage ein.

Wenn der Druckcylinder bei den Typen angelangt ist, wird er mittels einer starken Feder angedrückt. Sobald der Abdruck erfolgt ist, trennt sich der Druckcylinder von den Typen und bleibt in einiger Entfernung oberhalb derselben stehen.

Die Beweguug des Rahmens wird durch den Hebel *y* dem Sperrhaken *i* mitgetheilt, welcher den Papierstreifen um die Grösse einer Zeilenhöhe verschiebt. Eine grössere Entfernung wird am Ende

Digitized by Google

der vollen Stunden hervorgebracht und eine noch grössere nach Ablauf von je 12 Stunden mittels des Armes *h*.

Die Bewegung des Rahmens dient weiter auch zur Bewegung jenes Typenrades, welches die erste Spalte des Zifferntableau's, die Zeitangaben liefert.

Dieselbe Bewegung bewirkt auch das Aufziehen der Uhr. Abgesehen von dem Vortheile, jeder Sorge nach dieser Richtung enthoben zu sein, muss diese Einrichtung auch eine viel grössere Regelmässigkeit im Uhrgange bewirken, da die Spannung der Zugfeder von 15 zu 15 Minuten wieder hergestellt wird.

Es erübrigt nur noch die Beschreibung des regulirenden Mechanismus. Es ist einleuchtend, dass zur Hervorrufung der aufeinanderfolgenden Bewegungen der verschiedenen Räder es genügt, wenn die die Bewegung übertragenen Häkchen eines nach dem andern in einer bestimmten Ordnung zum Eingreifen gebracht und dann wieder ausgelöst werden. Diess leistet die Regulatorwelle *a*, Fig. 3 und 4, die zu diesem Behufe eine Reihe von mit Ausschnitten versehenen Kreisscheiben *d*, gegen welche die Häkchen andrücken, trägt. *g* ist der sich hin- und herbewegende Rahmen, auf welchem die Häkchen angebracht sind. Dieselbe Welle trägt an ihrem Ende einen Leitungscommutator zum Behufe der Vertheilung des bewegenden und des regulirenden Stromes. Man sieht ein, dass durch die Drehung der erwähnten Welle sowohl die richtige Einschaltung der Electromagnete an den einzelnen Apparaten, als auch das Eingreifen der Bewegungshäkchen an den entsprechenden Typenrädern erzielt wird. Diese Drehung wird durch den regulirenden Electromagneten bewirkt mit Zuhilfenahme eines Bewegungsmechanismus, dessen Construction in Fig. 4 angedeutet ist. *A* ist der Anker des regulirenden Electromagneten, der sich um die horizontalen Zapfen bei *i* dreht und einen verticalen Arm *b* trägt, auf welchem das Häkchen *c* aufruht.

Sobald das Häkchen durch die Wirkung der Magnetisirung des Electromagneten frei wird, hängt sich der Bewegungsmechanismus *f* an den oscillirenden Rahmen *g* und wird von demselben während der rückgehenden Bewegung mitgenommen, d. h. wenn die Typenräder in Ruhe sind. Bei der nächsten Oscillation wird somit der bis dahin in Thätigkeit befindliche Haken durch einen andern ersetzt und sowohl der bewegende als der regulirende Strom haben die einem

Digitized by Google

andern meteorologischen Instrumente entsprechenden Leitungen zu verfolgen.

Fig. 5 zeigt den electromagnetischen Bewegungsmechanismus der Thermometer. Zwei Hebel *L*, von denen je einer zu jedem Thermometer gehört, stützen sich mittels ihrer Enden gegen zwei an den Trägern *t* befestigte, horizontale Stiften. Die Träger *t* sind nach abwärts und nach aufwärts beweglich mittels der verticalen Schraubenspindel *v*; die verticale Führung wird durch die Stäbe *g* gesichert. Vier Häkchen *c* (zwei für jede Schraube) greifen in die horizontalen, auf den Schraubenspindeln befestigten Zahnräder *r* ein und empfangen von dem durch den bewegenden Strom magnetisirten Electromagnet *E* eine hin- und hergehende Bewegung.

Auf den andern Hebel-Enden sind die Träger der obenerwähnten Stahldrähte, welche die Pole des regulirenden Stromes bilden, aufgehängt. Diese Träger sind zwischen verticalen Leitstangen beweglich. Die Suspensionsvorrichtung besteht in einem horizontalen, auf dem Träger befestigten Stifte, welcher auf einem zweiten, gleichfalls horizontalen, am Ende des Hebels angebrachten Stifte aufruht. Der zweite Stift steht senkrecht gegen den ersterwähnten und gegen die Längsrichtung des Hebels. Fig. 6 zeigt die betreffende Einrichtung; *a* ist der Träger, *b* ein Theil des den Strom leitenden Stahldrahtes, *c* die Führung, *d* das Hebel-Ende und *e* ein Theil der galvanischen Leitung. Das Gewicht der Träger bewirkt eine Bewegung dieses Hebel-Endes nach abwärts, das andere Hebel-Ende lehnt sich an den Stift des oben erwähnten Trägers. Es ist einleuchtend, dass die Bewegung des Stahldrahtes jener des Trägers proportional sein wird.

Das Ganze befindet sich in einem hermetisch geschlossenen Zinkkasten; an dem einen Ende dieses Kastens sind die Thermometer eingesetzt.

Der electromagnetische Mechanismus des Barometers hat dieselbe Einrichtung, mit der Ausnahme, dass er blos eine Schraube und einen Hebel enthält.

Die Bewegungsmechanismen der Thermometer und des Barometers besitzen ähnliche Regulatoren mit jenen des Druck-Apparates, um die verschiedenen Schrauben nach einander in Bewegung zu setzen. Die Haken, mittels deren die Bewegung übertragen wird, stützen sich auf die ausgeschnittenen Scheiben *d*, welche durch die directe Wirkung des regulirenden Electromagneten *R* um einen bestimmten

Digitized by Google

Winkel gedreht werden. Dieser Electromagnet wird nicht durch den regulirenden Strom magnetisch gemacht, sondern dadurch, dass man den Strom der Batterie durch besondere Leitungen gehen lässt, welche während der Drehung der Regulatorwelle des Druck-Apparates geschlossen werden. Diese Einstellung des Apparates vollzieht sich während der rückgängigen Bewegung der Bewegungshaken.

Eine gedrängte Darstellung der Wirkungsweise des Meteorographen ist folgende:

Das Typenrad des Anemometers beginnt die Bewegung. Der bewegende Strom wird durch den Bewegungsmechanismus dieses Instrumentes geleitet und die darin enthaltenen Platincontacte bilden die Pole der Leitung des Regulatorstromes. Sobald die beiden Pole sich begegnen, tritt der Electromagnet des Regulatorstromes sofort in Thätigkeit; das kleine Häkchen, welches er festgehalten hatte, wird frei und der Bewegungsmechanismus, der während der rückgängigen Bewegung durch die oscillirende Welle der Haken mitgenommen wird, bewirkt eine Drehung der Regulatorwelle um den siebenten Theil der Peripherie.

Die Bewegung des Typenrades des Anemometers, sowie des correspondirenden Platincontactes am Anemometer hört auf. Der Haken des Typenrades der Windfahne wird eingeschaltet, der bewegende Strom geht nun durch den Electromagneten der Windfahne und die zugehörigen zwei Platincontacte bilden die Pole des Regulatorstromes.

Die Bewegung wird auf dieselbe Weise, wie in dem vorhergehenden Falle unterbrochen und nun trifft die Reihe das Barometer, dessen Typenrad sich in Bewegung setzt. Die entsprechende Schraube wird gedreht. Da die beiden Electromagneten, jener des Druck-Apparates und jener des Barometers von demselben Strome in Thätigkeit gesetzt werden, so entspricht jeder Bewegung des einen eine Bewegung des andern und es ist eine vollständige Harmonie zwischen diesen zwei Bewegungen hergestellt.

Der Stahldraht des Barometers verschiebt sich um $^1/_{40}$ Millimeter (weil die Luftdruckänderung nur am offenen Schenkel des Heberbarometers gemessen wird) und die vom Typenrade angegebene Zahl wird ebenso bei jedem Stromschluss um $^1/_{20}$ Millimeter erhöht. Der Stahldraht berührt endlich die Oberfläche des Quecksilbers und während der nach rückwärts gerichteten Oscillation der die Bewegung

Digitized by Google

übertragenden Haken wechselt der Regulatorstrom die Haken der Typenräder und stellt andere Leitungen für den bewegenden und regulirenden Strom her. Der bewegende Strom geht nun durch den entsprechenden Electromagnet der Thermometer, während das Quecksilber und der Stahldraht eines der Thermometer die Pole des Regulatorstromes geworden sind.

Es bewegt sich daher nun das Typenrad dieses Thermometers in Uebereinstimmung mit dem entsprechenden Stahldrahte. Während der rückläufigen Hälfte der Bewegung der Haken, welche unmittelbar auf den Contact des Quecksilbers und des Stahldrahtes folgt, werden in den beiden Regulatoren, jenem des Druck-Apparates und jenem des zum Thermometer gehörigen Mechanismus die Haken gewechselt und das Quecksilber und der Stahldraht des zweiten Thermometers werden die Pole der Leitung des Regulatorstromes.

Nachdem dieselben Operationen in Bezug auf dieses zweite Thermometer erfolgt sind, werden die Leitungen des bewegenden und des Regulatorstromes in der Art hergestellt, dass die genannten Ströme durch keines der meteorologischen Instrumente hindurchgehen.

Sofort beginnt nun der Haken des Druck-Apparates seine Thätigkeit. Sobald das dazu gehörige gezahnte Rad eine vollständige Umdrehung zurückgelegt hat, stellt ein kleiner Stromschliesser, der auf dem Haken selbst angebracht ist, den Regulatorstrom her.

Der Druckmechanismus bleibt in Ruhe, und nun sind es die für die Rückwärtsbewegung bestimmten Haken, welche in Thätigkeit treten und zwar sowohl die des Druck-Apparates als auch jene der Thermometer, des Barometers und des Typenrades des Anemometers. Einer der Haken der Typenräder setzt mittels seines rückwärtigen Endes ein gezahntes Rad in Bewegung, welches, wenn eine vollständige Umdrehung vollbracht ist, den Regulatorstrom schliesst. Die Anzahl der Zähne dieses Rades bestimmt also die Entfernung zwischen den Stahldrähten und den Quecksilber-Oberflächen der Instrumente. Diessmal unterbricht die Regulatorwelle die Leitung des bewegenden Stromes, indem sie einen kleinen Haken am Rande des Zifferblattes der Uhr anhängt.

Durch die Auslösung dieses Häkchens setzt die Uhr den Meteorographen von Neuem in Thätigkeit.

Nachdem ich die Construction des die Registrirung bewirkenden Mechanismus auseinandergesetzt habe, werde ich mit wenigen Worten

Digitized by Google

die Eigenthümlichkeiten der von mir angewendeten meteorologischen Instrumente bezeichnen.

Für die freie Bewegung der einen Theil der Leitung bildenden Stahldrähte ist es nothwendig, dass die Thermometerröhren ein ziemlich starkes Kaliber haben, woraus folgt, dass auch die Thermometergefässe einen nicht gewöhnlichen Rauminhalt besitzen müssen, da die einzelnen Grade eine Länge von ungefähr drei Millimeter haben sollen; aber, da die Form der Thermometergefässe die eines stark verlängerten Cylinders ist, so sind diese Thermometer dennoch bei der Vergleichung mit den Normalthermometern des meteorologischen Observatoriums zu Upsala ohne einen merklichen Unterschied den Aenderungen dieser letzteren gefolgt, selbst dann, wenn die Temperatur der Luft sehr rasch variirte. Sie sind übrigens von der Construction, die gegenwärtig am meisten im Gebrauche ist, nämlich sie haben eine äussere, an das Thermometergefäss angeschmolzene Glasröhre, welche sowohl die Scale als die Röhre des Thermometers einschliesst.

Der Umstand, dass die Thermometerröhren offen sind, führt die Nothwendigkeit mit sich, dieselben sorgfältig gegen Staub und andere Einflüsse zu schützen, die eine nachtheilige Einwirkung auf das Quecksilber auszuüben vermöchten. Es ist aus diesem Grunde erforderlich, dieselben soviel als möglich vor der Feuchtigkeit und vor der in der Luft enthaltenen Kohlensäure zu schützen, eine Vorsicht, welche übrigens ebenso nothwendig ist bezüglich der Stahldrähte, welche gleichfalls ihre metallische Oberfläche wegen der Sicherheit des galvanischen Contactes bewahren müssen.

Die freie Bewegung der Drähte in den Thermometerröhren erfordert ebenfalls die Abwesenheit aller Feuchtigkeit, wenigstens in der kalten Jahreszeit, da die Feuchtigkeit durch das Frieren die Bewegung der Drähte hemmen könnte. Diese Betrachtungen haben die Annahme folgender Construction bewirkt:

Die Thermometer sind mit ihren oberen Enden in einen hermetisch geschlossenen Zinkkasten eingekittet, dessen Schluss man hinreichend vollkommen zu machen im Stande war, um einem Drucke von mehreren Millimetern zu widerstehen. Man bringt in dem Zinkkasten Glasgefässe an, welche Chlorcalcium und Aetzkali enthalten und dazu bestimmt sind, die innere Luft vollständig von der Feuchtigkeit und der Kohlensäure zu reinigen.

Digitized by Google

Auf diese Art sind die Stahldrähte vollständig gegen den Rost und das Quecksilber der Thermometer gegen den Staub und die Feuchtigkeit geschützt. Man wird den Grad, in welchem diese Einrichtungen in Verbindung mit der weiteren Vorsicht, nur ziemlich schwache Ströme zu verwenden, um jede Funkenbildung zu verhindern, ihrem Zwecke entsprochen haben, nach der Thatsache beurtheilen können, dass in dem Meteorographen von Upsala, nachdem derselbe drei und ein halbes Jahr in ununterbrochener Verwendung gestanden ist, während welcher Zeit er stündlich sechs Beobachtungen geliefert hat, die Metalle denselben Grad der Reinheit zeigten, und der Contact mit derselben Präcision erfolgte, wie am ersten Tage.

Das Barometer ist ein Heberbarometer von der gewöhnlichen Construction, es ist ebenso wie die Thermometer mit einem in das Glas eingeschmolzenen Platindrahte für die Leitung des Stromes versehen.

Die Aufzeichnungen des Luftdruckes erfolgen in Millimetern, die der Temperatur des trockenen und befeuchteten Thermometers in Graden der hunderttheiligen Scale. Die Thermometergrade unterhalb Null werden durch ihre Complemente zu Hundert angegeben.

Das Anemometer hat die Robinson'sche und die Windfahne die in England angewendete Einrichtung, wo kleine Windmühlflügel an einer horizontalen Schraube ohne Ende befestigt sind, welche durch ihre Drehung immer das Instrument in die Richtung des Windes bringt, und dazu dient, diese Richtung anzuzeigen.

Die Arme der Flügel sind länger, die Achse der Schraube ist kürzer und die Zapfen sind wahrscheinlich feiner als an den englischen Instrumenten (die Vergleichung mit dem Apparat der Wiener Central-Anstalt erlaubt wenigstens diesen Schluss). Der Windrichtungs-Apparat bewegt sich bei einem sehr schwachen Winde und giebt die Windrichtung mit grosser Genauigkeit an.

Uebrigens sind diese Instrumente beide auf hermetisch geschlossenen Büchsen aufgestellt, welche die Bewegungsmechanismen enthalten. (Fig. 7 zeigt diese Einrichtung für das Anemometer.) Von diesen Büchsen erheben sich die hohlen Cylinder *C*, in deren Innerem sich die Achsen *A* befinden, welche mit den äusseren Theilen durch die luftdicht schliessenden Lager *D* in Verbindung stehen, welche Lager durch mit Oel gefüllte Büchsen *B* durchgehen, die sich am oberen Ende der Achse befinden. *G* ist eine Schutzhülle,

Digitized by Google

welche den Cylinder C umgiebt, um den Regen und Schnee abzuhalten.

Die Ausführung des Metcorographen verdanken wir dem Mechaniker der königlich schwedischen Academie der Wissenschaften, Herrn P. M. Sörensen, dessen ausgezeichneter Geschicklichkeit das glückliche Resultat grossentheils zugeschrieben werden muss.

Im Anschlusse an die vorhergehende Beschreibung aus der Feder des Erfinders Dr. Theorell sollen nun noch einige Aenderungen angeführt werden, die sich während der ersten Zeit der Thätigkeit des Apparates als nothwendig herausstellten.

Beim Apparate für die Windrichtung kam der Umstand vor, dass bei gleichbleibender Windrichtung das Typenrad sich successive gegen die Windfahne und zwar im rückschreitenden Sinne verstellte, so dass z. B. bei constantem West-Winde die Zahlen von 32 bis 1 im Laufe eines Tages wiederholt gedruckt wurden. Die Ursache dieser Erscheinung wurde im regulirenden Ankerhebel an der Windfahne selbst entdeckt, der dem Zahnrade gestattete, ganz unabhängige Bewegungen selbst dann auszuführen, wenn der Ankerhebel in Ruhe war; eine Folge dieser Beweglichkeit war, dass die Windfahne bei ihren Schwankungen in einem Sinne der Drehung das Contactrad drehen konnte, und es so gegen die letzte stattgehabte electromagnetische Einstellung verstellte. Wurde nun bei der darauffolgenden Registrirung der Contactarm wieder zum Contactpuncte am Rade hingeführt, so brauchte er weniger als eine ganze Umdrehung zu machen, um den Contactpunct am Rade zu erreichen, woraus sich auch die rückschreitende Bewegung der Zahlen am Druck-Apparate erklärt.

Der besprochene Uebelstand wurde nun auf die einfachste Weise dadurch behoben, dass am Ankerhebel des Electromagneten ein Sperrzahn so angebracht wurde, dass das Contactrad nur gedreht werden kann, wenn der Electromagnet thätig ist, nicht aber, wenn bei ruhendem Anker eine äussere Kraft auf das Rad einwirkt.

Gleichzeitig mit dieser Abänderung wurde auch die Bewegungsrichtung des Windfahnen-Apparates so adjustirt, dass die Zahlen des Typenrades von Nz. NNE = 1 über Est = 8 bis Nord = 32 fortschreiten, wie die ziffermässige Bezeichnung der Windrichtungen ge-

Digitized by Google

bräuchlich ist. Der Apparat gab in seiner ursprünglichen Adjustirung die entgegengesetzte Reihe der Zahlen.

Eine zweite Abänderung wurde am Anemometer-Apparate für nöthig befunden.

Bei der ursprünglichen Einrichtung war die grösste Windesgeschwindigkeit, die derselbe anzeigen konnte, 72 Kilometer per Stunde und zwar desshalb, weil das Contactrad (welches vom Robinson'schen Schalenkreuze in Bewegung gesetzt wird) nach einem vom Winde zurückgelegten Wege von 18 Kilometern eine vollständige Umdrehung machte, das Typenrad aber für eine volle Umdrehung des Contactrades ebenfalls eine volle Umdrehung von 0 bis 72 Kilometer vollführte, um nämlich die während 15 Minuten gemessene Geschwindigkeit auf den Werth der Stunde zu reduciren.

Da nun bei der jetzigen sehr günstigen Aufstellung der Anemometer des Observatoriums häufig Geschwindigkeiten von 90 Kilometer per Stunde gemessen werden, und 125 Kilometer per Stunde schon beobachtet wurden, so ergab sich die Nothwendigkeit, auch den Anemometer-Apparat so umzuändern, dass er für die grossen Windesgeschwindigkeiten ausreichte.

Es wurde diess dadurch erreicht, dass man die Bewegung des Contactrades so weit verlangsamte, dass es eine volle Umdrehung erst bei 72 Kilometer Windweg vollführt. Bei dieser Einrichtung sind also die gedruckten Zahlen einfach die während 15 Minuten zurückgelegten Kilometer, und müssen zur Ermittlung der für eine Stunde geltenden Geschwindigkeit addirt werden, während bei der früheren Einrichtung das Mittel der vier innerhalb einer Stunde gedruckten Zahlen genommen wurde.

Die grösste Windesgeschwindigkeit, die der Apparat jetzt anzuzeigen im Stande ist, könnte 288 Kilometer per Stunde betragen, vorausgesetzt, dass er einem solchen Sturme überhaupt Widerstand zu leisten fähig wäre.

Die hier beschriebenen Abänderungen wurden nach meinen Angaben vom Herrn Mechaniker Schäffler in Wien ausgeführt; die Apparate fungiren seitdem anstandslos und regelrecht.

Ferd. Osnaghi.

Digitized by Google

Neues Heber-Barometer.

Von

H. Wild.

(Hiezu Tafel XXIV.)

In meiner Abhandlung „Ueber die Bestimmung des Luftdrucks“[1]) habe ich auf S. 77 unter dem Titel: „Neues Heber-Barometer“ kurz ein Instrument beschrieben, welches ich gewissermaassen als Resultat meiner bezüglichen Studien zu Anfang des Jahres 1873 von der Werkstätte für physikalische Instrumente in Genf, die unter der Direction des Hrn. Turrettini steht, habe anfertigen lassen. Es ist dort ebenfalls bereits erwähnt, dass das neue Instrument eigentlich nur eine Verbesserung von ältern Heber-Barometern repräsentirt, welche Hr. Kupffer seiner Zeit von Girgensohn und Krause für meteorologische Observatorien und Stationen in Russland hat construiren lassen und die, wie es scheint, nicht allgemein bekannt geworden sind.

Seither sind über 40 dieser neuen Instrumente an meteorologischen Stationen in Russland vertheilt worden, andere haben mit dem besten Erfolge auf weiten und beschwerlichen Reisen im Innern gedient, so dass ich es nunmehr für gerechtfertigt halte, eine genauere Beschreibung des Instrumentes zu geben.

Dasselbe ist sammt einigen Zuthaten auf der Tafel XXIV mit Weglassung seines mittlern Theils in 1/4 natürlicher Grösse in der Vorderansicht und im Durchschnitt dargestellt.

Die beiden Glasröhren *a* und *b* sind vermittelst Ringen von Leder (auch schwefelfreiem Kautschouk), die durch ringförmige Eisenmuttern ein- und angepresst werden, in Durchbohrungen des Eisengefässes *c* quecksilberdicht eingesetzt und zwar endigt die kurze Röhre *b* unmittelbar an der inneren Wandung des Gefässes, während die längere *a* im Innern sehr nahe bis zu einer eisernen Scheide-

1) Repertorium für Meteorologie, Bd. III, Nr. 1, Mai 1873.

Digitized by Google

wand *d* im Gefässe heruntergeht, welche Scheidewand nur vertical unter dem Rohre *b* eine kleine Oeffnung besitzt. Sie scheidet gewissermaassen den obern festen Theil des Gefässes von dem untern, der einen Ledersack ähnlich demjenigen des Fortin'schen Gefäss-Barometers repräsentirt. Das Leder ist an einem Eisenringe *e* befestigt, welcher durch einen zweiten Ring und eine Schraubenmutter *f* quecksilberdicht an die Scheidewand *d* angepresst wird.

Aussen auf das Gefäss *c* schraubt sich dann ebenfalls ganz ähnlich wie beim Fortin'schen Barometer der Eisendeckel *g* mit der Schraube *h* zum Heben des Ledersackes auf. Die kurze Röhre *b* ist an ihrem obern Ende ebenfalls vermittelst umgepresster Leder- oder Kautschoukringe quecksilberdicht durch eine Eisenfassung mit Stahlhahn *i* verschlossen. Die Durchbohrung des Hahnes geht zuerst vertical aufwärts und dann in seiner Axe nach hinten; vorn besitzt er ein Viereck, auf welches sich ein kleiner Schlüssel zum Drehen des Hahns aufschieben lässt, und ein Stift mit Anschlägen rechts und links regulirt wie bei einem Gashahn die Bewegungsgrenzen des Hahnes.

Auf die Fassungen der beiden Röhren am Eisengefässe *c* schrauben sich nun aussen die Messingröhren *k* und *l* auf, die dann oben durch einen Bügel *m* mit der Aufhängevorrichtung *n* verbunden sind. Beide Röhren sind am untern Ende auf eine Länge von 100^{mm} verstärkt und aussen parallel zu ihrer Längsaxe genau cylindrisch abgedreht. Die Röhre *k*, welche die längere, oben geschlossene und durch ein Korkstück *o* gehaltene Glasröhre umschliesst, trägt eine Millimeter-Theilung, die auf der oberen Hälfte bis zum Rande eines Längsschlitzes herangeht, so dass der in diesem Schlitze verschiebbare Nonius zur Ablesung der $^1/_{10}$ Millimeter unmittelbar die Theilung berührt. Dieser Nonius sitzt an einem die Glasröhre umschliessenden Ring, mit dessen unterm Rande seine Null-Linie zusammenfällt, und wird vermittelst einer die Glasröhre nach unten zu umschliessenden innern Messingröhre mit seitlicher Zahnstange durch Drehen des Getriebes *p* verschoben. Um den untern Rand des Ringes oder Nonius auf die Quecksilberkuppe einstellen zu können, ist zur Beleuchtung von hinten auch die Rückseite der Röhre mit einem entsprechenden Längsschlitz versehen. Die zweite Röhre *l* ist an ihrem untern Ende ebenfalls mit solchen diametral gegenüberstehenden Längsschlitzen versehen, besitzt aber keine Theilung; es wird vielmehr der Nullpunct

Digitized by Google

der Theilung auf der Röhre *k* oder irgend ein anderer Theilstrich dadurch auf die zweite Röhre für die Einstellung der zweiten Quecksilberoberfläche in dieser übertragen, dass ein ∞-förmiger Doppelring (*q*), der beide Röhren umfasst und dessen unterer Rand senkrecht zu seiner Axe abgedreht ist, mit dem letztern auf den bezüglichen Theilstrich der Röhre *k* eingestellt und dann geklemmt wird. Zur bessern Einstellung auf den Theilstrich besitzt der Ring in der Gegend der Theilung einen kleinen Ausschnitt (siehe die Vorderansicht). Die zweite Röhre hat ferner oberhalb der Schlitze zwei kreisförmige Oeffnungen, von welchen die vordere zum Aufstecken des Schlüssels auf den Hahn, die hintere zum Austritt des Quecksilbers aus der Durchbohrung desselben dient. In den obern Theil der Röhre *l* ist endlich das in einer besondern Messingröhre oben und unten durch Korke befestigte Thermometer eingeschoben, dessen Gefäss *r* denselben Durchmesser wie das Barometerrohr hat und das auf der Röhre einfach in ganze Grade getheilt ist. Diametral gegenüberstehende Schlitze in den Messingröhren gestatten, das von hinten beleuchtete Thermometer leicht und sicher abzulesen.

Zur Aufhängung sind dem Instrument ein oberer Halter *t* Fig. 3, in dessen aufgeschnittenen Ring mit konischer Vertiefung sich der Knopf *s* der Aufhängevorrichtung *n* des Instruments einlegt, und ein unterer Ring *u* Fig. 7 mit Stellschrauben beigegeben, welche gegen das Gefäss *c* seitlich angeschraubt werden und so die genaue Verticalstellung des Instrumentes gestatten. Hiebei kann der vermittelts einer Oese an einem Faden aufzuhängende Schlüssel *v* Fig. 4 zum Stahlhahn als Senkel benutzt werden. Von den Schlüsseln *w* u. *x* Fig. 5 u. 6 endlich dient der erstere zum Anziehen der Klemmmuttern für die Röhrenfassungen und der letztere zum Anziehen der Mutter, welche den Ledersack anpresst. Der Ring an der Aufhängevorrichtung *n* bezweckt, das Instrument auch unter Umständen an einem gewöhnlichen Nagel aufhängen zu können.

Die Füllung und Zusammensetzung des Barometers ist eine sehr einfache. Nach Reinigung aller Theile des zerlegten Instrumentes wird zunächst auf das eine Ende der kurzen Glasröhre der Stahlhahn aufgepresst, derselbe geschlossen und das andere Ende der Röhre in der betreffenden Oeffnung des Eisengefässes befestigt. Darauf wird die — entweder durch Auskochen oder nach der von mir angegebenen Methode mit Hülfe der Luftpumpe oder endlich ver-

Digitized by Google

mittelst des vortrefflichen Weinhold'schen Apparates mit Quecksilber gefüllte — Barometerröhre mit der Oeffnung nach oben ebenfalls in das mit seiner Oeffnung nach oben gekehrte Eisengefäss dicht eingesetzt und jetzt das ganze Gefäss (sammt der kurzen Röhre) bis nahe zum Rande mit Quecksilber gefüllt. Man legt dann die Scheidewand *d* und den nach innen gestülpten Ledersack ein, — erstere so, dass ihre Oeffnung über die kurze Röhre zu stehen kömmt — presst letztern vermittelst der Mutter *f* stark an und schraubt den Deckel *g* auf, wobei man zugleich die Schraube *h* so weit als möglich hebt. Kehrt man jetzt das Instrument um und bringt es in eine wenig von der verticalen abweichenden Lage, wobei man die Seite der kurzen Röhre stets nach oben wendet, so tritt die allenfalls im Sack noch zurückgebliebene Luft durch die Oeffnung in der Scheidewand nach oben und entweicht in die kurze Röhre. Durch Oeffnen des Hahnes und Nachschrauben der Schraube *h* wird sie leicht vollständig entfernt, was daran zu erkennen ist, dass ein Quecksilbertropfen an der Oeffnung des Hahnes erscheint[1]). Nunmehr werden bei wieder geschlossenem Hahn die beiden Messingröhren aufgeschraubt, der Doppelring *q* aufgeschoben, das Thermometer eingesetzt und beide Röhren durch den Bügel *m* am obern Ende verbunden. So gefüllt kann das Instrument ohne jede Gefahr transportirt werden, wenn es nur dabei vor plötzlichen, sehr heftigen Stössen bewahrt wird.

Beim Gebrauch dreht man, nach verticaler Aufhängung des Instruments zuerst die Schraube *h* etwas rückwärts, öffnet dann den Hahn und setzt darauf die Rückwärtsbewegung der erstern fort, bis das Quecksilberniveau im kürzern Schenkel am untern Ende des Schlitzes in der Messingröhre angelangt ist. Zur Messung des Barometerstandes in gewöhnlicher Weise wird der Doppelring *q* mit seinem untern Rand auf den Theilstrich 0 gestellt, durch Drehen der Schraube *h* das Quecksilber in beiden Schenkeln langsam gehoben, bis die Kuppe im kürzern Schenkel den untern Ringrand zu berühren

---

1) Um für den Fall, dass selbst bei der höchsten Stellung der Schraube *h* nicht genug Quecksilber vorhanden ist, die kurze Röhre ganz zu füllen und so alle Luft zu verdrängen, nicht den Sack wieder abschrauben zu müssen, ist an der hintern Wand des Eisengefässes *c* (in der Zeichnung aber nicht sichtbar) eine mit einer Schraube verschliessbare Oeffnung angebracht, durch welche man in horizontaler Lage des Instruments leicht noch die nöthige Menge Quecksilber nachfüllen kann.

Digitized by Google

scheint und darauf vermittelst des Getriebes der Ring des Nonius-schiebers im langen Rohr gesenkt, bis sein unterer Rand dort in gleicher Weise die Quecksilberkuppe zu berühren scheint. Die Ablesung des Nonius gibt unmittelbar den Barometerstand, der dann vermittelst des vorher beobachteten und corrigirten Thermometerstandes in üblicher Weise auf 0° reducirt wird.

Wenn das Instrument sorgfältig ausgeführt ist, d. h. die Ränder der Visirringe genau senkrecht zu ihren resp. Axen abgedreht sind und die letzteren parallel zur Längsaxe der Messingröhren stehen, so ist an dem so gemessenen Barometerstand nur noch die Correction wegen fehlerhafter Theilung und wegen allfällig in der Toricelli'schen Leere noch vorhandenen Luft anzubringen. Die letztere ist bei guter Füllung des Instrumentes gleich Null, kann aber, wenn im Laufe der Zeit Zweifel darüber entstehen sollten, jeweilen nach der Arago'schen Methode mit dem Instrumente selbst verificirt und bestimmt werden. Zu dem Ende lässt man bloss auf die Beobachtung des Barometerstandes in der oben beschriebenen gewöhnlichen Weise eine zweite folgen, wobei man z. B. den untern Ring statt auf 0 auf 40^{mm} einstellt. Fällt dann die Ablesung oben genau um 40^{mm} grösser aus, so ist der Raum oberhalb des Quecksilbers als hinreichend luftleer zu betrachten, wird sie hingegen merklich kleiner, so ist die wegen Luft in der Toricelli'schen Leere am Barometerstand anzubringende Correction gegeben durch

$$\varepsilon = \frac{a}{b-1},$$

wo a die Differenz der beiden erhaltenen Stände und b das Verhältniss des Inhalts des Raumes oberhalb des Quecksilbers im geschlossenen Schenkel bei der ersten Beobachtung zu dem des verkleinerten Raumes bei der zweiten darstellen[1]). In unserem Falle entspricht dieses Verhältniss genau genug dem Verhältniss der Längen der leeren Rohrstücke. Ist z. B. wie bei den bis dahin construirten

1) Die obige Formel setzt allerdings die Gültigkeit des Mariotte'schen Gesetzes auch für sehr niedrige Drucke voraus. Durch die bezüglichen Untersuchungen von Siljeström (Svenska Vet. Acad. Handl., Bd. II, 1873, auch Pogg. Ann., Bd. 154) und die vorläufige Notiz der Herren Mendelejef und Kirpitschef (Bd. XIX, S. 469 dieses Bulletins 1874), sowie Kritik der erstern durch Mendelejef (Repert. für Experimentalphysik von Carl, Bd. X, S. 434), ist dieselbe allerdings in Zweifel gestellt worden; da indessen die Resultate dieser beiderlei

Digitized by Google

Instrumenten bei einem Barometerstand von 755^{mm} die Länge der Röhre oberhalb des Quecksilbers bei der gewöhnlichen niedrigen Stellung des letztern 80^{mm}, so wird die angenommene Hebung des Quecksilbers von 40^{mm} die Länge des leeren Röhrendes auf die Hälfte reduciren, somit $b = 2$ werden und folglich die Differenz a der beiden Stände unmittelbar die an dem in gewöhnlicher Weise beobachteten Barometerstand anzubringende Correction repräsentiren.

Die Theilungs-Correction kann gleich vonAnfang an durch Vergleich der getheilten Röhre mit einem Normalmaassstabe ein für alle Male bestimmt werden. Dieselbe ist für die Länge von 0 bis 780^{mm} in dieser Art durch Vergleichung mit dem Normalmeter des physikalischen Central-Observatoriums bei 3 Instrumenten direct bestimmt worden und wurde bei allen sehr nahe übereinstimmend gleich — 0,34 Millimeter gefunden. Da die Werkstätte in Genf im Besitz eines hinlänglich richtigen Meters und einer ausgezeichneten Theilmaschine ist, so beruht dieser Fehler einer gefälligen Mittheilung des Hrn. Turettini zufolge blos darauf, dass in Folge eines sonderbaren Missverständnisses angenommen worden war, die Theilung solle ihre wahre Länge nicht bei 0° sondern bei 71°,5 C. haben. Er wird also in Zukunft vermieden werden können.

Bei drei Instrumenten, die ich selbst nach dem Normalbarometer des Central-Observatoriums verificirt habe, fand ich nun in der That die Gesammt-Correction sehr nahe gleich der vorstehenden Theilungs-Correction. Ich stelle die Resultate dieser Vergleichungen nachstehend zusammen:

Turettini Nr. 0.

Datum	Absol. Corr. auf wahren Stand.			Beobachter
	mm	mm		
1873 März	— 0,36	± 0,05	13	Vergl. von Mägis.
April	— 0,37	± 0,06	8	„ „ Wild.
Dec.	— 0,38	± 0,04	20	„ „ „
1875 Jan.	— 0,37	± 0,05	10	„ „ „

Untersuchungen über denselben Gegenstand sich in Beziehung auf den Sinn der Abweichung vom Mariotte'schen Gesetz widersprechen, auch die letzteren zur Beurtheilung ihres Werthes nicht ausführlich genug dargelegt sind, so scheint es gerechtfertigt, vor der Hand noch, namentlich für Anwendungen wie die vorliegende, das Mariotte'sche Gesetz auch bei niedrigen Drucken als richtig anzunehmen.

Digitized by Google

•Turettini Nr. 1.

Datum	Absol. Corr. auf wahren Stand			Beobachter
	mm	mm		
1874 Sept.	— 0,39	± 0.04	10	Vergl. von Mägis
1875 Jan.	— 0,38	± 0,04	10	„ „ Wild.

Turettini Nr. 15.

1875 Aug.	— 0,34	± 0,08	10	„ „ Mielberg.
„	— 0,35	± 0,04	5	„ „ Wild.

Bei diesen drei Instrumenten scheinen also die Visirringe sehr nahe die richtige Stellung zu haben. Andere Instrumente der Art, welche ich indessen nicht selbst verglichen habe, haben dagegen bei der Verification im Observatorium oder auf Inspectionsreisen häufig von den vorstehenden sehr verschiedene Correctionen ergeben, was neben persönlichen Vergleichungsfehlern wohl hauptsächlich auf eine schiefe Stellung der Visirringe zurückzuführen sein dürfte. Es wird also immerhin auch hier die Vergleichung des gefüllten Instruments mit einem Normalbarometer als Norm zur Ermittlung seiner Gesammt-Correction gelten können.

Die nahezu zwei Jahre umfassenden Beobachtungen am Instrumente Nr. 0 zeigen anderseits eine höchst befriedigende Constanz der einmal bestimmten Correction, was hauptsächlich dem Umstande zuzuschreiben ist, dass das neue Heber-Barometer nur aus Metall und Glas zusammengesetzt ist und dass die Absehvorrichtungen keinen Verbiegungen u. dgl. ausgesetzt sind.

Neben dieser Garantie grösserer Unveränderlichkeit mit der Zeit gegenüber andern Instrumenten der Art bietet das neue Heber-Barometer gegenüber allen Gefäss-Barometern und also auch gegenüber dem sonst nahestehenden Fortin'schen Barometer den grossen Vortheil dar, dass die Ablesungsweise für beide Quecksilberniveaux eine genau gleichartige ist, also die persönlichen Differenzen ganz eliminirt werden.

Est ist ferner durch das Ansteigen des Quecksilbers in beiden Schenkeln des Barometers vor jeder Beobachtung, wie ich in der citirten Abhandlung S. 17 und folg. gezeigt habe, der störende Ein-

Digitized by Google

fluss der Capillarität, sowohl was ihren ganzen Betrag, als was ihre Variabilität betrifft, auf ein Minimum reducirt[1]).

Das Thermometer gibt, weil sein Gefäss gleichen Durchmesser wie das Barometerrohr hat und in ganz gleicher Weise wie das letztere umhüllt ist, die Temperatur des Quecksilbers in diesem, auf welche es ja besonders ankömmt, viel sicherer an, als bei den bisher üblichen Constructionen. Die Möglichkeit, die Anwesenheit von Luft in der Toricelli'schen Leere zu constatiren und ihren Einfluss zu messen, dürfte für Reisen und entfernte, schwer zugängliche Stationen wohl ebenfalls sehr ins Gewicht fallen.

Das neue Instrument ist endlich erfahrungsgemäss auf Reisen mindestens ebenso leicht und sicher gefüllt zu transportiren wie das Fortin'sche Gefäss-Barometer, besitzt aber dabei gegenüber diesem den sehr erheblichen Vorzug, dass das Quecksilber, weil es bloss mit Eisen, Glas und Leder zur Berührung kommt, nicht schmutzt. Bei allen Fortin'schen Barometern nämlich, die ich bis jetzt auf Reisen benutzt habe, wurde das Quecksilber in der Cisterne bald so unrein, dass sein Niveau nicht mehr sicher auf die Spitze einzustellen war und dass desshalb entweder schon während der Reise oder wenigstens unmittelbar nach derselben behufs neuer Verification das Quecksilber in der Cisterne durch frisches ersetzt werden musste. Hr. Mielberg hat das neue Heberbarometer, Turettini Nr. 15, auf seine zweimonatliche Inspectionsreise nach Archangelsk und Kew im Juni und Juli dieses Jahres mitgenommen. Dasselbe hat dabei nicht nur den streckenweise höchst beschwerlichen Transport ganz gut ausgehalten, sondern es erwies sich auch das Quecksilber und die Röhre nach seiner Rückkunft noch so rein, dass ohne Weiteres eine neue Verification des Instrumentes erfolgen konnte. Gleiche Erfahrungen

---

1) Der bedeutende Vortheil, welchen das Heben des Quecksilbers in beiden Schenkeln des Heber-Barometers unmittelbar vor der Beobachtung gegenüber dem üblichen Klopfen hat, geht auch daraus hervor, dass zufolge einjähriger gleichzeitiger Beobachtungen zu je 3täglichen Terminen an dem obigen Instrument Nr. 0 und einem vorzüglichen Naudet'schen Aneroid das erstere Instrument unerwarteter Weise dem Aneroid in seinen Angaben vorauseilte und zwar durchschnittlich bei steigendem Barometer um $0^{mm},05$, bei fallendem um $0^{mm},06$. Diese grössere Empfindlichkeit des Quecksilberbarometers ist jedenfalls nur der Beseitigung variabler Capillaritätswirkungen zuzuschreiben.

Digitized by Google

haben Hr. Dohrandt auf seiner ebenfalls mit bedeutenden Transportschwierigkeiten verbundenen Reise nach dem Amu-Darja im Frühjahre 1874, sowie Hr. Dr. Fritsche auf seiner 4monatlichen Rückreise von St. Petersburg nach Peking über Sibirien und durch die Mongolei im Sommer 1874 an zwei andern Instrumenten dieser Art gemacht.

Wenn man bei Benutzung des neuen Instruments auf einer festen Station die Vorsicht beobachtet, nach jeder Messung das Quecksilber im offenen Schenkel wieder bis zum untern Rande des Schlitzes zu senken und darauf den Hahn abzuschliessen, so wird man finden, dass das bei Heber-Barometern sonst so lästige Erblinden des Glases im offenen Schenkel und Verunreinigungen des Quecksilbers daselbst durch Staub und Oxydation jedenfalls erst nach vielen Jahren eintritt.

Das neue Heber-Barometer besitzt nur zwei Nachtheile gegenüber dem Fortin'schen Gefäss-Barometer, es ist schwerer und kommt im Preise höher zu stehen. Ich glaube indessen, dass diese Nachtheile durch die erwähnten Vorzüge mehr als ausgeglichen werden.

Digitized by Google

Anemometer.

Von Hipp.

(Bulletin de la Société des Sciences Naturelles de Neuchatel.
Tome X. Second Cahier.)

(Hiezu Tafel XXIII. Fig. 1 u. 2.)

Das Anemometer, welches ich die Ehre habe Ihnen vorzuzeigen hat, verglichen mit anderen Instrumenten der gleichen Natur, gewisse Eigenthümlichkeiten. Es ist ein electrisches, registrirendes Anemometer; sein Zweck ist der, in einer beliebigen Distanz die Geschwindigkeit oder die Bewegung der Luft zu registriren.

Die eben erwähnten Eigenthümlichkeiten sind die folgenden: Das Instrument gestattet in jeder Minute die Geschwindigkeit des Windes zu messen; der Windflügel, auf welchen der Wind direct einwirkt, kann in einer beliebigen Distanz und Lage in Bezug auf den Registrirapparat aufgestellt werden; der letztere kann sogar die Bewegung der Luft mittelst mehrerer an verschiedenen Orten aufgestellter Windflügel registriren. Diese Vortheile sind in dem Umstande begründet, dass der Windflügel mit dem Registrirapparate durch Telegraphendrähte verbunden ist, welche je nach den Umständen mehr oder weniger lang genommen werden können. Endlich versichert ein automatischer Interruptor, der ohne Stromverlust functionirt und den wir sogleich beschreiben werden, den regelmässigen und genauen Gang des Apparates.

Die verschiedenen Theile, aus denen das Anemometer zusammengesetzt ist, sind:

1) Der Windflügel, System Robinson,
2) der Contactapparat,
3) die Uhr, welche ihre Bewegung auf den zur Aufnahme der Registrirung bestimmten Papierstreifen überträgt,

Digitized by Google

4) der Registrirapparat,

5) die Batterie und die Telegraphendrähte.

Der Windflügel, System Robinson, ist hinreichend bekannt und wird allgemein zum Messen der Windgeschwindigkeit angewendet. Am oberen Ende einer etwa 1^m langen verticalen Stange sind in Kreuzform vier horizontale Arme befestigt, deren jeder eine halbkugelförmige Schale trägt. Indem der Wind auf diese vier Schalen stösst, deren hohle Theile alle nach derselben Seite gerichtet sein müssen, theilt er der verticalen Achse eine Rotationsbewegung mit; die Geschwindigkeit des Windflügels steht in einem constanten Verhältnisse zu der des Windes und nach Robinson ist dieses Verhältniss $^1/_3$ d. h. die Geschwindigkeit des Windes ist drei Mal grösser als die des Windflügels.

Da der Durchmesser des von den Mittelpuncten der halbkugelförmigen Schalen beschriebenen Kreises $0^m,535$, so ist die Peripherie dieses Kreises $1^m,666$. Da nun $1^m,666 \times 3 = 5^m$ in runder Zahl ist, so haben wir für jeden Umgang des Windflügels eine Bewegung des Windes von 5^m.

Der Contactapparat, welcher am Fusse des Windflügels sich befindet, ist so construirt, dass für 10 Umgänge des Windflügels ein Contact statthat; es findet also für jede 50 vom Winde durchlaufene Meter ein Stromdurchgang statt. Dieser Stromdurchgang geschieht abwechselnd durch zwei verschiedene Drähte und zwar aus einem Grunde, den wir bei Gelegenheit der Beschreibung des Registrirapparates untersuchen werden.

Die Uhr, welche den zum Registriren bestimmten Papierstreifen führt, ist eine electrische Halbsecunden-Uhr. Sie wissen bereits meine Herren, dass eine electrische Uhr, wie ich sie construire, viel grössere Veränderungen in der Reibung als die Gewichts- oder Feder-Uhren ertragen kann, ohne stehen zu bleiben. Die regelmässige Bewegung der Uhr wird mittelst eines Systemes gezahnter Räder und einer verticalen Spindel auf den Cylinder übertragen, auf welchen das registrirende Papier aufgerollt ist; dieses wird auf solche Weise in seiner Längsrichtung mit einer Geschwindigkeit von 15^{mm} in der Stunde bewegt. Eine andere Function der gleichen Uhr besteht darin, dass sie mittelst einer Excentrik alle Stunden eine Feder spannt, welche, indem sie rasch ausgelöst wird, durch eine Reihe von Hebeln die Schreibfeder auf ihren Ausgangspunct zurückführt.

Digitized by Google

Der Registrirapparat besteht zunächst aus einem Electromagneten, durch welchen, wie ich bereits erwähnt habe, ein electrischer Strom hindurchgeht, so oft der Wind einen Weg von 50 Metern durchlaufen hat. Der Anker lässt, so oft er vom Electromagneten angezogen wird, ein Sperrrad um einen Zahn vorrücken; die Achse dieses Rades überträgt mittelst eines mit einer Rinne versehenen Rades und einer Schnur ihre Bewegung auf die Schreibvorrichtung, welche sich dem Papierstreifen gegenüber in dessen Breitenrichtung bewegt und, so oft der Anker angezogen wird, um einen halben Millimeter verrückt. In Folge der combinirten Bewegungen des Papierstreifens und der Schreibvorrichtung ist die von der Schreibfeder während einer Stunde gezogene Linie mehr oder weniger geneigt und nähert sich dem entgegengesetzten Rande des Streifens mehr oder weniger, je nachdem der Wind während dieser Stunde mehr oder weniger stark gewesen ist. So viele Millimeter die auf dem Papier gezogene Linie hat, so oft Mal hat der Wind 100 Meter durchlaufen.

Am Ende einer jeden Stunde wird die Schreibvorrichtung, wie ich dies, als ich von der Uhr sprach, auseinandergesetzt habe, rasch auf ihren Ausgangspunct durch ein Gegengewicht zurückgeführt, welches mittelst der Excentrik, von der ich gleichzeitig sprach, in Freiheit gesetzt wird.

Der Weg der Schreibfeder oder Capillarröhre über den Papierstreifen weg beträgt 100 Millimeter; wenn die Schreibfeder genau eine Stunde braucht, um diesen Weg zu durchlaufen, so beträgt die entsprechende Windgeschwindigkeit 10 Kilometer in der Stunde.

Es kann vorkommen, dass der Wind in der Stunde mehr als 10 Kilometer zurücklegt; in diesem Falle kommt die Schreibvorrichtung am Ende ihres Weges an, bevor die Stunde verflossen ist und bevor also die vor der Uhr gespannte Feder zurückspringen und die Schreibvorrichtung auf ihren Ausgangspunct zurückführen kann. Dann ist es der Registrirapparat selbst, welcher das Gewicht der Schreibvorrichtung auslöst und dieselbe zurückführt.

Es sind also zwei vollständig von einander unabhängige Auslösungen vorhanden: die eine wird von der Uhr ein Mal in der Stunde, die andere wird vom Registrirapparat selbst so oft in Thätigkeit versetzt als die Schreibvorrichtung am Ende ihres Weges von 100 Millimeter ankommt.

Es erübrigt noch die Art und Weise des Stromlaufes und die

Digitized by Google

Rolle des Interruptors zu beschreiben, welchen ich im Eingange dieser Mittheilung erwähnte.

Am Fusse der Achse des Windflügels befindet sich eine Schraube ohne Ende, welche in ein Rad mit 80 Zähnen eingreift; auf der Achse dieses Rades sind die Contacte aufgesetzt, welche den Zweck haben, den Strom zu schliessen. Bei jedem Umgange der Achse des gezähnten Rades haben 8 Contacte statt. Das Rad, welches 80 Zähne hat, macht einen Umgang, während der Windflügel deren 80 macht; es findet also für 10 Umgänge des Windflügels blos ein Contact statt.

Es ist möglich, ja sogar wahrscheinlich, dass von Zeit zu Zeit der Contact sehr lange geschlossen bleibt; es könnte sogar vorkommen, dass, wenn windstilles Wetter eintritt und der Windflügel gerade an einem Contact stehen bleibt, der Strom durch mehrere Stunden geschlossen ist, was die Batterie in kurzer Zeit ruiniren würde. Ich habe diesen Missstand in folgender Weise vermieden.

Die Achse des Rades der Schraube ohne Ende stellt bei einem Umgange 8 Contacte sicher her, aber an zwei verschiedenen Federn; hat so ein Contact an der Feder *a* statt, so wird der folgende Contact an der Feder *b* stattfinden u. s. f. Der Registrirapparat besitzt gleichfalls zwei verschiedene Contactfedern, welche abwechselnd den Strom schliessen, da die eine in Contact sich befindet, während die andere in Ruhe steht. Diese abwechselnden Ruhe- und Contact-Stellungen werden mittelst eines Contactrades *r* erhalten, welches an der Achse des Rades angebracht ist, das durch den Anker des Electromagneten bewegt wird; so oft also der Anker angezogen wird, geht das Contactrad *r* um einen halben Zahn vorwärts und stellt den beiden Federn 1 und 2 abwechselnd einen Zahn oder eine Lücke gegenüber.

Befindet sich also der Contact des Windflügels an der Feder *a*, so geht der Strom durch die Feder 1 und tritt in den Electromagneten ein, dieser zieht seinen Anker an und lässt so das Contactrad vorrücken. In Folge dieser Bewegung hört die Feder 1 auf in Contact zu stehen und der Strom hört augenblicklich auf zu circuliren. Dagegen ist die Feder 2 mit dem Rade in Contact gekommen; da sie aber mit der Feder *b* des Windflügels in Verbindung steht, so wird der Strom nur dann von Neuem durch den Electromagneten gehen können, wenn die Feder *b* selbst in Contact mit der Achse des Rades mit der Schraube ohne Ende steht.

Digitized by Google

Die Figur 2 auf der Tafel XXIII gibt eine Probe von den Windcurven, wie sie von der Schreibfeder des Registrirapparates gezogen werden. Die Ziffern 1, 2, 3, 4, 5 bezeichnen die Stunden, während welcher die Registrirung stattgehabt hat. Von 1^h auf 2^h war der Wind schwach und hörte dann während einer halben Stunde etwa ganz auf, was die verticale Linie anzeigt, in welche die Windcurve ausläuft; während dieser Stunde hat der Wind etwa 1600 Meter durchlaufen, da die horizontale Projection der Länge der Curve 16^{mm} beträgt. Von 2^h auf 3^h hat der Wind ziemlich stark geweht, da die Schreibvorrichtung am Ende ihres Weges angekommen war, bevor die Stunde verflossen war, und dann vor 3^h eine neue Curve begonnen hat; während dieser Stunde hat der Wind 13500 Meter durchlaufen. Von 3^h bis 4^h hat der Wind 7700 Meter und von 4^h bis 5^h endlich 9350 Meter durchlaufen.

Digitized by Google

Ueber die electrische Entladung.

Von H. Schneebeli.

(Aus dem Bulletin de la Société des Sciences Naturelles de Neuchatel. Tome X. Second Cahier.)

(Hiezu Tafel XXIII.)

Hr. Antolik beschreibt in zwei Mittheilungen[1]) in Poggendorff's Annalen eine Methode zur Fixirung der electrischen Entladungen:

Nachdem ich, sagt er, eine Glasplatte in einer Distanz von 6 bis 10 Centimetern an beiden Enden mit Staniolblättern, die in Spitzen ausliefen, versehen hatte und den Funken zwischen diesen Spitzen überschlagen liess, erzeugte er auf dem Glase, welches zuvor mit einer dünnen Russschicht von einer Kerzenflamme bedeckt war, eine Figur, welche, wenn die Entladung nicht zu stark ist, ganz der Lichterscheinung gleicht, die sie zur Folge hat.

Die Figur ist ohne Zweifel die Folge der Luftbewegung und ausserdem electrischer Kräfte, welche die Russpartikelchen erregen.

Die Figuren, welche Antolik in den beiden Abhandlungen reproducirt, bieten keine bemerkenswerthen Details, welche gestatten daraus präcise Schlüsse über die Luftbewegung unter dem Einflusse der Entladung zu ziehen. Allein die folgende Bemerkung veranlasste mich diese Versuche zu wiederholen.

„Lange Zeit prüfte ich die Form des zwischen den Ausladungskugeln der Holtz'schen Electrisirmaschine überspringenden Funkens und etwa vor zwei Jahren wusste ich schon, dass, wenn die zwei Ausladungskugeln in einer bestimmten kleinen Entfernung (bei meiner Maschine 5 bis 6 Centimeter) stehen, der Weg der Funken nicht zickzackförmig, sondern gerade ist, und dass dann der Funke sehr oft in einem einzigen Puncte, näher dem negativen Pole zu, eine scharfe Biegung erleidet, oder eigentlich gebrochen wird.

1) Poggendorff's Annalen Bd. 151 pag. 127 und Bd. 154 pag. 14.

Digitized by Google

„Mein erster Gedanke war, dass die entgegengesetzten Electricitäten sich in diesem Puncte vereinigen etc.“ Nachdem Antolik sodann versuchte, den Funken auf mit Russ bedeckten Platten sichtbar zu machen, fand er die Methode, welche ich oben beschrieben habe, allein er fügt hinzu:

„Meinen gesuchten Punct habe ich zwar nicht gefunden etc.“

Auf Tafel XXIII sind Figuren verzeichnet[1]), welche ich durch die Entladungen von zwei kleinen Leydener Flaschen von etwa 40 Quadratcentimeter Oberfläche erhalten habe, wie sie gewöhnlich den von Rühmkorff construirten Holtz'schen Maschinen beigegeben sind.

Die Methode die ich angewendet habe, um die Figuren zu fixiren, ist folgende: Ich erzeuge die Figuren auf Papier und befeuchte darnach die andere Papierseite mit einer Lösung von Gummilack in Alcohol, welche durch das Papier hindurchdringt und ohne die Conturen zu ändern den Russ auf der andern Seite fixirt.

Der Unterschied zwischen den beiden Hälften der Figuren ist sehr bemerkenswerth. Während der Theil auf der Seite des positiven Poles fast bis zur Mitte von sehr feinen Linien durchzogen ist, und während isolirte Zweige vom Hauptbüschel nach verschiedenen Richtungen ausgehen, ist die andere Hälfte nur in der Nähe des negativen Poles mit feinen Streifen versehen und hat ausserdem keine isolirten Zweige.

Wir kennen bereits eine ähnliche Erscheinung in den Lichtenberg'schen Figuren, welche einen ebenso merkwürdigen Unterschied zwischen den beiden Electricitäten zeigen.

Ich möchte jedoch nun die Aufmerksamkeit auf eine andere Eigenthümlichkeit unserer Figuren lenken. Die beiden Theile der Figur, welche ich oben bezeichnet habe, sind durch einen sehr deutlichen Punct, wenigstens in den meisten Fällen getrennt.

Es ist richtig, dass dieser Punct manchmal durch secundäre Bewegungen unbestimmt wird, allein die fortgesetzten Untersuchungen werden wahrscheinlich die Bedingungen auffinden lassen, unter welchen sich die Bewegung am besten zeichnet. Ich erinnere nur an eine Thatsache derselben Categorie, dass z. B. die Schichtung in den Geissler'schen Röhren am besten erhalten wird, wenn man einen grossen Widerstand eingeschaltet hat.

---

1) Die erste dieser Figuren wurde auf einer Glasplatte erhalten.

Digitized by Google

Ich glaube nun, dass dieser Punct nichts anderes ist, als der von Antolik gesuchte Punct, in welchem entgegengesetzt gerichtete Luftschichten zusammentreffen. Die Entladungen, welche Antolik anwandte, waren wahrscheinlich zu stark und haben ihm diesen Punct verborgen. Ich habe noch andere sehr bemerkenswerthe Thatsachen gefunden, welche ich mir für eine detaillirte Mittheilung vorbehalte.

Digitized by Google

Allgemeine Theorie des Polarplanimeters.[1])

Von **Anton Schell**,
Professor der Geodäsie und descriptiven Geometrie an der Militär-Academie in Wien.

(Hiezu Tafel XXV.)

Seit der Erfindung des Polarplanimeters ist die mathematische Literatur durch eine Menge theils elementarer, theils auf höherem Calcül beruhender Theorien dieses Instrumentes bereichert worden. Die Einfachheit und Billigkeit desselben waren es vorzugsweise, welche diesem Instrumente so rasch Eingang in die Praxis verschafften, und in derselben auch zahlreiche, nach diesem Systeme ausgeführte Planimeter nach genauer Untersuchung und Prüfung ihre practische Anwendung bewährten.

Professor **Stampfer** hat unmittelbar nach Erfindung desselben eine bis jetzt noch nicht zur Veröffentlichung gelangte Theorie aus einer ganz allgemeinen Form desselben entwickelt, hieraus die theoretischen Bedingungen des Apparates abgeleitet, so wie dasjenige Correctionsverfahren angegeben, welches mit jedem Instrumente vorzunehmen ist, um mit demselben practisch brauchbare Resultate zu erhalten.

Die bis jetzt bekannten Theorien setzen an dem Instrumente gewisse Bedingungen voraus, denen von Seite des Mechanikers Rechnung getragen werden muss, widrigenfalls das Instrument bei der bisherigen Gebrauchsart desselben die Eigenschaft, ein Flächenmesser zu sein, verliert. Bevor wir den Nachweis durch eine allgemeine Theorie des Polarplanimeters liefern, wollen wir die Einrichtung des

---

1) Es ist in der jüngsten Zeit der Polarplanimeter mehrfach gebraucht worden, um den Flächeninhalt von Curven auszumessen, durch welche der Gang physikalischer Erscheinungen dargestellt wird. Wir glauben desshalb, dass es den Lesern des Repertoriums nicht uninteressant sein dürfte, wenn wir die folgende Abhandlung, obwohl sie bereits aus dem Jahre 1868 datirt, hier neuerdings mittheilen. C.

Digitized by Google

unseren Beobachtungen zu Grunde gelegten, mit Nr. 1 bezeichneten, aus der astronomischen Werkstätte des kais. königl. polytechnischen Institutes hervorgegangenen Polarplanimeters, welcher sich von den in Deutschland vorkommenden Amsler'schen der Construction nach unterscheidet, mittelst der Figur 1 Tafel XXV zu erläutern suchen.

Das Instrument besteht zunächst aus zwei durch eine verticale Achse C mit einander verbundenen kreisförmigen, hohlen Stäben PC und ss, von welchen der erstere Leitarm, der letztere Führungsarm genannt wird.

Der Leitarm ist durch ein Kugelgelenk mit dem messingenen und mit Blei ausgefüllten Cylinder L derart verbunden, dass derselbe um einen fixen Punct P, den Pol des Instrumentes, im Kreise gedreht werden kann; dem Führungsarme kann eine ähnliche Bewegung um die verticale Axe C, und durch seine Verbindung mit PC, auch um den Pol P ertheilt werden. An dem einen Ende von sC befindet sich der Fahrstift, und an dem anderen Ende ein horizontaler Rahmen G', welcher eine Axe a' enthält, die mit einer stählernen Laufrolle versehen ist, deren Ebene auf a' senkrecht steht, und deren äusserster Rand genau abgerundet und polirt ist. Der cylindrische Limbus der Laufrolle ist mit einer Theilung versehen, um Bruchtheile einer Umdrehung derselben leicht angeben zu können. Die Bestimmung der ganzen Umdrehungen geschieht durch ein Zählrädchen z, welches durch eine mit der Axe verbundene Schraube ohne Ende, und ein mit derselben in Eingriff stehendes Zahnrädchen r, in Bewegung gesetzt wird. Die Verbindung des Rollenrahmens mit dem Führungsarme ist durch die Schraube D hergestellt, welche nach Lüftung derselben eine freie Drehung des Rollenrahmens mittels der Rectificirschräubchen k gestattet, und dadurch die Ebene der Rolle genau senkrecht auf den Führungsarm gestellt werden kann. Der letztere ist aus zwei ineinander verschiebbaren Theilen zusammengesetzt, wovon der den Fahrstift tragende mit einer Theilung versehen ist, um die Länge derselben nach Erforderniss ändern zu können. Durch die Bremsschraube s werden beide Theile fest mit einander verbunden, und dadurch eine zufällige Verschiebung derselben während des Umfahrens einer Figur verhindert.

Digitized by Google

Theorie.

Es sei Fig. (2) $PCRS$, irgend eine Lage des Apparates, und $MTNS$ die Figur, deren Flächeninhalt F bestimmt werden soll, bezogen auf ein Polarcoordinatensystem, dessen Pol P und dessen Polaraxe Px sei. Bezeichnen wir die constanten Grössen des Apparates

$$CS = a,\ DS = a'\ DR = b,\ PC = c$$

die veränderlichen

$$\sphericalangle CSP = z,\ \sphericalangle CPS = y,\ \sphericalangle PRD = x,\ \sphericalangle DRR' = \alpha,\ \sphericalangle RPR' = \beta,$$

so wie die Polarcoordinaten

$$PS = \varrho \text{ und } \sphericalangle XPS = \varphi$$
$$PR = \varrho' \text{ und } \sphericalangle XPR = \varphi'$$

so werden letztere, wenn dem Apparate durch den Fahrstift eine Differentialbewegung von S nach S' ertheilt wird, sich um ihre Differentialien $d\varrho$ und $d\varphi$, sowie $d\varrho'$ und $d\varphi'$ ändern.

Wird der Weg RR', welchen der Berührungspunct der Rolle bei dieser Bewegung beschreibt, in die beiden Componenten RU und $R'U$ zerlegt, so ist klar, dass nur die auf der Richtung der Rollenaxe senkrecht wirkende Componente $R'U$ ein Abwälzen der Rolle bewirken kann. Bezeichnet R den Halbmesser der letzteren, und ist dV die Länge des an der Rolle abgewälzten Bogens für den Halbmesser Eins, so ist:

$$R'U = RR' \sin R'RU$$

das ist

$$RdV = RR' \sin \alpha.$$

Aus dem $\sphericalangle RPR'$ folgt, da $\sphericalangle RPR' = d\varphi'$ ist:

$$\alpha = 180 - (x + \beta + d\varphi')$$

daher mit Vernachlässigung der unendlich kleinen Glieder zweiter Ordnung

$$RdV = RR' \sin (x + \beta)$$
$$= RR' \sin x \cos \beta + RR' \cos x \sin \beta.$$

Ist RW senkrecht auf PR' und $R'U$ senkrecht auf DR, so hat man aus den beiden rechtwinkeligen Dreiecken RWP und RWR':

$$WR = RR' \sin \beta = \varrho' \sin d\varphi' = \varrho' d\varphi'$$

und

$$WR' = d\varrho' = RR' \cos \beta$$

daher auch

$$RdV = \varrho \cos x d\varphi' + \sin x d\varrho' \qquad (1)$$

Digitized by Google

Um diese Gleichung integrabel zu machen, betrachten wir zunächst das Viereck *PRSD*. Aus demselben ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\varrho' \sin x = a' \sin \psi - \varrho \sin (\psi + z) \tag{2}$$

$$\varrho' \cos x = b - \{a' \cos \psi - \varrho \cos (\psi + z)\} \tag{3}$$

$$\varphi - \varphi' + \psi + x + z = 360^0 \tag{4}$$

Durch Differentiation von (2) und (4) hat man:

$$\varrho' \cos x dx + \sin x d\varrho' = -\varrho \cos(\psi + z)\, dz - \sin(\psi + z)\, d\varrho,$$

$$dx = d\varphi' - d\varphi - dz$$

und durch Substitution von dx in die vorhergehende Gleichung:

$$\varrho' \cos x d\varphi' + \sin x d\varrho' = \varrho' \cos x d\varphi + \varrho' \cos x dz - \varrho \cos(\psi + z)\, dz - \sin(\psi + z)\, d\varrho.$$

Wird für $\varrho' \cos x$ der Werth aus (2) substituirt und $\sin(\psi + z)$, $\cos(\psi + z)$ aufgelöst, so erhält man mit Berücksichtigung von (1):

$$RdV = (b - a' \cos \psi)\, d\varphi + \varrho \cos \psi \cos z d\varphi - \varrho \sin \psi \sin z d\varphi + (b - a' \cos \psi)\, dz - \sin \psi \cos z d\varrho - \cos \psi \sin z d\varrho.$$

Aus dem Dreiecke *PCS* folgt:

$$\varrho \cos z = \frac{\varrho^2}{2a} + \frac{a^2 - c^2}{2a} \tag{5}$$

$$a \sin z = c \sin \gamma \tag{6}$$

$$\varrho = a \cos z + c \cos y \tag{7}$$

und aus (5) und (6)

$$\varrho \sin z = \pm \sqrt{\varrho^2 - \left\{\frac{\varrho^2 + a^2 + c^2}{2a}\right\}^2} \tag{8}$$

$$\cos z = \pm \sqrt{1 - \frac{c^2}{a^2} \sin y^2}. \tag{9}$$

Durch Differentiation von (7) erhält man:

$$d\varrho = -a \sin z dz - c \sin y dy. \tag{10}$$

Werden die Ausdrücke (5) bis (10) in obige Gleichung substituirt und mit a multiplicirt, so ergibt sich:

$$aRdV = \tfrac{1}{2} \varrho^2 \cos \psi\, d\varphi + \left\{ab - aa' \cos \psi + \frac{a^2 - c^2}{2} \cos \psi\right\} d\varphi + \{ab - aa' \cos \psi + a^2 \cos \psi \sin z^2 + a^2 \sin \psi \sin z \cos z\}\, dz + \left\{c^2 \cos \psi \sin y^2 \pm ac \sin \psi \sin y \sqrt{1 - \frac{c^2}{a^2} \sin y^2}\right\} dy$$

Digitized by Google

$$\mp a \sin \psi \sqrt{\varrho^2 - \left\{\frac{\varrho^2 + a^2 - c^2}{2a}\right\}^2}\, d\varphi. \tag{11}$$

Das letzte Glied dieser Gleichung spricht für die Möglichkeit der Integration die Bedingung aus, dass die Gleichung der Curve für eine bestimmte Lage des Poles bekannt sei. In den meisten Fällen jedoch ist die Gleichung der Curve unbekannt; ausserdem unterliegt es einer nicht unbedeutenden Schwierigkeit, den Punct P des Instrumentes genau in den Pol zu stellen, welcher der Gleichung der Curve entspricht. Um uns daher von der Kenntniss der Curvengleichung, sowie von einer bestimmten Lage des Instrumentenpoles unabhängig zu machen, setzen wir die an dem Apparate leicht erfüllbare Bedingung voraus, dass die Ebene der Laufrolle auf dem Führungsarme senkrecht steht, oder was dasselbe ist, dass die auf der Laufrolle senkrecht stehende Drehungsaxe mit dem Führungsarme parallel sei.

Unter dieser Voraussetzung ist dann $\psi = 180°$ oder $0°$. Beiden Bedingungen sucht man in der Praxis durch geeignete Constructionen Rechnung zu tragen. An dem vorliegenden Apparate kann der Bedingung $\psi = 180°$ durch Anwendung der an demselben vorhandenen Correctionsschrauben vollkommen entsprochen werden.

Bei dem in Fig. (3) mit einfachen Linien dargestellten und in der Praxis unter dem Namen Zirkelplanimeter vorkommenden Instrumente liegt die Laufrolle zwischen der verticalen Axe C und dem Fahrstifte S derart, dass, wie früher, der Parallelismus der Axe aa' mit dem Führungsarme CS hergestellt werden kann; in diesem Falle aber ist $\psi = 0$.

Setzen wir $\psi = 180°$ und der Einfachheit halber

$$a' - a + b = k$$

so geht unsere obige Gleichung über in:

$$aRdV = -\tfrac{1}{2}\varrho^2 d\varphi + \tfrac{1}{2}(c^2 + a^2 + 2ak)\, d\varphi + akdz + a^2 \cos z^2 dz - c^2 \sin y^2 dy. \tag{12}$$

Sei nun Fig. (4) $S'MS''N$ eine Curve, deren Flächeninhalt bestimmt werden soll, P der Pol des Instrumentes, S' der Fahrstift, welcher zuvörderst von S' über M nach S'' geführt werden soll. Die bei dieser Bewegung des Apparates stattfindende Abwälzung lässt sich durch Integration vorstehender Gleichung innerhalb bestimmter Grenzen ermitteln. Wird die Abwälzung mit V_1 bezeichnet, so ist:

Digitized by Google

$$aRV_1 = -\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \tfrac{1}{2}\varrho_1^2 d\varphi + \tfrac{1}{2}(c^2+a^2+2ak)\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi + ak\int_{z_1}^{z_2} dz +$$
$$+ a^2\int_{z_1}^{z_2} \cos^2 z dz - c^2\int_{y_1}^{y_2} \sin y^2 dy,$$

wenn $\varrho_1 = f_1(\varphi)$ die Gleichung der Curve $S,MS_{,,}$ bedeutet und die Grenzen der Integration mit $\varphi_1\varphi_2$, z_1z_2 und y_1y_2 bezeichnet werden.

Wird der Fahrstift von $S_{,,}$ über N nach S, zurückgeführt, so erhält man für die dabei stattfindende Wälzung V_2, wenn die Gleichung der Curve $S_{,,}NS$, durch $\varrho_2 = f_2(\varphi)$ dargestellt wird, folgenden Ausdruck:

$$aRV_2 = -\int_{\varphi_2}^{\varphi_1} \tfrac{1}{2}\varrho_2^2 d\varphi + \tfrac{1}{2}(c^2+a^2+ak)\int_{\varphi_2}^{\varphi_1} d\varphi + ak\int_{z_2}^{z_1} dz +$$
$$+ a^2\int_{z_2}^{z_1} \cos^2 z dz - c^2\int_{y_2}^{y_1} \sin y^2 dy.$$

Durch Addition beider Gleichungen folgt:

$$aR(V_1+V_2) = -\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \tfrac{1}{2}\varrho_1^2 d\varphi - \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} \tfrac{1}{2}\varrho_2^2 d\varphi$$
$$= \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \tfrac{1}{2}\varrho_2^2 d\varphi - \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \tfrac{1}{2}\varrho_1^2 d\varphi.$$

Bezeichnet man der Kürze halber den an dem Umfange der Rolle abgewälzten Bogen $R(V_1+V_2)$ mit RV und bemerkt, dass $\int_{\varphi_1}^{\varphi} \tfrac{1}{2}\varrho_1^2 d\varphi = F_1$ die Fläche des Sectors $PS,MS_{,,}$ und $\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \tfrac{1}{2}\varrho_2^2 d\varphi = F_2$ jene des Sectors $PS,NS_{,,}$ bedeutet, sonach die Differenz $F_2 - F_1 = F$ der Fläche der umfahrenen Figur entspricht, so kann man auch schreiben:

$$F = aRV \qquad (\alpha)$$

d. h. der beim Umfahren einer Figur an der Rolle abgewälzte Bogen ist dem Flächeninhalte der Figur proportional.

Entspricht A der hiebei stattfindenden Anzahl Rollenumdrehungen, so ist:

$$V = 2\pi A$$

und sonach:

$$F = a.2R\pi.A. \qquad (\beta)$$

Digitized by Google

Das Product $a.2R\pi$ stellt die einer Rollenumdrehung entsprechende Fläche dar. Wird diese mit f bezeichnet, so hat man auch

$$F = f.A. \qquad (\gamma)$$

Bei dem vorliegenden Instrumente ist die Peripherie der Rolle in 100 gleiche Theile getheilt, und a so bestimmt, dass einer Umdrehung der Rolle 10 Wiener Quadratzolle entsprechen; es können sonach Zehntel Quadratzolle unmittelbar, und Hundertel durch Schätzung erhalten werden.

Für diese Voraussetzung ist:

$$10 = a.2R\pi$$

daher

$$F = 10A \qquad (\gamma^1)$$

Die Länge des beim Umfahren einer Figur an der Rolle abgewälzten Bogens steht mit dem Flächeninhalte derselben auch dann noch in einer einfachen Beziehung, wenn der Pol des Instrumentes innerhalb der zu messenden Figur zu liegen kommt. Ist diese dem Flächeninhalte nach so gross, dass sie bei ausserhalb liegendem Pole nicht mehr umfahren werden kann, so gelingt es häufig, ohne die Figur in Theile zerlegen zu müssen, dem Pole im Innern derselben, Figur (5), einen solchen Platz anzuweisen, dass der Fahrstift mit Leichtigkeit der Contur der Figur nachgeführt werden kann. In diesem Falle lautet die Integralgleichung von (12):

$$aRV = -\int_{\varphi_1}^{2\pi+\varphi_1} \tfrac{1}{2}\varrho^2 d\varphi + \tfrac{1}{2}(c^2+a^2+2ak)\int_{\varphi_1}^{2\pi+\varphi_1} d\varphi$$
$$= -F+(c^2+a^2+2ak)\pi.$$

Bezeichnet man der Kürze wegen

$$C = \pi(c^2+a^2+2ak)$$

und berücksichtigt, dass nach (α) und (γ)

$$aRV = fA$$

ist, so erhält man für die Fläche der umfahrenen Figur ganz allgemein den Ausdruck:

$$F = C - fA \qquad (\delta)$$

und unter obiger Voraussetzung

$$F = C - 10A \qquad (\delta^1)$$

Das Product FA kann sowohl positiv als negativ sein, je nachdem $F \gtrless C$ ist. Um stets das richtige Zeichen dieses Productes unmittelbar durch den Apparat zu erhalten, ist es nothwendig, bei innerhalb der Figur liegendem Pole das Umfahren derselben stets im

Digitized by Google

richtigen Sinne vorzunehmen. Man kann die entsprechende Richtung, welche bei verschiedenen Instrumenten verschieden ist und nur von der Art der Bezifferung an der Rolle abhängt, leicht ermitteln, wenn man untersucht, in welchem Sinne man bei ausserhalb der Figur liegendem Pole die Contour derselben umfahren muss, damit die Differenz der Rollenablesungen positiv wird.

Für die Ermittelung der Constanten C bieten sich mehrere Wege dar[1]).

Ein sehr einfaches Verfahren, welches gleichzeitig alle übrigen an Genauigkeit bei weitem übertrifft, besteht darin, dass man den Umfang einer dem Flächeninhalte nach bekannten Figur bei innerhalb derselben liegendem Pole im entsprechenden Sinne umfährt, und das aus der Differenz der Ablesungen sich ergebende Product fA in Gleichung (δ) substituirt, aus welcher der Werth von C gezogen werden kann.

Zur Erreichung grösserer Genauigkeit bedient man sich hiezu eigener Messingplatten, auf welchen Kreise oder andere regelmässige Figuren von genau angegebenen Dimensionen enthalten sind. Statt der Messingplatten kann man sich auch eines kleinen Lineals bedienen, auf welchem eine bekannte Länge durch zwei feine Löchelchen bezeichnet ist, welche zur Aufnahme des Pols und des Fahrstiftes dienen und so gebraucht wird, dass man Lineal und Apparat um den Pol dreht. Der Fahrstift wird hiebei genöthigt, einen Kreis zu beschreiben, dessen Radius der Entfernung beider Löchelchen gleich ist.

Rectification.

Um den Ausdruck (11) ohne Kenntniss der Curvengleichung $\varrho = f(\varphi)$ integriren zu können, wurde die Bedingung gestellt, dass die Rollenaxe mit dem Führungsarme parallel läuft. Wird dieser Bedingung nicht entsprochen, so erhält man durch Integration von (11) auf ähnliche Weise wie früher:

1) Siehe Sitzungsberichte der k. k. Academie der Wissenschaften zu Wien, Octoberheft, Jahrgang 1867.

Digitized by Google

$$aRV = F\cos\psi \mp a\sin\psi \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sqrt{\varrho_1^2 - \left(\frac{\varrho_1^2 + a^2 - c^2}{2a}\right)^2}\, d\varphi$$

$$\mp a\sin\psi \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} \sqrt{\varrho_2^2 - \left(\frac{\varrho_2^2 + a^2 - c^2}{2a}\right)^2}\, d\varphi$$

und mit Berücksichtigung von (α), (γ) und der Gleichung der Curve:

$$fA = F\cos\varphi \mp a\sin\psi\, I'(\varrho).$$

Unter der Voraussetzung, dass der Winkel ψ nur wenig von 180° abweicht, kann man $\psi = 180^\circ - \Delta\psi$ annehmen, wo $\Delta\psi$ einen kleinen Winkel bezeichnet, dessen Cosinus der Einheit und dessen Sinus dem Bogen gleich gesetzt werden kann. Für diesen Fall erhält man aus obiger Gleichung:

$$F = fA \mp a\Delta\psi I'(\varrho). \qquad (13)$$

Hieraus geht deutlich hervor, dass der Flächeninhalt der Anzahl Rollenumdrehungen nicht mehr proportional ist, und wegen des in Gleichung (13) erscheinenden, veränderlichen Factors $I'(\varrho)$ von der Lage des Pols in Bezug auf die vorliegende Curve abhängig wird.

Um daher ein vorliegendes Instrument auf den Parallelismus der Rollenaxe und des Führungsarmes zu prüfen, bestimme man den Flächeninhalt einer auf der Probeplatte enthaltenen Figur in zwei möglichst verschiedenen Entfernungen des Pols von derselben. Aus der Uebereinstimmung der erzielten Resultate schliesst man auf die richtige Stellung der Rollenaxe, während im Falle einer Nichtübereinstimmung die Berichtigung durch Drehung des die horizontale Axe enthaltenden Rahmens mittelst der Korrektionsschräubchen K vorzunehmen ist.

Ein anderes Verfahren der Rectification, welches sich ebenfalls durch die Gleichung (13) rechtfertigen lässt, besteht darin, dass man den Flächeninhalt einer Figur bei constanter Lage des Pols, aber bei entgegengesetzter Stellung des Führungsarmes auf die bekannte Weise ermittelt, und aus der Uebereinstimmung oder Abweichung der erhaltenen Resultate einen Schluss auf die Lage der Rollenaxe zieht. Wird nämlich dem Pole P, eine ganz willkührliche Lage in Bezug auf die Figur angewiesen und die Contour derselben umfahren, so

Digitized by Google

lässt sich der Flächeninhalt F aus der hiebei stattgefundenen Anzahl A_1 Rollenumdrehungen ausdrücken durch:

$$F = f A_1 + a \Delta\psi l'(\varrho).$$

Wird der Führungsarm durchgeschlagen, d. h. auf die entgegengesetzte Seite des Pols gebracht, und bei dieser Lage die Anzahl A_2 Rollenumdrehungen ermittelt, so erhält man:

$$F = f A_2 - a \Delta\psi l'(\varrho).$$

Ist nun $\Delta\psi = 0$, so muss auch $A_1 = A_2$ sein, d. h. in beiden Lagen des Apparates müssen die an der Rolle stattgefundenen Wälzungen gleich sein. Ist jedoch $\Delta\psi$ von 0 verschieden, so muss auch A_1 von A_2 verschieden sein, und in diesem Falle hat man mittelst der Rectificirschräubchen K die Axe der Rolle so lange zu verstellen, bis in beiden Lagen dieselben Werthe für die Wälzungen der Rolle erhalten werden. Ist das Instrument zum Durchschlagen eingerichtet, so bietet dasselbe den Vortheil dar, dass, wenn auch keine Correctionsvorrichtung an demselben vorhanden sein sollte, dessen ungeachtet der wahre Werth der Fläche gefunden werden kann. Werden nämlich vorhergehende zwei Gleichungen addirt, so erhält man:

$$F = f\left(\frac{A_1 + A_2}{2}\right) \qquad (14)$$

d. h. das arithmetische Mittel der in beiden Lagen des Apparates erhaltenen Werthe entspricht dem wahren Flächeninhalte der Figur.

Einstellung des Instrumentes für eine gegebene Masseinheit.

Aus dem Vorhergehenden geht deutlich hervor, dass der Abstand des Fahrstiftes von dem Drehungspunkte des Führungsarmes, d. i. die Grösse a, den Werth der Fläche einer Rollenumdrehung bedingt. Eine bestimmte Masseinheit vorausgesetzt, wird a stets so gewählt, dass der Factor f in Gleichung (γ) einen solchen Werth erhält, dass die Multiplication mit A sehr rasch und leicht bewerkstelligt werden kann. Die Einstellung des Führungsarmes auf diese Länge a geschieht dadurch, dass man die an der Probeplatte durch eine regelmässige Figur dargestellte Fläche in der entsprechenden Masseinheit durch Rechnung ermittelt und den Führungsarm so lange verstellt, bis die beim Umfahren der Figur erhaltene Anzahl A Rollenumdrehungen so

Digitized by Google

gross geworden ist, dass sie mit dem a priori festgestellten Factor f multiplicirt, die gesuchte Fläche darstellt.

Man kann sich von diesen Versuchen unabhängig machen, indem man an dem Führungsarme jenen Theilstrich t durch Rechnung ermittelt, für welchen a einen solchen Werth erhält, dass das Produkt $a.2R\pi$ der gegebenen Zahl f entspricht.

Wird der Index auf den Nullpunkt der Theilung gestellt, und die Contour einer dem Flächeninhalte nach bekannten Figur umfahren, so lässt sich, wenn A_0 die Anzahl Rollenumdrehungen, und f_0 den Werth einer solchen bezeichnet, der letzere darstellen durch

$$f_0 = \frac{F}{A_0} \tag{15}$$

oder

$$f_0 = a_0.2\pi R. \tag{16}$$

Soll nun einer Umdrehung der Rolle f Wiener Quadratzolle entsprechen, und sind a_0, R und f_0 in derselben Masseinheit ausgedrückt, so ist der Führungsarm um die Grösse x zu verstellen, welche sich aus der Gleichung

$$f = (a_0 + x)\, 2\pi R$$

bestimmen lässt. Wird für $2\pi R$ der Werth aus (16) substituirt, so

$$x = a_0 \frac{f - f_0}{f_0}.$$

Bezeichnet t die Anzahl Theilstriche, welche der Grösse x entsprechen und K den Werth eines solchen, so ist $x = Kt$. Dieses substituirt gibt:

$$t = \frac{a_0}{Kf_0} f - \frac{a_0}{K}. \tag{17}$$

Für das vorliegende Instrument ist:

$a_0 = 3{\cdot}242$ Wr. Zolle,
$K = 0{\cdot}0381$ „ „
$f_0 = 8{\cdot}1873$ „ Quad. Zolle

mithin:

$$t = 10{\cdot}293\, f - 85{\cdot}092. \tag{I}$$

Soll eine gegebene Fläche durch das Polarplanimeter in Wiener Quad. Zollen ausgedrückt werden und einer Umdrehung der Rolle 10 Wr. Quad. Zolle entsprechen, so ist in (I) $f = 10$ zu setzen. Man erhält $t = 18.84$. Die Versuche mit der Probeplatte ergaben:

$$t = 18{\cdot}65.$$

Digitized by Google

Liegt der Flächenberechnung irgend eine andere Masseinheit zu Grunde, so hat man, da $\frac{a_0}{K}$ eine absolute Zahl bezeichnet, blos die Grösse f_0, welche in Wiener Quadratzollen gegeben ist, in jener Masseinheit auszudrücken.

Bezeichnet μ den entsprechenden Reductionsfactor, so erhält man die Einstellungszahl t aus der Gleichung:

$$t = \frac{a_0}{K\mu f_0} f - \frac{a_0}{K} \tag{18}$$

und für die oben angegebenen speciellen Werthe:

$$t = 10.393 \frac{f}{\mu} - 85.092 \tag{II}$$

Soll vorliegendes Instrument auf Quad. Centimeter eingestellt werden, unter der Voraussetzung, dass einer Umdrehung der Rolle 75 Quad. Centimeter entsprechen, so hat man in (II) $f = 75$ und $\mu = 6.9395$ zu setzen. Die Rechnung gibt für $t = 27.25$, während die Versuche den Werth $t = 27.22$ lieferten.

Wie aus (17) und (18) ersichtlich ist, kommt es bei der Bestimmung von t vorzugsweise auf die Kenntniss der Werthe von a_0 und f_0 an. Zur Ermittlung von a_0 kann folgender Weg eingeschlagen werden. Wird eine und dieselbe Fläche bei ausserhalb der Figur liegendem Pole und bei den Längen a_0 und $a_0 + x$ des Führungsarmes umfahren und die dabei stattfindenden Rollenumdrehungen A_0 und A_n bestimmt, so erhält man für F die beiden Gleichungen:

$$F = a_0 . 2\pi R . A_0$$

und

$$F = (a_0 + x) . 2\pi R . A_n .$$

Durch Division derselben ergibt sich

$$a_0 = \frac{A_n x}{A_0 - A_n} . \tag{19}$$

Liegt der Bestimmung von a_0 eine grössere Anzahl von Beobachtungen zu Grunde, so ist der wahrscheinlichste Werth nach der Methode der kleinsten Quadrate zu ermitteln. Zu diesem Behufe wurde mit dem vorliegenden Instrumente, nachdem der Index successive auf die Puncte 0, 5, 10, ... 40 der Theilung eingestellt wurde, eine auf der Probeplatte enthaltene Kreisfläche, dessen Inhalt 19.109 Wr. Quad. Zolle betrug, bei ausserhalb derselben liegendem Pole umfahren, und die hiebei stattgefundene Anzahl Rollenumdrehungen ermittelt.

Digitized by Google

Die Beobachtungsresultate sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

t	Ablesung	Differenz	Mittel	t	Ablesung	Differenz	Mittel
0	6.220		A_0	10	10.380		A_2
	8.552	2.332			12.466	2.086	
	10.888	336			14.553	087	
	13.221	333			16.641	088	
	15.556	335			18.729	088	
	17.890	334	2.3340		20.817	088	2.0874
5	15.995		A_1	15	1.471		A_3
	18.199	2.204			3.454	1.983	
	0.401	202			5.439	985	
	2.604	203			7.422	983	
	4.807	203			9.403	981	
	7.011	204	2.2032		11.386	983	1.9830
20	14.850		A_4	35	1.656		A_7
	16.740	1.890			3.313	1.657	
	18.628	888			4.969	656	
	20.517	889			6.624	655	
	2.405	888			8.280	656	
	4.293	888	1.8886		9.937	657	1.6562
25	6.627		A_5	40	4.391		A_8
	8.434	1.807			5.384	1.593	
	10.239	805			7.577	593	
	12.042	803			8.171	594	
	13.848	806			10.764	593	
	15.652	804	1.8050		12.358	594	1.5934
30	17.459		A_6				
	19.181	1.722					
	20.907	726					
	2.632	725					
	4.360	728					
	6.088	728	1.7258				

Die Länge der an dem Führungsarme enthaltenen 40 Theilstriche betrug 1.525 Wr. Zolle, woraus für den Werth eines Theilstriches die Grösse $K = 0.0381$ Wr. Zolle folgt.

Es ist daher allgemein

$$x = 0.0381\, t. \qquad (20)$$

Digitized by Google

Wird nun die vorliegende Beobachtungsreihe der Bestimmung von a_0 durch Gleichung (19) zu Grunde gelegt, so erhält man als wahrscheinlichsten Werth

$$a_0 = 3.242 \text{ Wr. Zolle}$$

und als mittleren Fehler des Mittels

$$\Delta a_0 = 0.0077 \text{ Wr. Zolle.}$$

Wird in Gleichung (15) der wahrscheinlichste Werth für A_0 substituirt, so ergibt sich:

$$f_0 = 8.1872 \text{ Wr. Quadr. Zolle.}$$

Die Genauigkeit der Einstellung hängt, wie die Gleichung (18) zeigt, von der Genauigkeit der erhaltenen Werthe von a_0 und f_0 ab. Wird für f_0 der Werth aus Gleichung (15) in jene (18) substituirt, so erhält man

$$t = \frac{a_0 A_0}{K\mu F} f - \frac{a_0}{K}.$$

Sind nun Δa_0 und ΔA_0 die mittleren Fehler von a_0 und A_0, so lässt sich der mittlere Fehler von t aus der Gleichung bestimmen:

$$\Delta t = \frac{\pm 1}{K\mu F} \sqrt{(fA_0 - \mu F)^2 \Delta a_0^2 + f^2 a_0^2 \Delta A_0^2}. \qquad (21)$$

Für das vorhergehende erste Beispiel war:

$$f = 10 \quad F = 19.109 \quad A_0 = 2.334$$
$$\mu = 1 \quad K = 0.0381 \quad a_0 = 3.242.$$

Nimmt man für Δa_0 und ΔA_0 Maximalwerthe an und zwar $\Delta a_0 = 0.01$ Wr. Zolle, und $\Delta A_0 = 0.002$, so erhält man:

$$\Delta t = \pm 0.216.$$

Man sieht hieraus, dass man mittelst der Gleichung (I) oder (II) das Instrument sehr rasch auf eine bestimmte der Berechnung zu Grunde gelegte Masseinheit einstellen kann, so dass in den seltensten Fällen noch eine geringe Veränderung durch Versuche erforderlich wird.

Bestimmung der Constanten für eine gegebene Einstellung.

Wird der Index an dem Führungsarme auf einen beliebigen Punct der Theilung gestellt, und ist der Abstand des Fahrstiftes von dem Drehungspuncte $a_0 + x$, so ist der Werth der Constanten:

$$C = \pi \{(a_0 + x)^2 + c^2 + 2(a_0 + x) K\}.$$

Digitized by Google

Wird diese Gleichung entwickelt und in Bezug auf x geordnet, so erhält man:

$$C = \pi (a_0 + c^2 + 2a_0K) + 2\pi (a_0 + K) x + \pi x^2.$$

Setzt man der Kürze halber:

$$\begin{cases} \alpha = \pi (a_0^2 + c^2 + 2a_0K) \\ \beta = 2\pi (a_0 + K) \\ \gamma = \pi \end{cases} \quad (22)$$

so ist ganz allgemein:

$$C = \alpha + \beta x + \gamma x^2. \quad (23)$$

Umfährt man eine und dieselbe Fläche sowohl bei ausserhalb als auch bei innerhalb der Figur liegendem Pole unter der Voraussetzung, dass die Entfernung des Fahrstiftes von dem Drehungspunkte des Führungsarmes $a_0 + x$ ist, und ermittelt die hiezu gehörigen Rollenumdrehungen A_a und A_i, so bestehen nach dem vorhergehenden folgende Gleichungen:

$$F = (a_0 + x) \cdot 2\pi R \cdot A_a$$

und

$$F = C - (a_0 + x)\, 2\pi R \cdot A_i,$$

Hieraus ergiebt sich durch Elimination von R:

$$C = F\left(\frac{A_a + A_i}{A_a}\right). \quad (24)$$

Werden nun mittelst dieser Gleichung für verschiedene Werthe von x die entsprechenden Werthe von C berechnet und in Gleichung (23) substituirt, so erhält man für die Bestimmung der Constanten α, β, γ eine Reihe von Gleichungen, aus welchen mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate die wahrscheinlichsten Werthe der Constanten, sowie die mittlern Fehler der Funktion gefunden werden können.

Aus nachfolgender Tabelle ergeben sich für die bereits früher angegebenen Einstellungen jene Anzahl Rollenumdrehungen, welche entstehen, wenn derselbe Kreis bei innerhalb der Figur liegendem Pole umfahren wird.

Digitized by Google

t	Ablesung	Differenz	Mittel	t	Ablesung	Differenz	Mittel
0	15·491		A_0	25	4·212		A_5
	12·998	17·507			1·215	17·003	
	10·498	500			18·212	16·997	
	7·995	16·497			15·213	17·001	
	5·500	14·505			12·214	001	
	3·002	502	17·5022		9·212	16·998	17·0000
5	13·076		A_1	30	12·486		A_6
	10·412	17·336			9·414	16·978	
	7·736	324			6·395	981	
	5·065	329			3·380	985	
	2·398	333			0·369	989	
	19·723	325	17·3294		17·346	977	16·9620
10	7·882		A_2	35	19·879		A_7
	5·078	17·196			16·863	16·984	
	2·276	198			13·859	996	
	19·468	192			10·850	991	
	16·667	199			7·835	985	
	13·869	202	17·1974		4·831	996	16·9904
15	18·159		A_3	40	26·501		A_8
	15·246	17·087			3·506	17·005	
	12·345	099			0·510	004	
	9·439	094			17·515	005	
	6·526	087			14·516	001	
	3·613	087	17·0908		11·519	003	17·0036
20	13·138		A_4				
	10·160	17·022					
	7·194	034					
	4·222	028					
	1·254	032					
	18·281	027	17·0286				

Die Gleichung (24) liefert für die aus beiden Tabellen folgenden Resultate nachstehende Bedingungsgleichungen:

$$162{\cdot}405 = \alpha + 0{\cdot}0000\ \beta + 0{\cdot}0000\ \gamma$$
$$169{\cdot}414 = \alpha + 0{\cdot}1906\ \beta + 0{\cdot}0363\ \gamma$$
$$176.544 = \alpha + 0{\cdot}3812\ \beta + 0{\cdot}1453\ \gamma$$
$$183{\cdot}805 = \alpha + 0{\cdot}5718\ \beta + 0{\cdot}3269\ \gamma$$
$$191{\cdot}408 = \alpha + 0{\cdot}7624\ \beta + 0{\cdot}5813\ \gamma$$
$$199{\cdot}085 = \alpha + 0{\cdot}9530\ \beta + 0{\cdot}9083\ \gamma$$
$$207.145 = \alpha + 1{\cdot}1436\ \beta + 1{\cdot}3080\ \gamma$$
$$215{\cdot}144 = \alpha + 1.3342\ \beta + 1{\cdot}7800\ \gamma$$
$$223{\cdot}039 = \alpha + 1{\cdot}5248\ \beta + 2{\cdot}3250\ \gamma$$

Digitized by Google

Die hiezu gehörigen Normalgleichungen sind:

$$1727{\cdot}979 = 9{\cdot}000\ \alpha + 6{\cdot}862\ \beta + 7{\cdot}411\ \gamma$$
$$1404{\cdot}364 = 6{\cdot}862\ \alpha + 7{\cdot}411\ \beta + 8{\cdot}974\ \gamma$$
$$1556{\cdot}523 = 7{\cdot}411\ \alpha + 8{\cdot}974\ \beta + 11{\cdot}577\ \gamma$$

Aus den letzteren folgt für die wahrscheinlichsten Werthe der Constanten:

$$\alpha = 162{\cdot}768$$
$$\beta = 35{\cdot}072$$
$$\gamma = 3{\cdot}011$$

und für den mittleren Fehler der Funktion:

$$\Delta C_1 = \pm 0{\cdot}271 \text{ Wr. Quad. Zolle.}$$

Substituirt man diese Werthe, so wie für $x = 0{\cdot}0381\ t$ in Gleichung (23), so erhält man für die Constante C in Wr. Quad. Zollen ausgedrückt:

$$C = 162{\cdot}768 + 1{\cdot}336\ t + 0{\cdot}0043\ t^2. \qquad \text{(III)}$$

Soll die Constante in einer anderen Masseinheit ausgedrückt werden, so ist, wenn μ den entsprechenden Reductionscoëfficienten bezeichnet:

$$C = \mu\{162.768 + 1{\cdot}336\ t + 0{\cdot}0043\ t^2\} \qquad \text{(IV)}$$

Für die oben angegebenen zwei Beispiele war $t = 18{\cdot}65$ und $t = 27{\cdot}22$, sowie $\mu = 1$ und $\mu = 6{\cdot}9395$. Man erhält sonach:

$$C = 189.464 \text{ Wr. Quad. Zolle}$$

und

$$C = 1404.324 \text{ Quad. Centimeter.}$$

Die durch Versuche mit der Probeplatte ermittelten Werthe der Constanten waren:

$$C = 189.892 \text{ Wr. Quad. Zolle}$$

und

$$C = 1408.226 \text{ Quad. Centimeter.}$$

Wird der Apparat um Δt Theilstriche fehlerhaft eingestellt, so erleidet die Constante eine Aenderung ΔC_2, welche sich durch Differentiation der Gleichung (IV) ergibt. Es ist:

$$\Delta C_2 = \pm \mu\{1{\cdot}336 + 0{\cdot}0086\,t\}\ \Delta t \qquad (25)$$

Bezeichnet nun ΔC den mittleren Fehler der Constanten, so ist:

$$\Delta C = \pm \sqrt{\Delta C_1^2 + \Delta C_2^2}. \qquad (26)$$

Unter der Voraussetzung, dass das Instrument auf Wiener Quadratzolle eingestellt wurde, ist $\Delta C_1 = 0{\cdot}271$, ferner $t = 18{\cdot}84$, $\Delta t = 0{\cdot}2$ und $\mu = 1$ zu setzen, daher $\Delta C_2 = 0{\cdot}299$.

Digitized by Google

Die entsprechenden Werthe in Gleichung (26) substituirt geben:

$$\Delta C = \pm 0.402 \text{ Wr. Quad. Zolle.}$$

Es ist sonach das Fehlerverhältniss der Fläche:

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{1}{471},$$

welches einer Genauigkeit entspricht, die für viele in der Praxis vorkommenden Fälle ausreichen dürfte, ohne genöthigt zu sein, durch eine Reihe von Versuchen, welche allerdings eine bedeutend grössere Genauigkeit liefern würden, den Werth der Constanten zu ermitteln.

Schliesslich sei noch erwähnt, dass man mittelst der Coëfficienten α und β sehr leicht zur Kenntniss der noch unbekannten Dimensionen K und c des Instrumentes gelangen kann. Aus Gleichung (22) folgt nämlich:

$$K = a_0\left\{\frac{\beta}{2\pi} - a_0\right\} \tag{27}$$

$$c = \sqrt{\frac{1}{\pi}\{\alpha - \beta a_0 + \pi a_0^2\}}. \tag{28}$$

Werden für a_0, α und β die obigen Werthe substituirt, so erhält man:

$$K = 2{\cdot}339 \text{ Wr. Zolle,}$$
$$c = 5{\cdot}111 \text{ „ „}$$

Genauigkeit des Instrumentes.

Die durch ein Polarplanimeter erhaltene Ungenauigkeit in der Flächenangabe hat ihren Grund theils in der Beschaffenheit des Instrumentes, theils in der Manipulation. Den grössten Einfluss übt ein unrichtiges Spiel in der Laufrolle während der gleitenden Bewegung, der nie zu vermeidende todte Gang beim Umkehren der Laufrolle, die Reibung in den Axen, insbesondere der zu kleine an der Rolle abgewickelte Bogen sind die Ursachen, warum dieses Instrument an Genauigkeit dem Wetli'schen Planimeter nachsteht. Gleichgiltig, ob der Pol des Instrumentes innerhalb oder ausserhalb der zu umfahrenden Figur liegt, hängt die Maximalfläche, welche mit dem Apparate noch gemessen werden kann, vorzugsweise von der Länge des Führungsarmes ab; je grösser dieser ist, desto grösser ist auch die Fläche, welche auf einmal mit dem Apparate gemessen werden kann. Während also a den Wirkungskreis des Instrumentes bestimmt, steht die Länge des abgewälzten Bogens mit der Genauig-

Digitized by Google

keit der Flächenangabe im innigen Zusammenhange; denn je grösser dieser bei einer bestimmten Gleitung des Stiftes ausfällt, desto sicherer wird jede Bewegung des Stiftes an der Rolle bemerkbar sein und desto kleinere Theile der Fläche können an dem Apparate noch ersichtlich gemacht werden. Eine einfache Betrachtung der Gleichung:

$$F = a.RV = a.\lambda$$

zeigt, dass eine Zunahme von λ eine Abnahme von a und umgekehrt zur Folge hat, d. h. eine Vergrösserung der Genauigkeit bedingt eine Verkleinerung der Wirkungssphäre des Apparates; es müssen demnach a und λ in ein entsprechendes Verhältniss gebracht werden, damit der Apparat seine practische Verwendbarkeit nicht verliert. Was die von der Manipulation herrührende Unsicherheit betrifft, so hängt diese vorzugsweise von der Gestalt der dem Flächeninhälte nach zu bestimmenden Figur, so wie von der anfänglichen Lage der Fahrstiftes ab; ausserdem sind noch in Betracht zu ziehen die Glattheit der Unterlage, auf welcher die Rolle läuft, so wie die Sicherheit, mit welcher die Contour der Figur umfahren werden kann. Vielfältige Versuche, welche ich mit dem oben bezeichneten Instrumente sowohl an geradlinig als auch an krummlinig begrenzten Figuren angestellt habe, haben gezeigt, dass im Allgemeinen eine vorliegende Fläche bis auf $^1/_{290}$ ihres Inhaltes ohne Schwierigkeit erhalten werden kann. Es gibt nun in der Praxis der Fälle genug, wo die eben angegebene Genauigkeit mehr als hinreichend ist. Handelt es sich z. B. um die Berechnung von Querprofilen zur Ermittlung der zu bewegenden Massen, oder um Arbeitsleistungen aus graphischen Darstellungen, ferner um die Werthschätzung von Grundstücken verschiedener Bonitäten u. dgl. m., so kommen in diesen Fällen noch andere Factoren in Betracht, deren Grössen nur annähernd ermittelt werden können. Aus diesen Gründen reicht daher das Polarplanimeter für die meisten practischen Bedürfnisse vollkommen hin, und es wäre Verlust an Zeit und Mühe, wenn man eine grössere Genauigkeit anstreben wollte.

Digitized by Google

Register.

Die Zahlenangaben bedeuten Seitenzahlen.

Ablenkung, kleinste im Prisma von Lommel, p. 158.

Achromatisches Prisma von Lommel, p. 162.

Aequatoreal von Browning, beschrieben von Konkoly, p. 322.

Anemometer von Hipp, p. 398.

Anemo-Ombrograph von Hasler und Escher, p. 98.

Anomale Dispersion, Versuche über dieselbe, von Osnobischin, p. 178.

Apparat, Optischer von Mach, p. 177.

Apparat zum Glasdurchbohren mittelst des Electrischen Funkens von Terquem und Trannin, p. 254.

Barometer, Neues Heber-B. von Wild, p. 389.

Bobylew, Ueber die Gestalt und die Lage der Interferenzstreifen in Jamin's Interferenzapparat, p. 213.

Bregnet, Ueber Gramme's Magnetelectrische Maschinen, p. 85.

Breithaupt & Sohn. Das vervollständigte Kathetometer, p. 175.

Browning's Aequatoreal, beschrieben von Konkoly, p. 322.

Calorimeter Weinhold'sches, Ueber das Messen hoher Temperaturen mit demselben, von Schneider, p. 116.

Carl, Vorlesungs-Apparat zum Nachweis des Seitendruckes der Flüssigkeiten, p. 68.

Cornu, Ueber den Spiegelhebel. p. 173.

Declinationsbestimmungen, Magnetische in Russland von Smirnow, p. 59.

Devic, Ein optisches Phänomen, p. 360.

Didym, Spectrum desselben von Thalén, p. 241.

Dispersion Anomale, Versuche über dieselbe von Osnobischin, p. 178.

Electrische Entladung, über dieselbe von Schneebeli, p. 403.

Electrische Probleme, Graphische Methoden zur Lösung derselben von Foster, p. 310.

Electrisir-Maschinen, Neue Studien über die Ströme derselben, von Rosetti, p. 169.

Electrodynamische Torsionswage, von Lallemand, p. 69.

Ellipsograph, von Rebicek, p. 66.

Entladung electrische, über dieselbe von Schneebeli, p. 403.

Epi- und Hypocycloïden Zirkel, von Plettner, p. 94.

Erbium, Spectrum desselben, von Thalén, p. 241.

Escher und **Hasler**, Anemo-Ombrograph, p. 98.

Exner, Ueber den Durchgang der Gase durch Flüssigkeitslamellen, p. 162.

Figuren Lissajous'sche, Zwei Apparate zur objectiven Darstellung derselben, von Schuller, p. 62.

Digitized by Google

Flüssigkeitslamellen, Ueber den Durchgang der Gase durch dieselben, von Exner, p. 182.
Foster, Ueber graphische Methoden zur Lösung gewisser einfacher electrischer Probleme, p. 310.
Galvanometer, Zur Theorie derselben, von H. Weber, p. 223.
Gastheorie, Ueber eine Modification derselben, von Puschl, p. 42.
Glasdurchbohren mittelst des Electrischen Funkens, Apparat dazu von Terquem und Trannin, p. 254.
Gramme's Magnetelectrische Maschine, von Alfred Niaudet Breguet, p. 85.
Graphische Methoden zur Lösung gewisser einfacher electrischer Probleme, von G. Carey Foster, p. 310.
Greenwich, Magnetische Beobachtungen daselbst, p. 252.
Hasler und **Escher**, Anemo-Ombrograph, p. 98.
Heber-Barometer, Neues von Wild, p. 389.
Hipp's Anemometer, p. 398.
Hydrodiffussion, Ueber dieselbe von May, p. 185.
Hyperbolograph von Rebicek, p. 67.
Jamin's Interferenzapparat, Ueber die Gestalt und Lage der Interferenzstreifen in demselben von Bobylew, p. 213.
Institut Physikalisches in Graz, Ueber die Einrichtung desselben, von Töpler, p. 73.
Interferenzstreifen, Ueber die Gestalt und Lage derselben in Jamin's Interferenzapparat von Bobylew, p. 213.
Kältemischungen, Ueber dieselben von Pfaundler, p. 183.
Käthetometer von Breithaupt und Sohn, p. 175.
Kautschuk, Ueber die Volumveränderung desselben durch Wärme, von Puschl p. 102.
Kegelschnittzeichner, von Rebicek, p. 64.
Konkoly, Beschreibung eines $10^1/_4$ zölligen, mit Glas-Silberspiegel versehenen Aequatoreals, von Browning, p. 322.
Kuhn, Ueber die Beziehung zwischen Druck, Volumen und Temperatur bei Gasen, p. 327.
La Cour, Ueber die Anwendung von Stimmgabeln in der Electrischen Telegraphie, p. 247.
Lallemand, Ueber die electrodynamische Torsionswage, p. 69.
Lanthan, Spectrum desselben von Thalén, p. 241.
Lissajous'sche Figuren, Zwei Apparate zur objectiven Darstellung derselben, von Schuller, p. 62.
Lommel, Elementare Behandlung einiger optischer Probleme, p. 158.
Lufthermometer, Vereinigung desselben mit dem Wagebarometer, von Schreiber, p. 1.
Mach, Optischer Apparat, p. 177.
Magnetelectrische Maschinen v. Gramme, p. 85.
Magnetische Beobachtungen in Russland, von Smirnow, p. 59, 135.
Magnetische Beobachtungen in Prag, p. 251.
Magnetische Beobachtungen in Greenwich, p. 252.
Magnetische Beobachtungen in München, p. 252.
Mariotte-Gay-Lussac'sches Gesetz, Ueber dasselbe, von Kuhn, p. 327.
Maschinen, Magnetelectrische v. Gramme, p. 85.
May, Ueber Hydrodiffussion, p. 185.
Mechanisches Wärmeacquivalent, Apparat zur Bestimmung desselben von Puluj, p. 180, 361. Beitrag zur Bestimmung desselben von Puluj, p. 371.
Mendeljeff's Wage, p. 91.
Merz'scher Refractor für die Sternwarte in Quito, p. 89.
Meteorograph von van Rysselberghe, p. 106.
Meteorograph von Theorell, p. 375.
Methoden Graphische zur Lösung gewisser

Digitized by Google

einfacher electrischer Probleme, von G. Carey Foster, p. 310.
München, Magnetische Beobachtungen daselbst, p. 252.
Ombrograph von Hasler und Escher, p. 98.
Optischer Apparat von Mach, p. 177.
Optisches Phänomen, von Devic, p. 360.
Optische Probleme von Lommel, p. 158.
Osnaghi, Theorell's Typendruck-Meteorograph, p. 375.
Osnobischin, Versuche über anomale Dispersion mit Hilfe der Interferenz, p. 178.
Parabolograph von Rebicek, p. 64.
Pernet, Beiträge zur Thermometrie, p. 257.
Pfaundler, Ueber Kältemischungen, p. 183.
Phänomen Optisches, von Devic, p. 360.
Physikalisches Institut in Graz, über die Einrichtung desselben, von Töpler, p. 73.
Planimeter, Theorie des Polarplanimeters, von Schell, p. 406.
Plettner, Verschiedene Apparate, p. 94.
Plettner, Der Quecksilber-Heber, p. 253.
Polarplanimeter, Theorie desselben von Schell, p. 406.
Prag Magnetische Beobachtungen daselbst, p. 251.
Prisma, die kleinste Abbildung in demselben, von Lommel, p. 158.
Prisma, das Achromatische, v. Lommel, p. 162.
Probleme Electrische, Graphische Methoden zur Lösung derselben, v. Foster, p. 310.
Probleme, Optische, von Lommel, p. 158.
Puluj, Ueber einen Schulapparat zur Bestimmung des mechanischen Wärme-Aequivalents, p. 180, 361.
Puschl, Ueber eine Modification der herrschenden Gastheorie, p. 42.
Puschl, Ueber die Volumveränderung des Kautschuks durch Wärme, p. 102.
Quecksilber-Heber, von Plettner, p. 253.
Quito, Refractor für die Sternwarte daselbst, p. 89.
Rebicek, Beschreibung eines Kegelschnittzeichners, p. 64.
Refractor für die Sternwarte in Quito, von Merz, p. 89.
Regenbogen, Elementare Theorie desselben, von Lommel, p. 162.
Relais für Schulzwecke, von Plättner, p. 94.
Rosetti, Neue Studien über die Ströme der Electrisirmaschinen, p. 169.
Rysselberghe van, Ueber einen neuen Universal-Meteorographen, p. 106.
Schell, Allgemeine Theorie des Polarplanimeters, p. 406.
Schneebeli, Ueber die electrische Entladung, p. 403.
Schneider, Ueber das Messen hoher Temperaturen mit dem Weinhold'schen Calorimeter, p. 106.
Schreiber, Theorie eines neuen Thermometers, welches aus der Vereinigung des Luftthermometers mit dem Wagebarometer entsteht und sich zur automatischen Aufzeichnung der Temperaturen sehr leicht verwenden lässt, p. 1.
Schuller, Zwei Apparate zur objectiven Darstellung der Lissajous'schen Figuren, p. 62.
Seitendruck der Flüssigkeiten, Vorlesungs-Apparat zum Nachweis desselben, von Carl, p. 68.
Smirnow, Magnetische Beobachtungen in Russland, p. 59. 135.
Spectra des Yttrium, Erbium, Didym und Lanthan, von Thalén, p. 241.
Spiegelhebel von Cornu, p. 173.
Stimmgabeln, Ueber die Anwendung derselben in der Electrischen Telegraphie, von Paul la Cour, p. 247.
Ströme der Electrisirmaschinen, über dieselben, von Rosetti, p. 169.
Telegraphie Electrische, Ueber die Anwendung von Stimmgabeln in derselben, von Paul la Cour, p. 247.
Terquem u. Trannin, Apparat zum Glasdurchbohren mittelst des electrischen Funkens, p. 254.

Digitized by Google

Thalén, Ueber die Spectren des Yttrium, Erbium, Didym und Lanthan, p. 241.
Theorell's Typendruck Meteorograph, p. 375.
Thermometrie, Beiträge dazu von Pernet, p. 257.
Töpler, Ueber die Einrichtung des neuen physikalischen Institutes an der Universität Graz, p. 73.
Torsionswage Electrodynamische, von Lallemand, p. 69.
Trannin u. Terquem, Apparat zum Glasdurchbohren mittelst des Electrischen Funkens, p. 254.
Typendruck-Meteorograph, von Theorell, p. 375.
Universal-Meteorograph v. van Rysselberghe, p. 106.
Van Rysselberghe, Ueber einen auf einem neuen System beruhenden Universal-Meteorographen, p. 106.
Vorlesungs-Apparat zum Nachweis des Seitendruckes der Flüssigkeiten, von Carl, p. 68.
Wage von Mendeljeff, p. 91.
Wärmeaequivalent Mechanisches, Apparat zur Bestimmung desselben von Puluj, p. 180, 361.
Beitrag zur Bestimmung desselben von Puluj, p. 371.
Weber H. Zur Theorie der Galvanometer, p. 223.
Weinhold's Calorimeter, über das Messen hoher Temperaturen mit demselben, von Schneider, p. 106.
Wild, Neues Heber-Barometer, p. 389.
Yttrium, Spectrum desselben, von Thalén, p. 241.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

SEP 27 1883

Digitized by Google

Digitized by Google